

Монографии НГТУ

Серия основана в 2004 году



**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ
СЕРИИ «МОНОГРАФИИ НГТУ»**

д-р техн. наук, проф. (председатель) *А.А. Батаев*
д-р техн. наук, проф. (зам. председателя) *А.Г. Вострецов*
д-р техн. наук, проф. (отв. секретарь) *В.Н. Васюков*

д-р техн. наук, проф. *А.А. Воевода*
д-р техн. наук, проф. *В.И. Денисов*
д-р физ.-мат. наук, проф. *А.К. Дмитриев*
д-р физ.-мат. наук, проф. *В.Г. Дубровский*
д-р филос. наук, проф. *В.И. Игнатъев*
д-р филос. наук, проф. *В.В. Крюков*
д-р соц. наук, проф. *Л.А. Осъмук*
д-р техн. наук, проф. *Н.В. Пустовой*
д-р техн. наук, проф. *Г.И. Расторгучев*
д-р физ.-мат. наук, проф. *В.А. Селезнев*
д-р техн. наук, проф. *Ю.Г. Соловейчик*
д-р техн. наук, проф. *А.А. Спектор*
д-р техн. наук, проф. *А.Г. Фишов*
д-р экон. наук, проф. *М.В. Хайруллина*
д-р техн. наук, проф. *В.А. Хрусталеv*
д-р техн. наук, проф. *А.Ф. Шевченко*

Г. М. МИТРОФАНОВ

**НЕЛИНЕЙНЫЕ
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛОВ
С ПРИМЕНЕНИЕМ СПЕКТРАЛЬНЫХ
И ФАКТОРНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ
(приложение к сейсморазведке)**



**НОВОСИБИРСК
2 0 1 8**

УДК 550.34.016
М 672

Рецензенты:

академик РАН, профессор, доктор техн. наук *М.И. Эпов*
профессор, доктор физ.-мат. наук *М.Л. Владов*
профессор РАН, доктор физ.-мат. наук *А.Л. Карчевский*

Митрофанов Г.М.

М 672 Нелинейные преобразования сигналов с применением спектральных и факторных разложений (приложение к сейсморазведке) : монография / Г.М. Митрофанов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2018. – 444 с.: ил., 32 отд. с. цв. ил. (Серия «Монографии НГТУ»).

ISBN 978-5-7782-3582-3

В книге содержатся материалы по развитию двух нелинейных преобразований. Первое относится к классу многоканальных и многомерных гомоморфных систем, применяемых при анализе и обработке сигналов с изменяющейся формой. В сейсморазведке такие изменения определяются условиями возбуждения и приема, а также средой прохождения сигналов.

В основе второго преобразования лежит метод Прони, используемый для разложения сигналов по набору затухающих синусоид. В результате получается дискретный спектр Прони, определяемый по большой совокупности интервалов и используемый для построения образов сигналов. Подобная процедура аналогична полосовой фильтрации и названа прони-фильтрацией.

Книга подготовлена и публикуется при поддержке кафедры геофизических систем физико-технического факультета.

Может быть полезна исследователям и преподавателям, связанным с обработкой и интерпретацией реальных сигналов, а также с анализом больших объемов данных, где применяются сложные многофакторные модели. Ее могут использовать студенты старших курсов геофизических и радиотехнических специальностей и слушатели курсов повышения квалификации.

УДК 550.34.016

ISBN 978-5-7782-3582-3

© Митрофанов Г.М., 2018
© Новосибирский государственный
технический университет, 2018

G. M. MITROFANOV

**NONLINEAR SIGNAL
TRANSFORMATION USING
SPECTRAL AND FACTOR
DECOMPOSITIONS**

(application to seismic)



NOVOSIBIRSK

2 0 1 8

УДК 550.34.016

M 672

Reviewers:

Academician of RAS *M.I. Epov*, D.Sc. (Eng.), Professor
Professor *M.L. Vladfov*, D.Sc. (Phys. & Math.)
Professor of RAS *A.L. Karchevsky*, D.Sc. (Phys. & Math.)

Mitrofanov G.M.

M 672 Nonlinear signal transformations using spectral and factor decompositions (application to seismic): monograph / G.M. Mitrofanov. – Novosibirsk: NSTU Publisher, 2018. – 444 p. (“NSTU Monographs” series).

ISBN 978-5-7782-3582-3

The book contains materials on the development of two nonlinear transformations. The first transformation belongs to the class of multichannel and multidimensional homomorphic systems used in analyzing and processing variable waveform signals. In seismic investigations such changes depend on the conditions of sources and receivers as well as on the medium of signal propagation.

The second transformation is based on the Prony method used to decompose signals by a set of damped sinusoids. As a result a Prony discrete spectrum determined by a large set of intervals is obtained and used to build signal images. This procedure is similar to band-pass filtering and is referred to as the Prony filtration method.

The monograph has been prepared and is published with the support of the geophysical systems department of the physical engineering faculty.

The book can be of interest to researchers and lecturers concerned with processing and interpreting real signals where complex multifactor models are used. It can be applied by senior students majoring in geophysics and radio engineering and learners in advanced training courses.

УДК 550.34.016

ISBN 978-5-7782-3582-3

© Mitrofanov G.M., 2018

© Novosibirsk State

Technical University, 2018

*Памяти
Куренного Григория Терентьевича
Духина Ильи Павловича
Гольдина Сергея Васильевича
посвящается*

ПРЕДИСЛОВИЕ

Частность и общность рассматриваемых задач. Формально книга посвящена развитию методов анализа сейсмических сигналов. Эти исследования, связанные с изучением реального объекта космического масштаба – планеты Земля, представляются фантастически интересными и важными. Они концентрируют в себе многие моменты и проблемы современной жизни и научных изысканий. Их рассмотрение приводит к решениям, способствующим развитию других областей знаний. Лишь небольшой пример из спектрального анализа: определение частотных особенностей коротких откликов среды на внешнее воздействие привело к появлению вейвлет-преобразования, играющего значительную роль в различных исследованиях. За сейсмикой же остался термин, обозначающий короткий исходный сигнал, посылаемый в среду.

Восприимчивость сейсмологии к достижениям иных наук и получение в ней результатов, которые находят применение в других областях, являются следствием общности научных проблем, стоящих перед человечеством. Как раздел геофизики – науки, выросшей за последние сто лет, сейсмическая наука вобрала в себя положения естественной философии и сформировавшейся на ее основе физики, а также формализм и достаточную строгость математических построений. Будучи наукой молодой, она активно развивается и использует знания, получаемые из других областей современной человеческой деятельности. Направленность на изучение конкретных природных объектов не позволяет ей обойтись без постановки и выполнения экспериментов. Поэтому в этой науке объединяются как теоретические, так и инженерные направления, продуцирующие создание новых технологий.



Развитию сейсмологии способствует несколько существенных моментов: разномасштабность, удаленность и сложность изучаемых объектов. Для оценки масштабности исследований достаточно соотнести диаметр Земли с размером петрофизических или химических элементов, которые могут влиять на процессы распространения упругих колебаний в изучаемой среде, чтобы получить величины, превышающие двенадцать порядков. В этом смысле проблемы нанотехнологий уже давно присутствуют в сейсмических экспериментах. Есть и еще один важный момент, определяющий сложность задач: современные приборы позволяют изучать очень малые и значительно удаленные объекты. Однако такое изучение выполняется для относительно простых или прозрачных промежуточных сред, что практически невозможно обеспечить при геофизических исследованиях. Здесь приходится анализировать целевые объекты, находящиеся в сложно построенных непрозрачных средах при отсутствии полного контроля характеристик исходного импульса и принимающей системы.

От простого к сложному. Осознание сложности задач происходило постепенно по мере развития геофизики. На ранних этапах целевые объекты приближались хорошо изученными простыми физическими моделями. Они имели форму сфер, цилиндров, слоев и пр. Их комбинациями пытались воссоздать строение реальной среды и определить ее характеристики. Приближение сложной среды набором простых элементов позволяло создавать некоторый ее обобщенный образ, что создавало возможность для построения правдоподобных геологических моделей. Однако такие построения не обеспечивали достаточной точности при детальном анализе структурных элементов и при определении характеристик изучаемых объектов. Чтобы оценить требование детальности, достаточно представить себе слой мощностью три метра с возможным его выклиниванием на глубине три километра в непрозрачной среде. Изучение его строения является задачей о поиске иголки в стоге сена. Для того чтобы очистить целевой объект от скрывающей его «соломы», потребовалось усложнить описание всей среды, разработать методы, позволяющие разгребать весь «стог» с анализом их свойств и, в частности, вопросов устойчивости и единственности.



Предлагаемые методы первоначально имели простую структуру. Как правило, они представлялись линейными преобразованиями, обеспечивающими накопление данных или их пересчеты. Их основной направленностью являлось выделение целевых сигналов и построение по ним образов изучаемой среды. Уже на этом уровне возникали задачи, обладающие частным и общим характером. Например, требовалось выделить конкретный целевой сигнал, который должен соотноситься с общей моделью среды. Выделяемые сигналы могли обладать неизвестной формой и быть перекрыты значительными помехами регулярной и нерегулярной природы. Поэтому требовалось решать вопросы соотнесения методов обработки с модельными представлениями о структуре исходных данных. Очевидно, что подобные ситуации возникают и в других областях исследований, не имеющих прямого отношения к сейсморазведке. Одной из таких молодых наук, не обладающей четко отпределенными моделями, в начале XX столетия являлась генетика. Поэтому в ней были найдены интересные подходы к анализу подобных ситуаций, и эти подходы полезно применять в сейсморазведке.

По мере развития возникло понимание, что определения одних только структурных элементов среды еще недостаточно для изучения процессов, которые в ней происходят. Тогда пришло осознание того, что простые акустические модели и базовые построения геометрической оптики не дают точного представления о реальной среде. Введение усложненных неоднородных упругих моделей формально должно было уточнить определяемые характеристики среды. Однако оно существенно усложнило процесс обработки и интерпретации сейсмических наблюдений. Здесь потребовалось расширение получаемой информации. Это способствовало пониманию того, что времена и амплитуды регистрируемых сигналов недостаточны для описания сложных сред. Таким образом, возникла необходимость в изучении формы сигналов и ориентации методов обработки на сохранение их динамических особенностей.

Одновременно развивались и способы получения сейсмической информации. В результате ее объемы становились гигантскими, что предвосхищало современные проблемы больших данных и облачных технологий. Так постепенно приходили к современным задачам



сейсморазведки, где сложность реальных сред, их высокая пространственная неоднородность по геологическим, физическим, петрофизическим и многим другим характеристикам определяют сложность и неоднородность получаемой информации, структура и вид которой определяются различными процессами и факторами, формирующими получаемые данные. Однако самым существенным является то, что геофизики не обладают полным знанием и возможностями контроля всех характеристик, определяющих исследуемые величины. Это, в частности, относится к условиям возбуждения и приема сейсмических колебаний, а также к среде, через которую они распространяются. Кроме того, неполностью определены и законы, по которым происходит взаимодействие распространяющихся колебаний со средой.

Об этой книге. Геофизика – молодой растущий организм. За этим всегда интересно наблюдать. Поэтому здесь на примере развития двух преобразований показано, как из эвристических идей с использованием математических инструментов выстраивается новая технология, позволяющая решать сложные задачи. Возможно, некоторые части книги будут не совсем понятны или трудны для восприятия. Вину за это автор полностью берет на себя и будет благодарен за все вопросы, критические замечания и комментарии.

О тех, кто меня окружал. Мне повезло оказаться со студенческой скамьи в одном из ведущих научных центров – Новосибирском Академгородке, учиться в Новосибирском государственном университете. Здесь, кроме прекрасных математиков и физиков, которые читали нам лекции, преподавали выдающиеся геофизики мирового уровня: А.С. Алексеев, С.В. Гольдин, А.А. Кауфман, С.В. Крылов, М.М. Лаврентьев, А.В. Тригубов, Э.Э. Фотиади и многие другие. После окончания университета – работа в академическом Институте геологии и геофизики СОАН СССР в отделе сейсмических исследований, которым руководил Н.Н. Пузырев, ставший академиком, в лаборатории математических методов геофизики С.В. Гольдина, который также стал академиком в области геофизики. В начале научной деятельности мне посчастливилось общаться с одними из основателей советской геофизики: И.С. Берзон, Ф.М. Гольцманом и И.И. Гурвичем. Поэтому в первую очередь хочется выразить глубокую благодарность своим учителям. Особенно благодарен моему Учителю С.В. Гольдину, научив-



шему видеть всю сложность и многообразие геофизических задач и показавшему дорогу, которая приводит к их решению.

Общение с прекрасными специалистами и глубокими исследователями в различных областях геофизики: А.Г. Авербухом, Ю.Н. Антоновым, В.М. Глоговским, Г.Н. Гогоненковым, А.Д. Дучковым, С.А. Кацем, К.Д. Клем-Мусатовым, И.А. Мушиным, И.Р. Оболенцевой, В.Н. Страховым, В.Н. Трояном, Л.А. Табаровским, И.С. Чичининым и многими другими научило меня методам исследований и научному подходу в решении геофизических задач. Вместе со мной росли и развивались будущие выдающиеся геофизики мирового класса: Е.И. Гитерман, А.Ф. Глебов, Г.М. Голошубин, Ю.А. Дашевский, В.И. Добринский, В.И. Кузнецов, Е.И. Ланда, А.Г. Мадатов, Б.Г. Михайленко, С.Н. Птецов, В.С. Селезнев, Д.И. Судварг, А.П. Сысоев, В.Г. Черняков, М.И. Эпов, с которыми мы вместе овладевали знаниями геофизической науки. Благодаря участию в организации летней школы-семинара С.В. Гольдина и общению с молодыми учеными, ставшими известными исследователями у нас в стране и за рубежом (это Э.А. Бляс, В.И. Вингалов, С.А. Гриценко, В.П. Ковалев, В.Г. Пашков, В.-А.И. Середя, Алексей Стovas, Ю.К. Тяпкин, С.Б. Фомель и многие другие), были приобретены те знания и исследовательский опыт, которые они мне передали.

В моих исследованиях большую помощь оказали сотрудники нашей лаборатории: В.В. Бузлуков, Т.В. Курдюкова, Т.В. Нефедкина, Ю.А. Орлов, И.С. Шеломов, а также мои студенты: Н.А. Рачковская, Bruno Jose Vicente, Н.А. Горевчев.

При проведении исследований с реальными данными были реализованы многие идеи с помощью руководителей и сотрудников производственных организаций: А.М. Брехунцова, Л.Ш. Гиршгорна, А.С. Ефимова, Ю.М. Ильина, И.С. Муртаева, Л.Д. Слепокуровой, С.Н. Смолина, Г.Н. Яшкова и многих других геофизиков-практиков.

Сотрудничество с зарубежными компаниями и университетами, а также общение с замечательными российскими и иностранными учеными многое привнесло в исследования и постановку задач, рассматриваемых в настоящей работе. Среди этих ученых особенно хочется отметить Ханса Хелле (Hans B. Helle), Бьерна Урсина (Bjorn Ursin), Джона Клаербоуга (Jon F. Claerbout), Ванг Су (Wang Su), Джалма



(Soares Filho Djalma), Вячеслава Прийменко. Благодаря им удалось ознакомиться с организацией исследований в научных центрах международных нефтегазовых компаний и приобрести опыт подготовки специалистов-геофизиков в зарубежных университетах.

Большую часть этой книги прочитали М.Л. Владов, Б.М. Каштан, И.К. Кондратьев и Г.А. Шехтман с замечаниями и правками, за что им специальная благодарность.

Таким образом, настоящая книга и результаты приведенных в ней исследований принадлежат не только автору, но и всем коллегам, с которыми удастся общаться уже более сорока пяти лет. При ее подготовке к публикации большим стимулом было желание представить и сохранить память о выполненных общих исследованиях.

Mac'aе, Дубровицы, Новосибирск

ВВЕДЕНИЕ

В1. Рассматриваемые нелинейные преобразования

В1.1. Целесообразность преобразований при обработке сейсмических данных

Обсуждение этого вопроса, как и вопроса о том, каким образом нелинейные преобразования могут быть введены в стандартные процедуры обработки сейсмических данных, было одной из целей работы. Для этого необходимо привлечение внимания геофизиков-исследователей к активному использованию нелинейных преобразований при анализе реальных сейсмических данных. Здесь важно продемонстрировать то, что несмотря на большую сложность при разработке таких процедур, по сравнению с линейными преобразованиями, их эффективность при решении реальных задач может быть достаточно высокой. Возможная эффективность нелинейных преобразований связана с тем, что реальные сейсмические наблюдения представляют собой сложный информационный объект. Их структура и вид определяются различными процессами и факторами, формирующими получаемые данные. Самым же существенным является то, что у нас нет полной информации обо всех характеристиках, определивших их величины. Как следствие, появляется необходимость в использовании множества процедур различной направленности и назначения при анализе и интерпретации наблюдений. Они преобразуют исходные сейсмические данные и позволяют выявлять или устранять в них различные особенности.

Значительная часть используемых процедур направлена на выделение некоторого типа информации, отвечающей определенным моделям,



в рамках которых может быть произведена последующая интерпретация полученных данных. Как правило, подобные процедуры существенно упрощают структуру исходных наблюдений, позволяют приблизить их к модельным представлениям об изучаемой среде. Это естественным образом связано с желанием вложить данные в имеющиеся модельные представления, хотя очевидно, что в таком подходе может скрываться опасность потери полезной информации или ее искажения. Один из наиболее ярких примеров такого преобразования – процедура направленного суммирования сейсмических трасс, которая обычно используется для выделения сигналов определенной природы с фактическим уничтожением других типов сигналов.

Применение обрабатывающих процедур с целью упрощения исходных данных, несмотря на все известные недостатки, приводит к наиболее приемлемым для интерпретации результатам. Именно упрощенные сейсмические наблюдения используются в дальнейшем при решении практических задач. Таким образом, подобные процедуры, выступающие в роли значительного регуляризирующего элемента, обеспечивают решение задач по определению параметров и характеристик реальных сред.

Очевидным следствием направленного и регуляризирующего воздействия процедур, применяемых при обработке сейсмических данных, является необходимость их исследования. Детальное изучение свойств и характеристик процедур создает условия для их эффективного использования при решении различных задач. Вероятно, простота свойств, которая характерна для линейных преобразований, определила их широкое применение при обработке сейсмических материалов, обладающих значительными объемами и высокой сложностью. Свойства линейных преобразований хорошо изучены. Они рассматривались в работах таких выдающихся геофизиков, как Ф.М. Гольцман, С.В. Гольдин, С.А. Кац, С.А. Нахамкин, И.К. Кондратьев, М.Б. Раппопорт, Е.А. Robinson, S. Treitel, M. Bath, O. Kolhanek, R. Stolt и многих других. Как правило, реализация соответствующих процедур на современных компьютерах не вызывает сложностей и позволяет выполнять процесс обработки данных с высоким быстродействием.

В то же время известные преимущества линейных преобразований не могут обеспечить всей полноты, необходимой при обработке



исходных сейсмических данных. Это связано со многими причинами. Укажем только на некоторые из них.

1. Использование линейных преобразований часто требует упрощенного представления о структуре и свойствах исходных наблюдений. Так, в процедурах направленного суммирования предполагается неизменность формы сейсмического сигнала, наблюдаемого на различных трассах.

2. Эти преобразования являются достаточно примитивным инструментом, обеспечивающим решение задач в узких модельных предположениях. К примеру, приходится опираться на предположение о том, что сейсмическая трасса представляет собой свертку некоторого сигнала с импульсной характеристикой среды.

3. Часто их применение удлиняет решение задачи, сводя его к многошаговым процессам. На каждом из шагов возникает потребность в упрощении моделей и регуляризации решения задачи. В результате происходит значительная потеря информации. Например, при коррекции только временных статических поправок без учета изменения формы сигнала требуется использовать деконволюцию исходных импульсов, чтобы минимизировать изменение формы сигнала, и предполагать, что сейсмические сигналы могут приобретать только вариации во временах приходов за счет изменений условий возбуждения и приема.

4. Существенным для практики может оказаться также и то, что не всегда удается построить линейное преобразование, отвечающее рассматриваемой модели или цели, которая должна быть достигнута в процессе соответствующей линейной процедуры. Тогда возникает потребность в изменении модели или цели, что может, очевидно, приводить к ухудшению результатов, получаемых по реальным данным. Простым примером может служить процедура группирования сейсмоприемников. Она, несомненно, улучшает качество выделения сигналов, но при этом ухудшается качество их спектральных характеристик, так как при группировании не учитываются изменения формы сигналов, связанные с различными точками приема.

Самым существенным, однако, является то, что линейные преобразования часто не могут принципиально решить поставленную задачу и обеспечивать технологичность обрабатываемых данных. Например, когда ставится задача выделения различных составляющих из наблю-



даемого волнового поля, то приходится осуществлять некоторые дополнительные нелинейные преобразования над данными в процессе их обработки. Так, указанное выше направленное суммирование исходных сейсмических трасс, используемое, в частности, для выделения отраженных продольных волн и построения временных разрезов, содержит нелинейное искажение формы сигнала. Это связано с вводом кинематических поправок, спрямляющих годограф отраженных волн, в процессе построения суммотрасс. Одним из отрицательных моментов ввода кинематических поправок считается увеличение периода отрезка синусоиды. В литературе указанный эффект хорошо изучен и известен как растяжение импульса или «the 'stretching effects' of normal-moveout (NMO) correction» [150]. Как результат получается понижение частоты результирующего сигнала на временном разрезе, который используется затем для определения параметров среды. Такое изменение динамических характеристик сигналов может незначительно сказываться на определении структурных и скоростных параметров общей модели среды. Однако оно может быть очень существенным при оценивании локальных характеристик модели среды, к примеру, при оценивании параметров тонкослоистых объектов.

Для уменьшения указанного нелинейного эффекта на практике перед реализацией процедуры суммирования используется деконволюция наблюдаемых сейсмических сигналов, которая уменьшает их длительность. В результате улучшаются геометрические образы макромоделей среды, но происходит потеря информации о динамических особенностях наблюдаемых сигналов. Таким образом, для устранения некоторого нелинейного эффекта используется опять же нелинейное преобразование, приводящее как к положительным, так и отрицательным результатам.

Указанные причины, а также многие другие являются основой для дальнейшего совершенствования процессов обработки сейсмической информации. Значительный интерес при этом могут представлять исследования, направленные на построение и изучение свойств нелинейных преобразований сейсмических данных. Здесь важно осознать, что *нелинейные преобразования могут выступать не только как часть некоторых процедур обработки, дающая дополнительные нежелательные искажения, но и как самостоятельные процедуры, позволяющие наиболее эффективно решать определенные задачи.* Такое



возможно, когда данные преобразования строятся исходя из потребностей решаемой задачи и лучше отвечают моделям эксперимента и среды. Тогда удастся достигать существенного положительного эффекта при их использовании. Примеры таких преобразований рассматриваются в предлагаемой книге.

В1.2. Использование нелинейных преобразований

Необходимо отметить, что изучаемые нами задачи не относятся к общему анализу характеристик нелинейных систем, так как это представляет собой несколько иную область исследований. Кроме того, в дальнейшем не рассматриваются нелинейные преобразования, которые могут возникать при рассмотрении взаимодействий сейсмического сигнала со средой. Таким образом, *в работе внимание сосредоточено только на математических, алгоритмических и прикладных аспектах использования нелинейных преобразований над наблюдаемыми данными*. Подобные преобразования достаточно широко распространены в различных областях науки и техники (примеры имеются в большом количестве книг, начиная с работ Гансалеса и Деча [41, 53]). Их активному использованию способствовало появление современных вычислительных устройств. Очевидно, что они могут обладать бóльшим разнообразием, чем линейные преобразования. В основе таких преобразований могут лежать как простейшие критерии, устраняющие аномальные значения в полученных данных, так и некоторые модификации линейных преобразований посредством введения в них отдельных нелинейных элементов.

Успешного практического использования таких преобразований в различных областях науки и техники достаточно много. Так, использование даже простейших методов нелинейной обработки фотоснимков позволяет существенно улучшать их качество [136]. Формально нелинейным будет являться дискретное преобразование Фурье в том случае, когда при оценивании спектра короткого сигнала используется весовое окно для его «вырезания» [175, 135], которое изменяет спектр целевого сигнала, сглаживая его спектром окна. Нелинейные преобразования сигналов активно используются в оптике, рентгенографии, радиотехнике, электротехнике, приборостроении, локации, медицине и т. п. (см. например, [140, 172, 58, 123, 83, 265, 22, 182, 193, 194, 289]).



В их основе часто лежат приближенные методы нелинейной теории колебаний, использующие метод малого параметра (см. например, [111]), а также современные методы спектрального анализа.

Хорошо известно, что любые нелинейные преобразования обладают как преимуществами, так и недостатками по сравнению с линейными преобразованиями. Свойства различных нелинейных преобразований, а также их сопоставление с соответствующими линейными преобразованиями даны в различных книгах. Кроме указанных выше, можно привести работы [11, 18, 40, 81, 143].

Главным преимуществом нелинейных преобразований является их исключительно высокая эффективность, когда данные отвечают модельным предположениям, в рамках которых преобразование было создано. В таких случаях часто только нелинейное преобразование позволяет получить решение поставленной задачи. Поэтому для таких преобразований особенно актуально отмеченное в первом разделе целенаправленное или квалифицированное применение процедур, построенных на их основе. Именно в этом случае достигаются наибольшие эффекты от использования таких процедур.

Одним из существенных недостатков нелинейных преобразований является сильная зависимость их результатов от уровня случайных (стационарных, нестационарных) или регулярных (модельных) помех, присутствующих в наблюдениях. Это приводит, как правило, к высокой неустойчивости результатов, получаемых на основе применения соответствующих процедур на практике при работе с реальными данными. Вследствие этого появляется необходимость детального исследования свойств нелинейных преобразований при различном уровне помех и определения критических пороговых значений для каждого из рассматриваемых преобразований.

Высокая направленность на решение конкретной задачи – еще один важный аспект, представляющий как положительные, так и отрицательные стороны использования процедур, основанных на нелинейных преобразованиях. Как результат, получаем, что их применение для сейсмических материалов, которые соответствуют заложенным в процедуры предположениям, обеспечивает высокую эффективность решения поставленной задачи. Напротив, использование таких процедур при нарушении соответствующих предположений приводит к существенным ошибкам в получаемых решениях. Поэтому важным является



учет ограничений и предположений, которые были использованы при построении соответствующих процедур. Элементарным примером может служить автоматическая регулировка амплитуд. Использование этой нелинейной процедуры может давать как положительный, так и отрицательный эффект. С ее помощью мы можем усилить сигналы, амплитуда которых мала на больших удалениях в связи со значительным расхождением фронта распространяющейся волны, но одновременно она может усилить фон помех и исказить форму анализируемого сигнала.

Указанные особенности нелинейных преобразований делают актуальными и существенными для их практической реализации научные исследования по изучению свойств как самих преобразований, так и построенных на их основе процедур.

Таким образом, *нелинейные преобразования сейсмических данных могут представлять собой достаточно интересный и практически значимый объект научных исследований.* При этом возникающие задачи часто обладают большей сложностью, чем те, что присутствуют при рассмотрении линейных преобразований. Кроме того, круг таких задач существенно шире. Например, при исследовании устойчивости нелинейного преобразования мы не можем остановиться только на малых вариациях параметров или мешающих компонент, так как это свойство может существенно зависеть от отношения сигнал/помеха или величин вариаций параметров. Кроме того, свойства всего преобразования могут определяться видом сигнальных составляющих и соотношением их амплитуд, что определяет формируемый сигнал на выходе нелинейной процедуры.

Конечно, можно указать основные проблемы, которые должны рассматриваться при построении и анализе нелинейных преобразований, а также некоторые общие подходы к их решению. Однако при рассмотрении каждого конкретного преобразования требуется выполнить отдельные исследования по кругу задач, характерному именно для данного преобразования. Поэтому *в предлагаемой работе представлены исследования, относящиеся к двум фиксированным нелинейным преобразованиям, которые построены с использованием спектральных разложений наблюдаемых сейсмических сигналов.* Несмотря на такую конкретность и узкую направленность представленных исследований, они могут служить примером некоторого общего подхода к построению



и исследованию нелинейных процедур, используемых при обработке реальных сейсмических данных.

О значимости таких построений и исследований говорит тот факт, что оба рассматриваемых преобразования представляют собой два достаточно новых направления в развитии технологии сейсмической обработки данных. Так, на ежегодном конгрессе Европейской ассоциации геофизиков исследователей (EAGE) во Флоренции в 2002 году две крупнейшие мировые геофизические компании CGG и Slumberge объявили нелинейную декомпозицию спектров «революцией в обработке сейсмической информации».

Итак, общей чертой рассматриваемых в дальнейшем нелинейных преобразований является использование спектральных разложений в качестве их основного элемента. В какой-то мере это является традиционным подходом при обработке сейсмической информации. Традиционность использования спектральных разложений при построении преобразований сейсмических наблюдений вполне оправданна, учитывая квазигармоническую структуру регистрируемых сигналов [12, 83, 134]. В связи с этим *актуальными представляются исследования, показывающие, каким образом использование традиционных преобразований может быть совмещено с нелинейными аспектами.* Так, в первом из рассматриваемых преобразований в качестве основы выступает линейное преобразование Фурье, которое дополняется нелинейными элементами в виде операций: умножения на функцию «временного окна» и логарифмирования спектров. В случае второго преобразования используется нелинейный метод Прони, определяющий разложение рассматриваемых сигналов в сумму затухающих гармоник. При этом спектральное разложение понимается в современном смысле как разложение или декомпозиция исходного сигнала по некоторой системе базисных функций или векторов.

Таким образом, в зависимости от целевого назначения нелинейные преобразования вполне могут содержать традиционные подходы, которые дополняются нелинейными элементами, учитывающими специфику решаемых задач. Тогда существующие линейные преобразования сейсмических данных могут «немного» изменяться с помощью нелинейных элементов с учетом особенностей рассматриваемых задач и используемых моделей. В таком подходе имеется несколько положительных моментов. Во-первых, достигается большая направленность



процедур, создаваемых на основе данных преобразований, что способствует повышению качества решения задач. Во-вторых, упрощается анализ построенных нелинейных преобразований с учетом имеющихся знаний о линейной составляющей преобразования. В-третьих, не столь значимо могут изменяться устойчивость и другие важные характеристики преобразования по отношению к помехам различного рода, которые присутствуют в реальных наблюдениях. В-четвертых, упрощается восприятие геофизиками-практиками построенных процедур, что очень важно для практического использования и интерпретации полученных результатов.

В1.3. Общая характеристика изучаемых преобразований

Остановимся на главных особенностях нелинейных преобразований, рассматриваемых в работе. Начнем с первого преобразования, связанного с декомпозицией формы сигнала и волнового поля на составляющие, учитывающие характеристики реального сейсмического эксперимента и среды. Преобразование строится в рамках эвристических моделей, предложенных И.И. Гурвичем в 1970 году [49]. В их основе лежит идея аппроксимации сложных процессов, определяющих формирование динамических особенностей отраженных волн, последовательностью линейных фильтров. Такие фильтры были соотнесены И.И. Гурвичем с несколькими значимыми областями среды, которые могут давать наиболее существенные изменения в форме регистрируемого отраженного импульса. Каждый из рассматриваемых фильтров представлял собой некоторую интегральную характеристику тех процессов, которые происходят в достаточно больших областях среды. К таким областям он относил: области возбуждения и приема сейсмических сигналов, области среды, через которые проходит сигнал до отражающего объекта и обратно, а также область, где происходит формирование отраженного сигнала. В результате форма отраженного сигнала, пришедшего от фиксированной сейсмической границы, могла быть представлена моделью, содержащей несколько операторов свертки, т. е. имеющей мультипликативный сверточный характер.

Несмотря на всю феноменологичность указанных мультипликативных моделей, они хорошо понимались геофизиками и оказались удобными для описания основных изменений динамики сейсмических



волн, наблюдаемых в полевых условиях. Предложенная модель хорошо «вписалась» в многократные системы наблюдения, которые к тому времени стали широко использоваться в реальных сейсмических экспериментах. Кроме того, она обобщала, с точки зрения динамической обработки и интерпретации сейсмических данных, существующую модель статических временных поправок, которая использовалась при кинематической интерпретации (см., например, [107, 272, 268]). Важность процедур учета и коррекции поверхностных неоднородностей хорошо известна всем геофизикам, имеющим дело с реальными сейсмическими наблюдениями, а различные варианты таких процедур входят составными элементами во все обрабатывающие комплексы программ.

Очевидно, что проблема учета поверхностных неоднородностей особенно существенна для наземных сейсмических исследований, проводимых в областях со сложными геолого-морфологическими особенностями верхней части среды (ВЧС). В частности, она носит кардинальный характер для районов Западной и Восточной Сибири. Но даже для относительно простых в этом отношении морских работ вариации формы сейсмического сигнала, связанные с неоднородностью и изменчивостью условий возбуждения и приема, могут быть значительными. Наш опыт показывает, что уже вариации значений амплитуд при морских исследованиях могут составлять десятки процентов. Такая вариабельность исходных записей не только ухудшает качество обработки материала различными относительно простыми линейными процедурами, но фактически делает невозможным использование сложных алгоритмов динамического анализа, в частности решение обратных динамических задач при работе с реальными данными. Возможным решением проблемы является постановка специальных работ для детального изучения верхней части разреза (ВЧР) и осуществление тщательного контроля всех условий возбуждения и приема сейсмических колебаний. Однако такой подход требует огромных дополнительных затрат и достаточно сложен в реализации с точки зрения технологии. Кроме того, даже он не может обеспечить полного учета всех возможных вариаций формы сигналов, связанных с областями возбуждения и приема.

Далее (в главах 3–5) будет показано, как на основе мультипликативных факторных моделей может быть получено некоторое достаточное



для практических целей решение задачи учета изменений формы сейсмических сигналов за счет изменчивости ВЧР [32]. При этом осуществляется относительно простой переход к линейной факторной модели посредством логарифмирования спектральных характеристик участков сейсмических трасс и последующее решение соответствующей системы линейных уравнений. Такой путь позволяет получить форму нелинейного оператора, обеспечивающего оптимальное выделение составляющих линейных фильтров, определяющих локальные характеристики зон возбуждения и приема сейсмических колебаний. На основании выделенных составляющих могут быть построены обратные фильтры, обеспечивающие корректировку соответствующих неоднородностей и позволяющие привести исходные данные к более однородным поверхностным условиям [124]. Именно в этом и состоит суть поверхностно согласованной деконволюции [273, 260, 208, 160]. Следует отметить, что патент на поверхностно согласованную деконволюцию «Surface consistent minimum-phase deconvolution» был получен в США только в 1992 году, т. е. более чем через 20 лет после начала исследований в этой области.

Настоящий подход позволяет выделять не только указанные составляющие, характеризующие условия возбуждения и приема, но и осуществлять разделение спектральных или импульсных характеристик рассматриваемых сигналов на совокупность отдельных фильтров, среди которых имеются и те, что отвечают целевым отражающим объектам [34, 91]. Таким образом, он представляет собой нелинейную декомпозицию наблюдаемого волнового поля [216, 78, 79, 80, 219]. Подобное преобразование может быть выполнено как с целью анализа отраженных, так и головных волн [94]. Его можно эффективно использовать для выделения динамических особенностей, относящихся к малоамплитудным разрывным нарушениям [93]. Наибольший интерес декомпозиция формы исследуемых сейсмических сигналов, выполняемая с использованием такого преобразования, может представлять для подготовки исходных данных при решении обратных динамических задач. В частности, она открывает возможности для осуществления перехода от решения трехмерных задач для полной модели среды к локальным одномерным задачам по отношению к целевым объектам [74, 218]. С учетом важности данного подхода для решения различных



задач сейсморазведки в дальнейшем будет уделено много внимания возможностям его практической реализации.

Как уже указывалось выше, каждое нелинейное преобразование может обладать специфическими характеристиками, требующими углубленного изучения. Такие характеристики присущи и многомерной гомоморфной фильтрации. Среди них можно отметить достаточно сложную зависимость свойств оценок выделяемых спектральных или импульсных характеристик от исходного отношения сигнал/помеха в области анализируемых сигналов. Кроме того, важной особенностью этих преобразований является требование однозначного определения фазовых спектров обрабатываемых интервалов трасс, что является непростой задачей в случае сложных волновых картин и присутствия различного рода помех. Более подробно на этих и других особенностях данного преобразования остановимся в главах 3 и 4.

Второе из рассматриваемых в книге нелинейных преобразований связано с проблемой анализа частотно-зависимых вариаций в отклике среды на сейсмическое воздействие. В настоящее время наблюдается большой интерес к исследованиям подобного рода. Есть несколько причин у такого интереса. Отметим две из них, которые имеют практическую значимость. Во-первых, эти вариации могут служить качественным признаком при поиске месторождений нефти и газа, а также давать возможность анализировать изменение характеристик нефтепромысловых объектов в процессе их разработки, опираясь на результаты 4D-сеймики. Во-вторых, возможное изменение частотного состава отраженных сигналов с перераспределением спектрального состава может указывать на нелинейные процессы, происходящие при взаимодействии упругих колебаний с флюидонасыщенной средой, что также может быть существенным признаком при поисковых и промысловых работах. Более подробно о частотно-зависимых вариациях в отклике среды рассмотрено в главе 7, а об истории этих исследований – в разд. 7.1.1.

Важным моментом при решении задач частотного анализа сейсмических отраженных сигналов является выбор преобразования, используемого для проведения данного анализа. В настоящее время существует достаточно обоснованное понимание ограниченных возможностей преобразования Фурье при решении указанных задач. Дело в том, что преобразование, которое лежит в основе стандартного спектрального



анализа, дает хорошие результаты при общем анализе гармонических компонент, имеющихся в наблюдениях, когда требуется изучение длительных временных или пространственных процессов. Его использование может оказаться успешным, если при решении задачи целесообразно перейти в спектральную область. В частности, такой переход выполняется при рассмотрении мультипликативных факторных моделей.

Однако при непосредственном использовании преобразования Фурье для изучения гармонических составляющих и их характеристик у коротких реализаций изучаемых процессов или сигналов не удастся достигнуть достаточного разрешения как во временной, так и в спектральной области. Этому имеется много причин. Например, известно, что использование дискретного фурье-преобразования для усеченных по времени сигналов приводит нас к эффекту «окна» и к эффекту дискретизации, которые искажают информацию о спектре сигнала и не дают возможности обеспечить высокую разрешенность в спектральной области для гармонических компонент [12, 134, 61, 83]. Использование специальных «окон» улучшает оценивание спектров [175, 54, 90, 250], но не дает полного решения указанной проблемы. Кроме этих двух причин хорошо известны и другие, которые ограничивают применение преобразования Фурье в указанных задачах. Вероятнее всего одной из главных причин здесь является несоответствие между изучаемыми сигналами и бесконечными периодическими функциями (синус и косинус), которые лежат в основе данного преобразования. Именно это определяет многие проблемы традиционного спектрального анализа коротких сигналов и способствует активному развитию современных методов спектрального анализа.

Существенными для анализа реальных сейсмических сигналов являются следующие моменты. Отраженные сигналы, несущие информацию о целевых объектах, часто обладают небольшой длительностью (обычно до 100 мс) и достаточно высоким затуханием, что приводит к наличию у этих сигналов не более двух-трех значимых периодов. Кроме того, информация о точном временно-пространственном расположении таких сигналов часто отсутствует. Стремление к нахождению преобразований, которые лучше отвечают небольшой длительности сигналов, обладающих произвольным временно-пространственным положением, привело к появлению вейвлет-анализа [179, 170]. В его



основе лежат короткие функции, обладающие временной (пространственной) и частотной локализацией, что дает лучшую аппроксимацию для коротких сигналов и позволяет точнее определять их гармонические компоненты.

К недостаткам вейвлет-анализа, которые проявляются при его использовании для изучения сейсмических сигналов, можно отнести излишний формализм во введении вейвлетов как базовых функций, не учитывающих специфику наблюдаемых сигналов. К настоящему времени предложены десятки возможных базовых вейвлет-функций. Это приводит к сложности в интерпретации получаемых результатов. Более близким к сейсмическим сигналам по структуре базовых функций является разложение Прони, которое использует представление сигнала в виде набора затухающих синусоид с четырьмя параметрами: амплитуда, частота, фаза и затухание. Оно было предложено французским инженером Гаспаром Рише, взявшим псевдоним барон де Прони, еще в 1795 году [171]. Такое разложение обладает целым рядом преимуществ по сравнению с преобразованием Фурье, в основе которого лежат незатухающие синусоиды, а также по отношению к формально вводимым вейвлетам. Главным среди них является то, что разложение Прони позволяет обеспечить существенно большую разрешенность как по временной, так и по пространственной переменной [61, 83]. Кроме того, оно дает дополнительную информацию о затухании исследуемых сигналов. Такая информация может служить основой для установления корреляционных связей между процессами поглощения/рассеивания сейсмической энергии, которые имеют место при прохождении сейсмических сигналов через изучаемую среду, и коллекторскими свойствами продуктивных пластов [190, 220, 154].

Разложением Прони можно построить нелинейный метод обработки и анализа сейсмических данных, который может быть назван прони-фильтрацией [99] по аналогии с обычной полосовой фильтрацией. Метод представляет собой селекцию компонент сигналов, которые получаются в процессе прони-разложения. В результате такой процедуры получается образ сейсмической трассы и анализируемого временного разреза, состоящий из затухающих синусоид, которые соответствуют заданным диапазонам частот и затуханий. Это обеспечивает высокое разрешение как по временной, так и пространственной переменной для



исследуемых компонент отраженных сигналов. Полученные в результате прони-фильтрации образы разрезов позволяют проводить исследование изменения отклика среды в зависимости от частотных компонент, содержащихся в отраженном сейсмическом импульсе, и получать характеристики затухания данных компонент. Высокая разрешенность дает возможность локализовать аномальные зоны поглощения и рассеивания сейсмической энергии (в зависимости от частоты), связанные с целевыми сейсмическими горизонтами. Анализ таких зон способствует лучшему пониманию свойств изучаемых горизонтов и позволяет делать прогноз перспективности этих зон как резервуаров углеводородов.

Отметим, что в настоящее время нелинейные способы фильтрации фактически отсутствуют в обрабатываемых сейсмических комплексах, хотя эти процедуры достаточно широко распространены в других областях науки и техники, о чем говорилось выше в разд. В1.2. Прони-фильтрация представляет собой принципиально новый подход к обработке и анализу сейсмических данных, поэтому потребовалось развитие и изучение свойств как самой процедуры [221, 241], так и методических приемов ее использования [100]. Проведенные исследования позволили создать как надежный и эффективный алгоритм прони-фильтрации, который обладает высоким быстродействием, так и развить новую технологию обработки и интерпретации сейсмической информации [104]. В главе 7 дано описание технологии и указаны области ее применения при обработке сейсмических материалов.

В2. Кратко об истории рассматриваемых проблем и подходов к их решению

В2.1. Появление и развитие мультипликативных факторных моделей. Многомерная гомоморфная фильтрация

Выше уже отмечалось (см. разд. В1.3), что впервые при анализе сейсмических наблюдений подобные модели использовались И.И. Гурвичем. Его первая работа, опубликованная в 1970 году [49], давала эвристическое описание процесса распространения сейсмического сигнала в среде, как прохождение через некоторый фильтрующий сейсмический канал, где имеется несколько последовательных фильтров.



На рис. В1 показана общая идея такого описания. Более подробное рассмотрение предложенной модели дано в разделе 1.2.

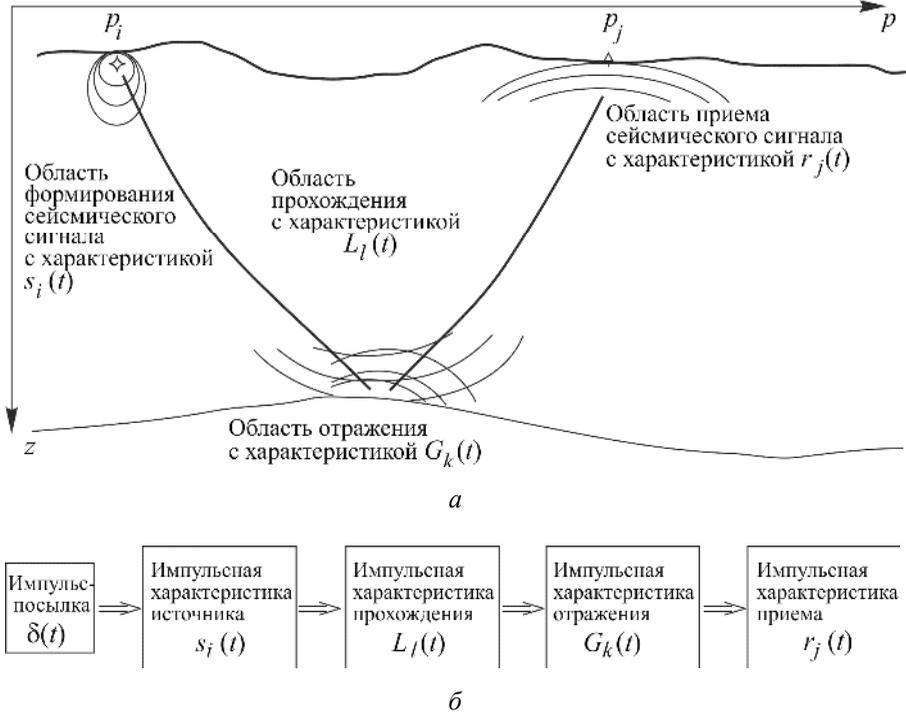


Рис. В1. Представление о распространении сейсмического сигнала в среде в виде последовательности линейных фильтров, характеризующих взаимодействие упругих колебаний с различными частями среды:

а – общая картина с выделенными фильтрующими областями; б – условный сейсмический канал, содержащий эти фильтры

Сама идея представления наблюдаемого сейсмического сигнала в виде свертки исходного импульса и некоторой импульсной характеристики среды была не нова. Она широко использовалась при разработке метода предсказывающей деконволюции (method of predictive deconvolution) в период с 1952 по 1957 год в США группой геофизического анализа (Geophysical Analysis Group), ярким представителем которой являлся Е. Робинсон [287, 258]. Затем этот подход активно



применялся при создании различных способов фильтрации и восстановления формы исходного сейсмического сигнала, а также при построении спектральных характеристик локальных объектов среды, в частности тонких слоев (см., например, [46]). Обоснованием модели свертки могут являться простые физические рассуждения, используемые при рассмотрении процессов прохождения плоских волн через среду с горизонтальными границами ([33], с. 21).

В отличие от предшествующих работ в модели Гурвича был один новый и очень принципиальный момент. Он заключался в том, что выделяемые фильтры увязывались с основными областями среды и сейсмического эксперимента, определяющими характеристики наблюдаемого сигнала. К ним относились области возбуждения и приема колебаний, отражения сейсмического сигнала и его прохождения через среду от источника до отражения и от отражения до приемника (рис. В1). Выделение указанных фильтров позволило представить сейсмический сигнал, распространяющийся в среде от произвольно расположенного i -го источника к j -му приемнику, в виде

$$W(p_i, p_j, t) = s(p_i, t) * r(p_j, t) * G(p_R, t) * L(p_D, t), \quad (\text{B1})$$

где $*$ обозначает оператор свертки по времени, а параметры p_i, p_j, p_R, p_D , задающие положение источника, приемника, отражения и расстояние от источника до приемника в пространстве, определяются x, y, z или локальной переменной p вдоль линии профиля. Импульсные характеристики $s(p_i, t), r(p_j, t), G(p_R, t), L(p_D, t)$ относятся к соответствующим областям среды. При этом $L(p_D, t)$ является характеристикой, включающей в себя все промежуточные воздействия, которые оказывает на сигнал среда по мере его прохождения от области источника до отражения, а затем до области приема. Возможность перестановки функций в операторе свертки позволяет менять порядок импульсных характеристик в данном выражении. Кроме того, импульсная характеристика источника $s(p_i, t)$ может рассматриваться в качестве исходного импульса, обладающего уникальными свойствами заданного источника, полученного в результате свертки исходного импульса посылки $\delta(t)$ с импульсной характеристикой соответствующей локальной области среды.



С учетом того, что координаты выделенных точек и расстояние источник–приемник могут быть однозначно определены своими номерами i, j, k, l , выражение (В1) можно представить в компактной форме:

$$W_{ij}(t) = s_i(t) * r_j(t) * G_k(t) * L_l(t). \quad (\text{В2})$$

Выделение указанных областей было условно. Но их фиксирование как основных элементов, определяющих характеристики реального сигнала, основывалось на большом практическом опыте, который был ранее получен при исследовании влияния различных параметров на форму регистрируемого сигнала. Например, занимаясь исследованиями формы сигнала, который формируется при взрывном источнике, И.И. Гурвич отметил [47, 48], что несмотря на большое количество таких параметров и сложную зависимость от них формы сигнала, главным являлось то, что все параметры относятся к достаточно локальной области, составляющей несколько метров. Подобное же характерно и для областей приема, свойства которых могут определяться большим количеством параметров, но все эти параметры носят локальный характер [113].

Локальность областей возбуждения и приема сейсмических колебаний, а также допущение о незначительной направленности характеристик источника и приемника, сразу приводят к мультипликативным факторным моделям (см. раздел 3.1), которые аналогичны представлению (В1). Очевидно, что пренебрежение характеристиками направленности допустимо только при рассмотрении отраженных сигналов от достаточно глубоких горизонтов и для относительно небольшой базы наблюдения. Такое ограничение первоначально ориентировало предлагаемую модель на анализ определенных типов сигналов, удовлетворяющих определенным условиям, в частности соотношению удаления источник–приемник и глубины до отражающей границы. Поэтому при переходе к другому типу сигналов потребовалось изменение модели. В главе 2 будет показано, каким образом строятся такого типа изменения, а также, как может быть устранено ограничение по удалениям источник–приемник.

Главное преимущество введенной модели по сравнению с общей моделью свертки исходного сигнала и импульсной характеристикой среды состояло в следующем. Она давала возможность оценить и



проанализировать вариации характеристик различных областей, в частности источника и приемника. При этом характеристики целевых областей, к которым относится и область отражения, могут быть очищены от вариаций, связанных с остальными областями. Кроме того, свойство локальности давало возможность строить эти характеристики для отдельных областей или условных точек профиля наблюдений, что повышало детальность и разрешенность получаемых оценок. Еще одним важным моментом, недооцененным на первых этапах развития рассматриваемого подхода, стало объединение двух типов задач, рассматриваемых при обработке сейсмических данных. Это задачи анализа времен прихода сигналов и задачи анализа амплитуд сигналов. Оба типа задач очевидным образом объединяются на уровне импульсных или спектральных характеристик.

Именно при рассмотрении задачи оценивания спектральных характеристик отдельных областей, сейсмического канала произошло дальнейшее развитие данного подхода. Первоначально предложенная модель использовалась для определения амплитудных вариаций сигналов [50], связанных с областями источника и приемника, и общей центральной точки отражения. Амплитудные вариации выбирались по следующим соображениям: они позволяли проанализировать динамические особенности сигналов. Кроме того, их использование переводило нелинейную модель сверточного типа в более простую нелинейную модель произведения амплитудных характеристик соответствующих областей. Если пренебречь случайными вариациями, то такую модель для амплитуд рассматриваемых сигналов можно записать в форме

$$A_{ij} = A_i^S A_j^R A_k^G, \quad (B3)$$

где A_i^S , A_j^R являются соответственно амплитудами сигналов в источнике и приемнике, а A_k^G является амплитудой отраженного сигнала от соответствующей общей центральной точки (ОЦТ) с $k = (i + j) / 2$, которая также именовалась общей глубинной точкой (ОГТ).

При рассмотрении многократных систем сейсмических наблюдений, когда имеются различные сочетания i и j , модель (B3) позволяла строить некоторые отношения между амплитудами сигналов, которые наблюдаются для различных источников и приемников. Такие отношения



устраняли часть нежелательных вариаций, выделяя заданную характеристику сигнала. Например, построив отношения амплитуд:

$$\frac{A_{12}A_{23}}{A_{13}A_{22}} = \frac{A_1^G}{A_2^G} \frac{A_3^G}{A_2^G} \quad \text{или} \quad \frac{A_{12}A_{31}}{A_{22}A_{21}} = \frac{A_1^S}{A_2^S} \frac{A_3^S}{A_2^S},$$

можно исследовать вариабельность амплитуды отражения или источника и сделать выводы о значимости таких изменений для анализируемых сигналов. Проводимые построения приводили к интересным следствиям. Во-первых, для оценивания вариаций заданной характеристики сигнала требовалось использовать не одно, а несколько определенных наблюдений. И.И. Гурвич называл такие совокупности наблюдений «ансамблями». Во-вторых, в процессе такого оценивания можно было определять только соотношения вариаций параметра, а не его абсолютную величину. Для определения абсолютных величин анализируемого параметра требовалось использование априорной информации. К примеру, если известно значение амплитуды отраженного сигнала A_2^G (например, в точке скважины) и его отношение к амплитуде первого отражения, то можно было определить амплитуду отраженного сигнала в третьей точке. Это позволяло использовать последующие комбинации наблюдений для определения значений амплитуды отраженного сигнала во всех последующих точках профиля.

Хотя предлагаемый подход к анализу вариаций амплитуд сигналов, наблюдаемых в реальном эксперименте, давал результаты, но он имел и ряд недостатков. Так, малые совокупности наблюдений, используемые при построении соотношений амплитуд, обладали малой помехоустойчивостью и не позволяли в полной мере воспользоваться многократностью систем наблюдений (уже в то время она достигала 24). Кроме того, подход не позволял глубоко исследовать свойства получаемых оценок параметров.

Одним из способов, который дает возможность устранить эти ограничения, является линеаризация исходной модели. Первоначально такая линеаризация была предпринята на основе классического разложения в ряд по малым вариациям параметров модели (В1) [51]. В то же время было очевидно, что подобная линеаризация используется формально и не является наилучшей. Поэтому был предложен другой способ линеаризации, основанный на переходе к логарифмам амплитуд



или спектральных характеристик рассматриваемых сигналов [32]. Тогда представление (B2) в лог-спектральной области записывается в форме

$$z_{ij}(\omega) = \alpha_i(\omega) + \beta_j(\omega) + \gamma_k(\omega) + \lambda_l(\omega), \quad (\text{B4})$$

где $z_{ij}(\omega)$, $\alpha_i(\omega)$, $\beta_j(\omega)$, $\gamma_k(\omega)$, $\lambda_l(\omega)$ являются комплексными логарифмами спектральных характеристик, которые соответствуют $W_{ij}(t)$, $s_i(t)$, $r_j(t)$, $G_k(t)$, $L_l(t)$, а ω – круговая частота.

Линеаризация модели Гурвича позволила обеспечить три очень важные вещи:

- 1) она объединила модели коррекции динамических особенностей сигналов с моделями коррекции временных статических поправок;
- 2) позволила использовать линейно алгебраический подход при решении соответствующих задач, что автоматически дало возможность объединять всю совокупность рассматриваемых наблюдений;
- 3) на основе линеаризованного представления удалось провести достаточно полное исследование свойств получаемых решений и оценок параметров.

Одновременно способ линеаризации модели, основанный на логарифмировании амплитуд или спектральных характеристик исходных наблюдений, приводил к многоканальной или многомерной гомоморфной фильтрации (см. разд. 3.1.2). Второе понятие более точно описывает вид возникающего преобразования, переводящего набор многоканальных сейсмограмм в набор импульсных характеристик, показывающих особенности различных частей среды. В многомерности гомоморфного преобразования заключались две очень существенные особенности. Они были связаны с необходимостью однозначного определения фазовых спектров рассматриваемых сигналов, участвующих в совместном оценивании параметров, и указывали на взаимодействие двух возможных компонент модели: полезной и мешающей.

Особенности исходной нелинейной модели, а также появившиеся особенности ее линеаризации привели к необходимости выполнения большого спектра исследований. Необходимо учитывать, что в то время не были еще опубликованы ставшие классическими результаты по проблеме коррекции временных статических поправок [272] и не сформировалось отношение к этой проблеме, как к линейно алгебраи-



ческой задаче [290]. Кроме того, только начинали появляться работы по использованию всего лишь одномерной гомоморфной фильтрации в области сейсмологии [282] и не было еще работ по блайнд-, или слепой, деконволюции [269].

Таким образом, на начальном этапе развития подхода к декомпозиции формы сейсмического сигнала, основанного на мультипликативных факторных моделях, необходимо было рассматривать достаточно широкий круг вопросов, связанных с этой проблемой. Здесь был получен целый ряд новых значительных результатов. Так, независимо от указанных работ было показано, что задачи коррекции статики разделения плоских волн, как и общие задачи декомпозиции мультипликативных факторных моделей, могут быть исследованы с использованием линейно алгебраических и графоаналитических подходов [88]. Были рассмотрены также вероятностные и статистические характеристики, получаемые при решении задач в лог-спектральной области [35], и вопросы однозначного определения фазовых спектров [90]. Результатом выполненных исследований был спектрально-статистический метод обработки сейсмограмм [34], который может считаться первым примером многомерной гомоморфной фильтрации. Он позволял разложить форму сейсмического сигнала на несколько мультипликативных составляющих, включающих характеристики источников, приемников и отражения от сейсмической границы. Это послужило основой разработки процедур коррекции формы сейсмических сигналов для реальных данных [124]. Можно отметить, что в США подобные модели начали рассматриваться существенно позже [273], как и методы поверхностно-согласованной деконволюции [260, 208]. Все указанные результаты далее будут подробно рассмотрены.

Дальнейшее развитие подхода к декомпозиции формы сейсмического сигнала потребовало расширения модельных представлений для фильтрующей характеристики среды $u^M(p_i, p_j, t|\mathcal{G})$. Дело в том, что в исходной модели Гурвича свертку двух импульсных характеристик $G(p_R, t)$ и $L(p_D, t)$ можно воспринимать как некоторую аппроксимацию для такой характеристики, т. е.

$$u^M(p_i, p_j, t|\mathcal{G}) \cong G(p_R, t) * L(p_D, t), \quad (\text{B5})$$



или в компактной форме

$$u_{ij}^M(t|\vartheta) \cong G_k(t) * L_l(t).$$

Здесь ϑ – набор параметров, определяющих модель среды. Такое приближение может быть хорошим только для формы отраженных сигналов, которые соответствуют достаточно небольшому классу моделей сред, например, когда покрывающая среда представляет собой однородный линейно-неупругий слой. Очевидно, что эти случаи для реальных сред бывают крайне редкими. Кроме того, указанное представление не использовало принципа взаимности, который должен выполняться для динамических уравнений теории упругости [10].

Еще одним важным аспектом являлось включение в модель помехи $\xi_{ij}(t)$, присутствующей в любом реальном эксперименте. Тогда, с учетом выражения (B2) и $u_{ij}^M(t|\vartheta)$, модель наблюдаемого сейсмического сигнала приобретает вид

$$y_{ij}(t) = W_{ij}(t) + \xi_{ij}(t) = s_i(t) * r_j(t) * u_{ij}^M(t|\vartheta) + \xi_{ij}(t),$$

где относительно помехи $\xi_{ij}(t)$ делаются некоторые предположения, а для $u_{ij}^M(t|\vartheta)$ используются различные аппроксимации.

Рассмотрение аппроксимационных задач в лог-спектральной области и применение принципа взаимности позволило ввести эффективное представление для описания фильтрующей характеристики среды [91]. В компактной форме оно выглядит как

$$u_{ij}^M(t|\vartheta) = g_k^{(0)}(t) * g_{k,l}^{(2)}(t) * \dots * g_{k,l}^{(2N)}(t), \quad (B6)$$

где $g_{k,l}^{(2m)}(t)$ являются некоторыми эффективными фильтрами, описывающими процессы распространения и отражения сейсмических сигналов. Данное представление с учетом мультипликативных факторов, характеризующих неоднородность условий возбуждения и приема, позволило впервые на практике подтвердить выполнение принципа взаимности для реальных сигналов [37].

Для прикладных аспектов существенным является следующее замечание. Хотя здесь и в дальнейшем часто при записи представления



$u_{ij}^M(t|\mathcal{G})$ в форме свертки некоторых эффективных фильтров их зависимость от параметров модели среды \mathcal{G} явно не указывается, но она всегда подразумевается. Имеющаяся зависимость позволяет использовать получаемые оценки соответствующих фильтров или их спектральных характеристик, в процессе многомерной гомоморфной фильтрации, для уточнения или нахождения значений неизвестных параметров \mathcal{G} , т. е. для решения обратных задач.

Введение эффективного представления (В6) показало возможность использования различных мультипликативных факторных моделей, ориентированных на рассматриваемые типы волн и решаемые задачи. Поэтому при рассмотрении вопросов обработки головных волн, наблюдаемых в многократных системах КМПВ [94], было предложено использовать другое описание для полезной компоненты:

$$u_{ij}^M(t|\mathcal{G}) = H_i^{(1)}(t) * H_j^{(3)}(t) * H^{(2)}(t, l_{ij}), \quad (\text{В7})$$

где $H_i^{(1)}(t)$ и $H_j^{(3)}(t)$ представляют собой импульсные характеристики среды прохождения от источника до точки возникновения головной волны и от точки отрыва головной волны от границы до приемника соответственно, а $H^{(2)}(t, l_{ij})$ описывает процесс распространения соответствующей головной волны вдоль границы. В основе этого представления лежала связь колебаний головной волны, построения для системы четырех наблюдений, расположенных определенным образом на обобщенной плоскости [71]. Использование таких моделей и построенных на их основе процедур пересчета позволили создать методы обработки головных волн, которые наблюдаются по многократным системам [122].

Еще одним примером мультипликативного представления $u_{ij}^M(t|\mathcal{G})$ была эффективная лучевая модель [78], имеющая форму

$$u_{ij}^M(t|\mathcal{G}) = A(\gamma_{ij}, \tau_{ij}) * T(\gamma_{ij}, t), \quad (\text{В8})$$

где $A(\gamma_{ij}, \tau_{ij})$ отвечает лучевому оператору, связанному с фиксированным лучом γ_{ij} , определяющим тип волны, а $T(\gamma_{ij}, t)$ является соответствующей импульсной характеристикой области отражения.



Все указанные представления опираются на совместное рассмотрение значительных совокупностей наблюдений. Их линеаризация может быть осуществлена путем перехода к логарифму спектра наблюдения или его отдельных частей. Поэтому использование таких представлений при обработке реальных данных приводит к различным видам многомерной гомоморфной фильтрации. На ее основе могут быть получены как отдельные характеристики сигналов, отвечающие определенным мультипликативным составляющим, так и их комбинации, характеризующие, к примеру, целевой объект или всю полезную компоненту сигнала.

Одним из наиболее очевидных приложений многомерной гомоморфной фильтрации является построение корректирующего оператора $R_{ij}(t) = s_i^{-1}(t) * r_j^{-1}(t)$, устраняющего неоднородность в условиях возбуждения и приема сейсмических колебаний. Однако для построения даже этого относительно простого оператора и обеспечения его устойчивости требуется решение достаточно большого числа различных задач, связанных в первую очередь именно с многомерностью рассматриваемой гомоморфной фильтрации. В книге уделено значительное внимание соответствующим задачам, в частности вопросам обработки больших совокупностей фазовых спектров и свойствам получаемых оценок мультипликативных факторов (см. главы 3 и 4).

*В2.2. Факторная декомпозиция формы сигнала
Ее переход в структурную декомпозицию поля
и решение локальных обратных задач*

Приведенные выше представления для $u_{ij}^M(t|\mathcal{S})$ в явной или неявной форме предполагали описание отдельных сигнальных составляющих, относящихся к определенным объектам волнового поля – волнам. В этом состоит преимущество и недостаток данного подхода, позволяющего разложить форму некоторого фиксированного сигнала на составляющие, выделив в ней те из них, которые могут представлять интерес. Таким образом, этот подход работает как очищающее устройство и микроскоп, дающий возможность сконцентрироваться на определенных особенностях волнового поля, связанных с различными элементами среды. Однако здесь необходимо учитывать, что все полу-



чаемые при этом оценки относятся к выделяемому сигналу и его особенностям. В частности, указанный выше корректирующий оператор $R_{ij}(t)$ будет наиболее эффективен по отношению к сигналам той природы, для которой выбиралось соответствующее представление, к примеру, продольным отраженным волнам. Относительно других типов сигналов оператор $R_{ij}(t)$ может быть малоэффективен или даже вреден.

Несмотря на указанное замечание, сам подход к декомпозиции формы сигнала на основе мультипликативных факторных моделей является достаточно конструктивным и перспективным. Выше (см. разд. В1.3) указывалась важность учета и коррекции условий возбуждения и приема при проведении сейсмических исследований. Такой учет удастся выполнять в рамках факторной декомпозиции. Так, при исследовании реальных данных морской сейсморазведки, относящихся к акватории шельфа Баренцева моря, с использованием процедур декомпозиции удалось учесть и компенсировать вариации амплитуд отраженных сигналов, составлявших десятки процентов [80]. Результат был воспринят с недоверием многими геофизиками, что указывало на ошибочность представлений о малой значимости таких вариаций.

Наши недавние исследования формы сигнала прямой волны, наблюдаемого в экспериментах с заглубленной косой [43] при выполнении высокоточных широкополосных акустических работ, подтвердили полученные ранее выводы о высокой изменчивости формы сейсмического импульса. Так, на рис. В2 показаны гистограммы, которые отвечали различным участкам профиля для одной из анализируемых частот спектра сигнала прямой волны. Видно, что даже для идеальных условий возбуждения и приема сейсмических колебаний в спектре сигналов присутствуют значительные изменения.

Имеющиеся вариации в спектрах наблюдаемых сигналов могут быть учтены и проанализированы с использованием модели (В1) и ее различных модификаций. Как уже отмечалось, существенным моментом всех представленных выше моделей является возможность их полной или частичной линейризации путем перехода к логарифмам спектральных характеристик интервалов трасс $y_{ij}(t)$, содержащих выделенные волны. После указанного способа линейризации любая



мультипликативная модель может быть представлена в обычной линейно-алгебраической форме:

$$\bar{z}(\omega) = \mathbf{A}\bar{\theta}(\omega) + \bar{\varepsilon}(\omega), \quad (\text{B9})$$

где $\bar{z}(\omega)$ – вектор исходных данных, которые являются логарифмами спектральных характеристик $y_{ij}(t)$; $\bar{\theta}(\omega)$ – вектор неизвестных параметров, обычно состоящий из логарифмов спектральных характеристик мультипликативных факторов; $\bar{\varepsilon}(\omega)$ – вектор помехи; \mathbf{A} – матрица, вид которой определяется видом модели и структурой системы наблюдений и не зависит от частоты.

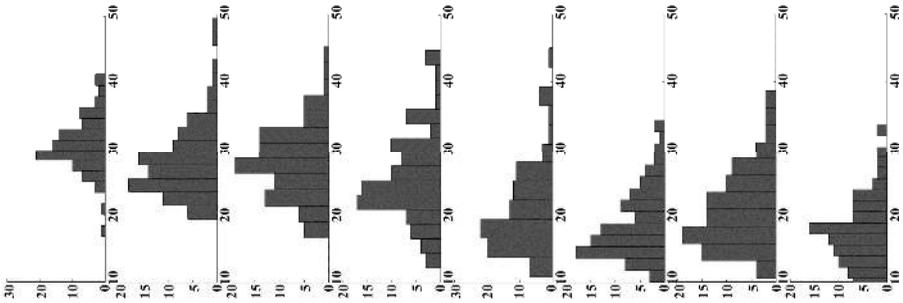


Рис. В2. Гистограммы, построенные по значениям спектра сигнала прямой волны на частоте 1523 Гц вдоль профиля наблюдений

На рис. Г1 (см. графическое приложение) представлены результаты факторной декомпозиции значений амплитудного спектра сигнала прямой волны, наблюдаемого на одном из анализируемых участков профиля*. При этом использовался линеаризованный вид модели, содержащий три фактора: источник, приемник и ОЦТ, т. е. $\alpha_i(\omega)$, $\beta_j(\omega)$, $\gamma_k(\omega)$. Для получения значений факторов на каждой из указанных частот выполнялось решение соответствующей системы (B9). В верхней части рисунка показаны полученные значения фактора источника (синий цвет), приемника (красный цвет) и ОЦТ (зеленый цвет). Полученные значения факторов свидетельствуют о существенных изменениях характеристики источника. Но более значительным

* Все цветные рисунки вынесены в графическое приложение, например: рис. Г1, рис. Г2 и т. д.



является изменение гистограмм, которые показаны в нижней части рисунка. Здесь для каждой частоты были построены гистограмма исходных нормированных значений спектров (справа) и гистограмма, получаемая после вычитания из исходных значений спектров оценок факторов (слева). Вторая гистограмма характеризует остаточную составляющую наблюдений, т. е. $\bar{\epsilon}(\omega)$, на каждой из рассматриваемых частот.

Важным аспектом при анализе свойств оценок параметров, получаемых в рамках линеаризованных моделей (В9), является факторная природа мультипликативных составляющих (см. разд. 1.1.3). Это сближает их с моделями дисперсионного анализа [141], позволяющими применять статистические подходы, разработанные Р. Фишером при генетических исследованиях [174]. О существенной значимости выделяемых факторов свидетельствуют изменения гистограмм (рис. Г1). Также при рассмотрении соответствующих моделей требуется учитывать уровень помех, присутствующих в реальном сейсмическом эксперименте, влияющий на изменение свойств компоненты $\epsilon(\omega)$ в выражении (В9) по отношению к характеристикам помехи $\xi(t)$ в исходном сигнале при применении операции логарифмирования. Кроме того, существенным оказывается влияние структуры системы наблюдений, используемой в процессе проводимого эксперимента. Исследованиям указанных особенностей уделено большое внимание в главах 3 и 4.

Выполненная линеаризация моделей позволяет воспользоваться методами современной линейной алгебры для исследования их свойств и построения эффективных алгоритмов оценивания входящих в них параметров. Существующие способы оценивания параметров в случае систем линейных уравнений позволяют построить оптимальный оператор выделения любой из компонент вектора $\bar{\theta}(\omega)$ или некоторой их совокупности вне зависимости от свойств помех. В общем виде любой из построенных операторов будет линейным, а получаемые на его основе оценки могут быть представлены в виде

$$\bar{\theta}^*(\omega) = \mathbf{H}\bar{z}(\omega), \quad (\text{В10})$$

где \mathbf{H} представляет собой определенную некоторым образом матрицу. Тогда интересующая нас составляющая линеаризованной модели (или фиксированная k -я компонента вектора $\bar{\theta}(\omega)$) может быть представлена как



$$\theta_k^*(\omega) = \sum_{l=1}^N h_{kl} z_l(\omega), \quad (\text{B11})$$

где h_{kl} – элементы матрицы \mathbf{H} , а $z_l(\omega)$ – компоненты вектора $\bar{z}(\omega)$. Это выражение позволяет нам представить получаемую в результате декомпозиции оценку спектральной характеристики любого мультипликативного фактора, входящего в соответствующую модель, в форме

$$F_k^*(\omega) = \exp\{\theta_k^*(\omega)\} = \prod_{l=1}^N \exp\{h_{kl} z_l(\omega)\} = \prod_{l=1}^N (Y_l(\omega))^{h_{kl}}. \quad (\text{B12})$$

Здесь индексы k и l задают соответствующие компоненты векторов $\bar{\theta}(\omega)$ и $\bar{z}(\omega)$.

Выражение (B12) говорит о том, что при такой реализации свойства получаемых в процессе декомпозиции составляющих сигнала полностью определяются свойствами матрицы \mathbf{H} и исходных спектров. Понимание этого факта способствовало углубленному исследованию указанных выше моментов. При этом была изучена структура ядра матрицы \mathbf{A} для различных представлений $u_{ij}^M(t|\vartheta)$ [217, 254], что позволило предложить эффективные методы использования априорной информации в задачах декомпозиции формы сигнала, в частности в задаче коррекции частотно-зависимой статики [97, 98]. Кроме того, были выполнены исследования по проблеме совместной обработки больших совокупностей фазовых спектров [95] и проведено изучение проблемы совместной обработки логарифмов амплитудных спектров при различных отношениях сигнал/помеха [96].

Изучение указанных моментов фактически исчерпывает проблему декомпозиции формы сигнала с использованием мультипликативных факторных моделей. Однако остаются вопросы, как данная декомпозиция может быть соотнесена с общей проблемой анализа рассматриваемого волнового поля и решением обратных задач. Именно решению этих вопросов и было посвящено дальнейшее развитие рассматриваемого подхода.

Следует отметить, что уже на первых этапах развития спектрально-статистического метода имелось понимание того факта, что определяемые в процессе декомпозиции составляющие сигнала, относящиеся



к отклику среды, могут быть использованы при решении обратных задач по отношению к целевым параметрам модели среды. Такое использование может осуществляться двумя способами.

Первый способ предполагает, что получаемые в результате декомпозиции составляющие модели могут быть использованы в дальнейшем при решении обратных задач, так как очевидно, что мультипликативные составляющие, входящие в правые части представлений (B5)–(B8), будут зависеть от параметров модели среды ϑ . Например, составляющая $G_k(t)$ или ее аналог $g_k^{(0)}(t)$, могут быть использованы, как входные данные при решении обратных задач в случае нормального падения волны на целевой объект. В качестве целевого объекта могут выступать тонкослоистая пачка, малоамплитудный сброс и пр. До настоящего времени такое простое использование оцениваемых составляющих мультипликативных моделей является актуальным для практической сейсморазведки, так как большинство реализуемых на практике инверсных алгоритмов работает в рамках предположения о нормальном падении волны на изучаемую среду. Более сложной реализацией указанного способа использования составляющих мультипликативных моделей при решении обратных задач является формирование различных комбинаций этих составляющих. Такие комбинации могут строиться по результатам обработки как одного, так и нескольких типов волн (см. главы 1 и 5).

Второй способ основан на непосредственном включении параметров обратной задачи в мультипликативную модель сигнала. Тогда указанная линеаризация модели позволяет свести общую нелинейную задачу, куда входят и факторные составляющие, и параметры модели среды, к частично линейной модели. При этом происходит существенное понижение нелинейности модели, что является принципиальным моментом при решении обратных задач с использованием методов нелинейной оптимизации. Для реальных данных, содержащих десятки тысяч наблюдений, такое понижение может составлять сотни раз, так как размерность факторных составляющих даже для фиксированной частоты будет измеряться сотнями и тысячами, а размерность модельных параметров среды, особенно для локальных объектов, не превышает нескольких десятков.

Еще один аспект частично линейных моделей является существенным при решении обратных задач. Он состоит в том, что общий вектор



параметров – исходной нелинейной обратной задачи – разбивается на две компоненты, т. е. $\bar{\theta}(\omega) = \{\bar{\theta}_1(\omega), \bar{\theta}_2(\omega)\}^T$, где компонента $\bar{\theta}_1(\omega)$ включает в себя факторные составляющие модели, опосредованно зависящие от модельных параметров среды \mathfrak{D} , а компонента $\bar{\theta}_2(\omega)$ определяет явные зависимости от этих параметров. Тогда после линеаризации будем иметь следующую модель:

$$\bar{z}(\omega) = \mathbf{A}\bar{\theta}_1(\omega) + M(\bar{\theta}_2(\omega)) + \bar{\varepsilon}(\omega), \quad (\text{B13})$$

где $M(\bar{\theta}_2(\omega))$ является нелинейной составляющей модели. С учетом результатов, которые приводились выше, по отношению к компоненте $\bar{\theta}_1(\omega)$ может быть построен оператор \mathbf{H} , обеспечивающий оценку этой компоненты. Оператор \mathbf{H} может быть построен таким образом, чтобы давать несмещенность линейной составляющей модели. Тогда в процессе нелинейного оценивания параметров модели среды могут выступать модифицированные наблюдения $\bar{z}^\bullet(\omega) = (\mathbf{I} - \mathbf{A}\mathbf{H})\bar{z}(\omega)$, для которых справедлива следующая упрощенная модель:

$$\bar{z}^\bullet(\omega) = M(\bar{\theta}_2(\omega)) + \bar{\varepsilon}(\omega). \quad (\text{B14})$$

Подробное описание этого подхода дано в работе [74].

Оба представленных способа использования факторной декомпозиции при решении обратных задач геофизики опираются на выделенный сигнал, связанный с некоторым локальным объектом среды. Следовательно, при их реализации требуется выделение соответствующих сигналов в исходном волновом поле. Такое выделение может быть осуществлено на основе априорной модели среды и построения лучевых схем, отвечающих выделяемым сигналам. Важным является то, что получаемые с использованием факторной декомпозиции решения локальных обратных задач выступают в роли последующего уточнения априорной модели среды. Например, на их основе могут быть определены параметры малоамплитудных сбросов или тонкослоистых пачек, которые связываются с границами априорной модели. Таким образом, весь предлагаемый подход к решению локальных обратных задач может рассматриваться как некоторый этап (шаг или итерация) в процессе построения общего решения обратных задач сейсмологии.



Приведенные соображения легли в основу дальнейшего развития структурной декомпозиции поля и решения обратных задач. Одновременно появилось понимание того факта, что факторная декомпозиция формы сигнала особенно актуальна для решения обратных задач, ориентированных на локальные объекты среды. Это способствовало формированию отношения к обратным задачам для локальных элементов среды, как к последующей итерации в общем решении обратной задачи для глобальной модели среды. Начало формирования нового подхода к решению обратных задач представлено в работах [78, 80], а его общая концепция, включающая структурную декомпозицию волнового поля, опубликована в работе [230].

При реализации этого подхода пришлось выполнить исследования по трем значительным проблемам. Первая проблема относится к трассировке лучей в сложно построенных моделях сред. Без ее решения не было возможности обеспечивать точный отбор требуемых сигналов в процессе структурной декомпозиции поля. Особенно это важно при рассмотрении многокомпонентных наблюдений и необходимости анализа многоволновых процессов. Вторая проблема связана с построением решений прямых и обратных задач для локальных объектов среды. Приведенный выше пример малоамплитудного разрывного наблюдения является одним из простейших примеров таких решений. Но уже переход к тонкослоистым объектам существенно усложняет решение соответствующих задач. Третья проблема представляет собой вопросы интерполяции и преобразования наблюдений при переходе от глобальной к локальным моделям среды. Дело в том, что реальные наблюдения имеют дискретный характер с ограниченной апертурой, поэтому при таком переходе могут происходить значительные изменения в объеме и структуре данных.

При решении указанных проблем также удалось получить некоторые значительные результаты, позволившие реализовать данный подход на практике. В частности, были разработаны методы и алгоритмы эффективного лучевого трассирования в блочных средах [73, 222]. Они сыграли существенную роль в развитии и реализации CSD-технологии, а также были использованы при структурной декомпозиции поля и в процессе решения локальных обратных задач (см. главу 5).



В2.3. Прони-фильтрация и определение частотно-зависимых характеристик локальных объектов

Использование преобразования Прони при обработке геофизических данных имеет сравнительно недолгую историю. Первоначально данное разложение использовалось как некоторый параметрический метод оценивания для определения частоты и затухания анализируемых сигналов [66, 202, 219]. Полученные по реальным данным результаты указывали на перспективность использования этого метода анализа при решении задач прогноза свойств нефтегазовых коллекторов [177, 188, 189]. В частности, они давали повышенную разрешенность при прогнозе аномальных пластовых давлений и позволяли детализировать структуру тонкослоистых объектов. Некоторую сложность вызывало представление соответствующего параметрического описания для больших объемов реальных данных. Кроме того, появление дополнительных групп параметров, не имеющих общепринятого представления, вызывало значительное непонимание у геофизиков и геологов-интерпретаторов. Поэтому появилась идея представления результатов преобразования Прони в форме обычных временных разрезов [220]. Одним из путей такого представления является процесс фильтрации, когда используется только часть параметров, получаемых в процессе разложения сигнала. В результате применения фильтрации к исходному временному разрезу создавался образ отклика среды набором затухающих синусоид, отвечающих базовой частоте с узким интервалом частот. Совместное рассмотрение построенных образов для нескольких базовых частот позволяло достигать двух эффектов. Первый – увидеть структурные элементы среды, которые могут различным образом проявляться в зависимости от частоты распространяющегося импульса. Второй – оценить изменения в отклике среды, характеризующие частотное рассеяние и затухание сейсмической энергии при ее распространении.

На рис. Г2 (см. графическое приложение) показаны примеры изменения образа временного разреза в области нефтяных скважин при применении процедуры прони-фильтрации. Отметим, что именно применение прони-фильтрации позволило объяснить в данном случае природу месторождения, относящегося к неструктурному типу с порово-трещинным коллектором.



В процессе развития идеи прони-фильтрации, основанной на разложении сигналов по затухающим синусоидам, было рассмотрено несколько задач. Главными при этом являлись две проблемы. Первая проблема заключалась в устойчивом определении параметров прони-разложения для реальных сейсмических сигналов, которые могут иметь произвольную форму и перекрываться сигналами с большей амплитудой. Вторая проблема относилась к созданию на основе этих параметров образов исходных трасс и прони-разрезов, дающих возможность дифференцировать отклики среды по частоте и затуханию.

Проблема устойчивости для преобразования Прони является достаточно традиционной [83, 191]. Она связана как с нелинейностью самого преобразования, так и со статистическими аспектами оценивания параметров разложения при наличии помех. Поэтому вопросам обеспечения устойчивости преобразования Прони уделялось значительное внимание с самого начала исследований, и к настоящему времени они достаточно проработаны (см. разделы 6.2 и 6.3). В то же время необходимо отметить, что на начальных этапах развития метода прони-фильтрации даже использование разложения реальных сейсмических сигналов в ряды по затухающим синусоидам вызывало сложности. Основными здесь были следующие моменты. Хотя форма сейсмических сигналов имеет затухание, но она все же отличается от затухающих синусоид. При этом наблюдаемые на одной трассе сигналы могут отличаться между собой как по форме, так и по длительности. Кроме того, неизвестно точное время прихода исследуемого сигнала. Особенно это существенно для слабых сигналов, интерферируемых с помехами или более сильными отражениями. Указанные моменты влияют на устойчивость определения параметров Прони конкретного сигнала и не позволяют получить хорошую аппроксимацию для некоторых видов сигналов. Соответствующие примеры приводятся в главе 6.

Как следствие, потребовалось создание специальных алгоритмов и процедур для определения устойчивых параметров разложения Прони, которые учитывают свойства реальных сейсмических сигналов [99–101]. Эти процедуры позволяли получать устойчивые оценки формы сигналов при неизвестном времени их прихода. Особенно такие процедуры оказались важными при рассмотрении последовательностей сигналов с различной формой. Их использование обеспечивало хорошую стабильность и эффективное разделение сигналов во временной



области в процессе фильтрации, а также позволяло получать оценки затухания, отвечающие анализируемым сигналам. Таким образом, была создана основа для метода прони-фильтрации и развития новой технологии обработки сейсмических данных.

При создании технологии возникали различные задачи прикладного характера, относящиеся как к вопросам представления результатов прони-фильтрации, так и их использования при решении геологических и прогнозных задач. Дело в том, что образы разрезов, построенные в результате прони-фильтрации для различных частот, или прони-разрезы, дают достаточно много дополнительной информации. Поэтому существенным являлся вопрос о том, как представлять и анализировать получаемую информацию. На первых этапах развития метода такой анализ выполнялся визуально, а возможность получения информации о рассеивании и затухании сейсмической энергии реализовывалась лишь опосредованно. Очевидно, что такой подход можно было использовать только при обработке небольшого объема сейсмических данных, к примеру, нескольких профилей. В то же время при обработке реальных материалов, отвечающих месторождениям углеводородов (УВ), требуется совместный анализ значительного объема данных, составляющих десятки и сотни профилей. Это существенно усложняет проведение визуального сопоставления всех обработанных материалов на различных частотах с целью выделения и идентификации целевых объектов.

Одним из путей, который позволяет нам представлять результаты прони-фильтрации в виде количественных характеристик, является переход к интервальным энергиям. При реализации этого подхода пришлось решать две основные задачи. Первая – как необходимо строить соответствующие количественные характеристики, чтобы наиболее адекватно отображать результаты, получаемые в процессе фильтрации Прони. Вторая – как интерпретировать карты, получаемые на основе определенных характеристик. Решение этих вопросов потребовало дополнительных алгоритмических разработок и повышения технологичности программ, используемых в процессе обработки реальных данных. Кроме того, пришлось рассматривать различные возможности встраивания получаемых результатов в стандартные комплексы обработки. Все вместе потребовало существенного расширения программной базы и проведения дополнительных исследований, кото-



рые были выполнены в период 1999–2004 гг. [154, 102, 103, 104, 132]. Эти исследования и работы проводились на реальных данных, что давало возможность адаптировать строящиеся алгоритмы к полевым сейсмическим наблюдениям и особенностям решения промышленных задач. Поэтому в разработке данных вопросов активное участие принимали сотрудники геофизических и нефтяных компаний. Без их содействия многие аспекты развития технологии прони-фильтрации не были бы столь основательно проработаны. Подробно все аспекты этой технологии будут изложены в главе 7.

Развитый в процессе создания технологии прони-фильтрации подход построения карт обобщенных динамических характеристик, содержащих интегрированную информацию о частотных вариациях сейсмических сигналов отраженных от целевых объектов, дал возможность проводить анализ частотно-зависимых эффектов. Построенные карты позволяли получать представление о пространственном распределении аномальных зон, где проявляются частотно-зависимые эффекты, и осуществлять увязывание полученных результатов со скважинными данными в процессе их интерпретации. В главе 6 будет достаточно подробно рассмотрена важность анализа этих эффектов с целью определения таких свойств пород, как разрушенность, трещиноватость и флюидонасыщение. Также на примерах анализа характеристик конкретных месторождений будут продемонстрированы возможности использования частотно-зависимых эффектов, определяемых на основе технологии прони-фильтрации, при решении различных задач. Одним из примеров таких задач является определение благоприятных условий в областях продуктивных горизонтов для формирования ловушек неструктурного типа [104].

К настоящему времени технология прони-фильтрации применялась при решении различных задач на более чем двадцати объектах, однако большинство из полученных результатов было закрыто для публикации. Поэтому в главах 6 и 7 приводятся только некоторые из них.

ГЛАВА 1

МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫЕ ФАКТОРНЫЕ МОДЕЛИ И ГОМОМОРФНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

1.1. Возникновение мультипликативных факторных моделей

1.1.1. Волновое поле и сейсмическое наблюдение

При интерпретации и применении регистрируемых сейсмических колебаний для определения параметров (или характеристик) изучаемой среды существенную роль играет понятие волны. Оно связано с общефизическими понятиями колебательных и волновых процессов, которые изучаются в классических университетских курсах [42]. Вместе с тем понятие сейсмической волны содержит много и специфических черт, связанных с особенностями распространения колебаний в средах, слагающих Землю [2]. Эти особенности способствовали возникновению сейсмологии в конце XIX века, и до настоящего времени их анализ служит основой для развития сейсмических методов исследования Земли. Построено и используется значительное количество моделей распространения сейсмических волн в различных средах [162, 164], но исследования в этом направлении продолжают активно развиваться.

Не останавливаясь на природе сейсмических волн (это имеется в большом числе монографий и учебников), воспользуемся тем, что почти всегда с ними могут быть соотнесены сигналы, обладающие конечной длительностью. Часто начальные колебания и волны в среде создаются искусственными или естественными источниками, которые локализованы по временным и пространственным координатам.



В качестве искусственного источника обычно в эксперименте используется импульсный (взрыв, удар, воздушный пузырь и т. п.) или вибрационный источник колебаний. Естественными локализованными источниками являются землетрясения. Локальностью также обладают техногенные источники, к которым, в частности, могут быть отнесены и вторичные трещины, развивающиеся при гидроразрыве.

Указанные особенности позволяют представить сейсмическое наблюдение (или трассу) функцией $y(p_i, p_j, t | \mathfrak{G})$. Здесь переменная t принадлежит ограниченному временному интервалу, а переменные $p_i = p(x_i, y_i, z_i)$, $p_j = p(x_j, y_j, z_j)$ в реальном эксперименте обычно принимают дискретные значения, зависящие от непрерывных пространственных координат x, y, z . Значения p_i, p_j определяют соответственно точки i -го источника и j -го приемника при регистрации колебаний. С учетом изменяемости i и j сейсмическое наблюдение можно рассматривать как точку в семимерном пространстве переменных $t, x_i, y_i, z_i, x_j, y_j, z_j$ и вводить понятия «волновое поле» и «поле времен». Число пространственных переменных может быть существенно сокращено, когда источники и приемники располагаются вдоль определенной линии, обычно называемой линией профиля. Если такая линия является прямой, то с ней часто связывают координатную ось X , и наблюдение представляется функцией трех переменных $y(x_i, x_j, t | \mathfrak{G})$. В приведенных представлениях обозначение \mathfrak{G} используется для набора параметров, определяющих модель среды. Эти параметры могут иметь вид дискретных значений или непрерывных функций.

Связь функции $y(p_i, p_j, t | \mathfrak{G})$ с волнами, распространяющимися в среде, или сигналами, регистрируемыми приемником колебаний и связанными с этими волнами, определяется моделью источника колебаний и среды. В дальнейшем наибольшее значение для нас будут иметь модели сред, представленные конечным набором толстых слоев, которые разделены контрастными сейсмическими границами, формирующими определенные волны. Тогда наблюдаемая сейсмическая трасса в рамках некоторых предположений [19, 24, 112, 115] связана с данными волнами (сигналами) следующим равенством:



$$y(p_i, p_j, t | \vartheta) = \sum_{w=1}^W f^w(p_i, p_j, t | \vartheta) + \xi(p_i, p_j, t), \quad (1.1)$$

где $f^w(p_i, p_j, t | \vartheta)$ – форма сейсмического сигнала, отвечающего определенной волне: продольной, поперечной, обменной и других, которая относится к выделенной сейсмической границе, а $\xi(p_i, p_j, t)$ – оставшаяся часть колебаний, куда входят и волны (сигналы), неучтенные первым слагаемым. Относительно $\xi(p_i, p_j, t)$ могут быть использованы различные предположения. При рассмотрении достаточно небольших участков трасс эти предположения вполне соответствуют стационарному случайному процессу с некоторой корреляционной функцией.

Обычно первое слагаемое модели (1.1), включающее в себя один или несколько сигналов $f^w(p_i, p_j, t | \vartheta)$, называется *полезной, или сигнальной, компонентой* полученного волнового поля, а $\xi(p_i, p_j, t)$ – *мешающей компонентой или просто помехой*. Несмотря на условность этих понятий, ими удобно пользоваться при описании модели сейсмической трассы. При этом всегда необходимо учитывать, что для каждой волны требуется указывать ее тип и связь с фиксированной сейсмической границей, а также зависимость времени ее наблюдения и формы от ϑ .

Выражение (1.1) служит типичным регуляризированным представлением для реальных сейсмических данных. На его основе строятся многие алгоритмы обработки и интерпретации сейсмической информации, цель которых – восстановление (выделение) составляющих полезной компоненты поля $f^w(p_i, p_j, t | \vartheta)$ и определение с их помощью неизвестных параметров модели среды [39]. При построении соответствующих алгоритмов может не требоваться полного описания отдельных составляющих $f^w(p_i, p_j, t | \vartheta)$, а достаточно воспользоваться формой (1.1) с описанием некоторых особенностей, которые их характеризуют. Такие описания могут иметь и эвристический характер. Соответствующие примеры для волн различной природы будут приведены в разд. 1.2, а также во второй главе.



Отметим, что само представление (1.1) является исключительно традиционным для сейсмических исследований. Его применение началось с интерпретации первых сейсмических наблюдений в конце XIX и начале XX века. Оно активно использовалось и развивалось школами выдающихся российских геофизиков Г.А. Гамбурцева, Н.Н. Пузырева, С.В. Гольдина.

В модели (1.1) присутствуют два значимых момента:

- регулярные волновые объекты, связанные с контрастными сейсмическими границами, которые обычно наблюдаются в реальных сейсмических данных;
- наличие целевой и мешающей компоненты, что является типичным для реальных данных.

Первый из указанных моментов позволяет выделить сигнальную составляющую, связанную с определенной волной, использовать ее для различных целей. При этом возникает широкий круг теоретических и прикладных задач, куда входят задачи по изучению взаимодействия волн со средой и обратные динамические задачи. Для первого типа задач интересным представляется выделение в структуре сигнала составляющих, связанных с определенной волной и отвечающих условиям проведения сейсмического эксперимента, прохождения через промежуточную среду и взаимодействия с целевым объектом. Для второго типа задач с помощью волновых объектов, отвечающих контрастным границам, создают возможность построения априорной модели среды, являющейся каркасом для решения объектно-ориентированных обратных задач.

1.1.2. Представление сейсмического сигнала сверткой импульса посылки и отклика среды

Дополнительная регуляризация модели сейсмического наблюдения (1.1) может быть осуществлена за счет предположения о локальности и симметричности источника колебаний. В этом случае для всей полезной составляющей модели или формы отдельного выделяемого сейсмического сигнала удастся использовать представление

$$f^w(p_i, p_j, t | \mathcal{G}) = w(p_i, t) * U^w(p_i, p_j, t | \mathcal{G}), \quad (1.2)$$



где $w(p_i, t)$ – исходный сейсмический сигнал или импульс посылки (в иностранной литературе – вейвлет), формируемый в соответствующей зоне возбуждения сейсмических колебаний, а $U^w(p_i, p_j, t | \vartheta)$ – импульсная характеристика среды, отвечающая соответствующей волне w при ее распространении от точки i -го источника до j -го приемника; * – обозначение оператора свертки по временной переменной.

Во введении указывалось (см. разд. В2.1), что представление (1.2) было введено в сейсмические исследования в начале 50-х годов XX века. К настоящему времени оно является настолько традиционным, что входит в базовые курсы по сейсморазведке [52]. В основе его обоснования могут лежать различные принципы от формальных линейных систем [33] до представления решения дифференциальных уравнений теории упругости в виде свертки функции Грина с функцией силы в источнике [2].

Такая универсальность выражения (1.2) обеспечила ему широкие прикладные возможности. Наибольшее применение оно имело при создании процедур обратной фильтрации (или деконволюции) [258, 259], позволяющих существенно увеличить временную разрешенность сейсмической записи. Это позволило улучшить восстановление импульсной характеристики среды в случае акустического приближения и повысить точность определения структурных и скоростных параметров соответствующих моделей сред на основе решения обратных кинематических задач [38]. Другая возможность, содержащаяся в общности представления (1.2), состоит в том, что при неопределенной модели взаимодействия волны со средой для импульсной характеристики $U^w(p_i, p_j, t | \vartheta)$ могут быть использованы некоторые эффективные представления, позволяющие обеспечить хорошую аппроксимацию ее изменений по пространственным и временным переменным. Такая аппроксимация в дальнейшем может служить основой для изучения соответствующих взаимодействий или решения обратных задач. Эта идея активно развивается в настоящей работе.

1.1.3. Определение мультипликативных факторных моделей

Выделенная в представлении (1.2) форма сейсмического сигнала $w(p_i, t)$ зависит только от положения (координат) источника. Поэтому при фиксировании положения источника в любой из многократ-



ных систем наблюдений [52] она будет неизменной. Таким образом, эта особенность, или составляющая волнового поля, аналогична параметрам, входящим в факторные модели при дисперсионном анализе [141].

Сделаем одно замечание, касающееся определения фактора. (Подробнее об этом – в разд. 3.4.) Точное определение фактора отсутствует в классической статистической литературе, поэтому в него может вкладываться различный смысл, как правило, определяемый решаемыми прикладными задачами. Так, Крамер в своей монографии, говоря о факторном анализе, отмечает, что «проблемы такого рода настолько тесно связаны с частными прикладными областями, что мы не можем заниматься их полным исследованием в нашей книге» [69, с. 606]. Учитывая эту неопределенность в понятии, сформулируем его следующим образом:

- *фактором называется некоторая составляющая (особенность) формы сигнала или волнового поля, которая постоянна при определенных сочетаниях индексов i и j , определяющих положение сейсмической трассы в системе наблюдений.*

Таким образом, рассматриваемые в настоящей работе факторы носят геометрический характер.

Несмотря на похожесть составляющей $w(p_i, t)$ моделям дисперсионного анализа (см. разд. В2.2) и некоторым сейсмическим моделям, приведенным в разд. 3.4, в ней имеется и существенное отличие от этих факторов, заключающееся в ее вхождении в модель сигнала не как аддитивной, а как мультипликативной составляющей. Чтобы различать эти виды факторов по характеру их вхождения в модель наблюдения, воспользуемся двумя понятиями: когда факторы входят в модель как аддитивные составляющие, то они называются *аддитивными факторами*. При их вхождении в виде произведения или оператора свертки они будут называться *мультипликативными факторами*.

Модель сейсмотрассы, содержащая один или несколько факторов в качестве неизвестных параметров, будет называться факторной моделью. Когда факторы являются мультипликативными, то модель будет называться мультипликативной факторной моделью.

Сам же процесс определения (оценивания) факторов называется *факторным разложением, или факторной декомпозицией*.



Подчеркнем, что в мультипликативную факторную модель, как и в общую факторную модель, могут входить не только факторы определенной природы, но и другие составляющие волнового поля, например волны другого типа (см. разд. 2.3.2). Таким образом, факторная модель может иметь сложную составную форму.

Дополнительно отметим две главные особенности, которые присущи мультипликативным факторным моделям, возникающим в сейсмических исследованиях.

1. Многократность операций свертки, связанная с большим числом факторов, определяющих форму наблюдаемого сейсмического сигнала.

2. Неполнота информации относительно всех функций, участвующих в операциях свертки.

Соответствующие примеры приведены в разд. 1.2 и главе 2.

Обе особенности существенно усложняют задачу определения (разделения) мультипликативных составляющих полезной компоненты волнового поля. Ее решение должно строиться в рамках нелинейных многопараметрических моделей. В частности, при использовании одной из простейших моделей (1.2), когда известна функция $w(p_i, t)$, можно построить традиционное решение задачи линейной фильтрации. Но, как правило, в реальном сейсмическом эксперименте неизвестными являются обе функции $w(p_i, t)$ и $U^w(p_i, p_j, t | \mathcal{D})$, что существенно усложняет задачу обратной фильтрации или деконволюции [33]. Поэтому при работе с такими моделями приходится либо получать необходимую информацию, опираясь только на исходные данные, либо ограничивать себя некоторыми предположениями, к примеру, случайная природа $U^w(p_i, p_j, t | \mathcal{D})$.

Объединение операций произведения и свертки в термине «мультипликативный фактор» отражает применение спектральных разложений при факторной декомпозиции, в результате чего многократные свертки сводятся к многократным произведениям спектров.

Важным представляется тот факт, что, несмотря на существенное различие в происхождении и построении моделей, описывающих динамические и кинематические аспекты распространения волн, получаемые факторные модели для этих случаев могут быть близки по своей структуре. Подобие моделей позволяет рассматривать оба класса



задач определения динамических и кинематических характеристик сейсмических волн с единых позиций. Кроме того, как будет показано в дальнейшем (см. разд. 3.6), некоторые проблемы коррекции временных статических поправок и декомпозиции динамики волнового поля можно анализировать с позиций разделения плоских волн, исходя из общей структуры их моделей. Более подробно вопросы происхождения, обоснования и интерпретации факторных моделей рассматриваются в следующем разделе и главе 2.

1.2. Модель Гурвича

1.2.1. Происхождение модели Гурвича

В основе модели лежат идеи о возможности расщепления наблюдаемого сейсмического сигнала на мультипликативные составляющие, отвечающие определенным зонам его формирования. Фактически это являлось дальнейшим развитием представления (1.2). Занимаясь длительное время вопросами формирования реальных сейсмических сигналов в области источника, И.И. Гурвич обратил внимание на то, что хотя форма сигнала может определяться самыми различными параметрами (величиной заряда, глубиной его заложения, наличием резких литологических границ вблизи области источника и т. д.), но все они носят локальный характер [47, 48]. Поэтому зону возбуждения сейсмических колебаний при профильных наблюдениях можно представить некоторой локальной импульсной характеристикой $s(x_i, t)$, зависящей только от координаты источника x_i на профиле. Она определяет сигнал, сформированный в области очага. Очевидно, что $s(x_i, t)$ в модели Гурвича совпадает с $w(p_i, t)$ в представлении (1.2) для профильного варианта.

Аналогичные выводы были сделаны при изучении свойств приемного канала, включающего в себя как аппаратную часть регистрации сейсмических колебаний, так и контакт сейсмоприемник–почва [113]. Несмотря на большое число параметров, определяющих свойства такого канала, и значительную вариабельность их величин, характеристика этой области обладает локальностью, зависящей от координаты точки приема x_j .



Развивая данное наблюдение, в 1970 году И.И. Гурвич высказал гипотезу, что сигнал, отвечающий заданной отраженной волне, «можно определить как результат прохождения некоторого первичного сигнала сквозь некую линейную систему. Последняя должна описывать свойства среды на всем пути волны, включая области, прилегающие к очагу и к точке приема» [49, с. 108]. При этом область очага определялась характеристикой $s(x_i, t)$ или ее спектральным аналогом $S(x_i, \omega)$. Для описания области приема, включающей «как особенности установки приемников, так и все другие процессы, ведущие к преобразованию отраженного сигнала, приближающегося к точке наблюдения» [49, с. 108], вводилась спектральная характеристика $R(x_j, \omega)$.

Данные предположения позволили представить спектральную характеристику отраженного сигнала, зарегистрированного в точке профиля x_j , от источника с координатой x_i в виде

$$F(x_i, x_j, \omega, P) = R(x_j, \omega)U(\omega, P)S(x_i, \omega), \quad (1.3)$$

где P – параметр, «характеризующий лучевую трубку» [49, с. 108] рассматриваемой волны. В силу того что параметр P для фиксированной модели среды однозначно определяется координатами x_i, x_j , для выражения (1.3) можно применить следующую индексную запись:

$$F_{ij}(\omega) = R_j(\omega)U(\omega, P)S_i(\omega).$$

Видно, что представление (1.3) с точностью до перестановки сомножителей совпадает со спектральным аналогом выражения (1.2), когда из $U^w(P_i, P_j, t | \mathcal{G})$ выделена импульсная характеристика области приема. Одновременно Гурвич сделал существенное уточнение. Он рассматривал не просто импульсную характеристику среды, где распространяется целевая отраженная волна, а использовал понятие лучевой трубки, вдоль которой происходит распространение основной энергии волны.

Далее, на основании представления для спектральной характеристики основной части среды $U(\omega, P)$, через которую распространяется рассматриваемая волна, Гурвич предложил следующее. Записать эту характеристику «в виде произведения характеристик, описывающих



раздельно влияние расхождения волны, прохождения-отражения и поглощения на всем ее пути» [49, с. 109], выделив в ней «ту малую область, содержащую группу близко расположенных отражающих границ, где образуется рассматриваемая отраженная волна» [49, с. 109], в специальную область отражения со своей спектральной характеристикой $M(\omega, P)$.

Сделав ряд существенных допущений о структуре модели среды и лучевой трубке, отвечающей рассматриваемой волне, он получил следующее представление:

$$U(\omega, P) = \frac{k_{\Sigma}(P)}{\gamma(P)} A(\omega, P) M(\omega, P), \quad (1.4)$$

где $k_{\Sigma}(P)$ – произведение всех коэффициентов прохождения на пути волны; $\gamma(P)$ – эффективный радиус расхождения фронта волны; $A(\omega, P)$ – частотная характеристика поглощения, которая учитывает интегральное действие поглощения вдоль всей лучевой трубки.

Основными среди сделанных допущений являются следующие: « $k_{\Sigma}(P)$ представляет собой гладкую и медленно изменяющуюся функцию параметра P » [49, с. 109], и отсутствует его заметная зависимость от частоты; $A(\omega, P)$ – также «медленно меняющаяся функция параметра P » [49, с. 109], исходя из «допущения о слабой изменчивости по простиранию коэффициентов поглощения в отдельных слоях» [49, с. 109]. Такие допущения, а также условие, что рассматриваются «не очень большие участки наблюдения (или излучения), отвечающие не слишком большим изменениям параметра P » [49, с. 110] и при «расстояниях $|x_i - x_j|$, значительно меньших глубины залегания изучаемых областей отражения» [49, с. 110], выражение (1.4) может быть упрощено, а вся модель (1.3) представлена в виде

$$F(x_i, x_j, \omega, \zeta) = R(x_j, \omega) M(\omega, \zeta) S(x_i, \omega), \quad (1.5)$$

где ζ определяет координаты области или точки отражения. С учетом локальности области отражения, а также при условии, что наклоны и кривизны границ очень небольшие, можно представить ζ через ее



проекцию на линию профиля наблюдений, связав $M(\omega, \zeta)$ с координатой k -й общей центральной точки (ОЦТ), т. е. $\zeta = x_k = (x_i + x_j) / 2$. Тогда для спектра отраженного сигнала имеем

$$F(x_i, x_j, \omega) = R(x_j, \omega)M(x_k, \omega)S(x_i, \omega),$$

а его временной аналог представляется как

$$f(x_i, x_j, t) = r(x_j, t) * m(x_k, t) * s(x_i, t),$$

или в индексном виде

$$f_{ij}(t) = r_j(t) * m_k(t) * s_i(t). \quad (1.6)$$

Коммутативность умножения спектров позволяет переставлять спектральные и импульсные характеристики, входящие в (1.5) и (1.6), в любом порядке. Далее будет показано (см. разд. 3.4), что полученная модель, представленная в форме многократных сверток, эквивалентна по своей структуре трехфакторной аддитивной модели, которая используется при коррекции временных статических поправок.

1.2.2. Применение модели Гурвича для анализа областей возбуждения, приема и отражения

Во введении указывалось (см. разд. В2.1), что именно представление (1.6) послужило основой для использования мультипликативных факторных моделей при анализе вариаций амплитуды сигналов, наблюдаемых в реальном сейсмическом эксперименте [50]. Выбор амплитудных вариаций определялся несколькими соображениями. Они позволяли достаточно просто получить исходные данные для анализа динамических особенностей сигналов. Кроме того, их использование переводило нелинейную модель сверточного типа в более простую нелинейную модель произведения амплитудных характеристик соответствующих областей. Пренебрегая случайными вариациями, такая модель для амплитуд наблюдаемых сигналов согласно (1.6) принимала форму

$$A_{ij} = A_j^R A_k^M A_i^S, \quad (1.7)$$



где A_i^S , A_j^R являются соответственно амплитудами сигналов в источнике и приемнике, а A_k^M определяет амплитуду отраженного сигнала для соответствующей ОЦТ.

При рассмотрении многократных систем наблюдений, когда имеются различные сочетания i и j , модель (1.7) позволяла строить некоторые отношения между амплитудами сигналов, которые наблюдаются для различных источников и приемников. Такие отношения устраняли часть нежелательных вариаций, выделяя заданную характеристику сигнала. Например, построив отношения амплитуд

$$\frac{A_{12}A_{23}}{A_{13}A_{22}} = \frac{A_1^M}{A_2^M} \frac{A_3^M}{A_2^M} \quad \text{или} \quad \frac{A_{12}A_{31}}{A_{22}A_{21}} = \frac{A_1^S}{A_2^S} \frac{A_3^S}{A_2^S},$$

можно исследовать вариабельность амплитуды отражения или источника и сделать выводы о значимости таких изменений для анализируемых сигналов.

Выполненные построения и результаты анализа амплитуд реальных сигналов привели к интересным следствиям. Во-первых, для оценивания вариаций заданной характеристики сигнала требовалось использовать не одно, а несколько определенных наблюдений. Гурвич называл такие совокупности наблюдений «ансамблями». Во-вторых, в процессе такого оценивания можно было определять только соотношения вариаций параметра, а не его абсолютную величину. Для определения абсолютных величин анализируемого параметра требовалось использование априорной информации. К примеру, если известно значение амплитуды отраженного сигнала A_2^M (например, в точке скважины) и его отношение к амплитуде первого отражения, то можно было определить амплитуду отраженного сигнала в третьей точке. Это позволяло использовать последующие комбинации наблюдений для определения значений амплитуды отраженного сигнала во всех последующих точках профиля.

Хотя предлагаемый подход к анализу вариаций амплитуд сигналов, наблюдаемых в реальном эксперименте сигналов, давал результаты [50], однако он имел ряд существенных ограничений. Так, малые совокупности наблюдений, используемые при построении отношений



амплитуд, обладали малой помехоустойчивостью и не позволяли в полной мере воспользоваться многократностью систем наблюдений, количество которых уже в то время могло достигать 24. Кроме того, подход не обладал высокой технологичностью, так как необходимо было рассматривать методические вопросы по комбинации оценок, получаемых на различных совокупностях наблюдений. Сложным также представлялось исследование свойств оценок параметров, учитывая проявившуюся неединственность и возможное влияние нерегулярных помех, присутствующих в исходных данных.

1.2.3. Линеаризация модели

Одним из способов, устраняющих указанные выше ограничения (см. разд. 1.2.2), является линеаризация исходной модели. Первоначально такая линеаризация была предпринята на основе вариационного принципа [51], который применялся при рассмотрении составляющих модели (1.5). При этом относительно характеристик $R(x_j, \omega)$, $M(\omega, \zeta)$, $S(x_i, \omega)$ использовалось предположение, что их «можно рассматривать как выборочные значения некоторых независимых случайных величин» [51, с. 42]. Авторы понимали, что такие допущения «являются весьма серьезными и, безусловно, не всегда оправданными» [51, с. 42]. Однако их использование позволяло построить некоторое статистическое решение задачи: «наблюдая изменчивость суммарного поля $F(x_i, x_j, \omega, \zeta)$ вдоль профиля, разделить эффекты, связанные с изменчивостью условий в очаге, области отражения и области приема и, в частности, указать критерии проверки гипотез о совпадении или несовпадении условий в очаге, области приема и области отражения на различных участках профиля» [51, с. 41].

Решение указанной задачи строилось классическими методами факторного анализа [69], «предназначенного как раз для разделения влияния различных ненаблюдаемых причин (“факторов”) на наблюдаемую величину» [51, с. 42]. При этом авторы понимали ограниченные возможности и недостаточную разработанность факторного анализа на уровне, потребовавшем сделать еще одно предположение «о статистической независимости изучаемых факторов» [51, с. 47]. Тогда удавалось прийти к модели



$$F(x_i, x_j, \omega, \zeta) = \mu(\omega) + \Delta R(x_j, \omega) + \\ + \Delta M(\omega, \zeta) + \Delta S(x_i, \omega) + \delta(x_i, x_j, \omega, \zeta), \quad (1.8)$$

где $\mu(\omega) = R_0(\omega)M_0(\omega)S_0(\omega) + M\{\rho(x_i, x_j, \omega)\}$ включает в себя постоянные компоненты определяемых составляющих, а также математическое ожидание помехи, которая может присутствовать в исходных данных, а случайные величины, или факторы, $\Delta R(x_j, \omega)$, $\Delta S(x_i, \omega)$, $\Delta M(\omega, \zeta)$ – «суть дифференциальные эффекты влияния областей приема, очага и отражения на величину отклонения $F(x_i, x_j, \omega, \zeta)$ » [51, с. 43]. Хотя в работе явно не указывалось предположение о нормальности распределения случайных величин $\Delta R(x_j, \omega)$, $\Delta S(x_i, \omega)$, $\Delta M(\omega, \zeta)$, но применение распределений Стьюдента и Фишера, а также построенных на их основе критериев свидетельствовало об этом.

Модель (1.8) позволила разработать «алгоритм разделения эффектов влияния областей очага, приема и отражения» [51, с. 47]. Хотя данный алгоритм не был реализован на практике, в его основе уже лежали принципы, объединяющие большие совокупности данных и использующие факторную структуру модели. Авторы при разработке алгоритма понимали, что выражения, подобные (1.8), «приложимы как к спектральному, так и к временному их представлению» [51, с. 43]. Данное выражение можно ассоциировать не только со случайными вариациями, но и с тейлоровским разложением в окрестности осредненного сигнала, отвечающего изучаемой волне. В этом случае аддитивная составляющая $\delta(x_i, x_j, \omega, \zeta)$ будет содержать не только неучтенные взаимодействия между факторами $\Delta R(x_j, \omega)$, $\Delta S(x_i, \omega)$, $\Delta M(\omega, \zeta)$, но и все неточности, возникающие за счет линейного приближения вариации спектра или формы сигнала, связанные с влиянием рассматриваемых областей приема, очага и отражения.

Одновременно с указанными достоинствами представление (1.8) обладает рядом недостатков. Кроме указанных выше случайных вариаций характеристик $R(x_j, \omega)$, $S(x_i, \omega)$, $M(\omega, \zeta)$ и отсутствия возможностей оценки взаимодействия между разными факторами, в нем



присутствовал большой элемент формализма, обеспечивающий линеаризацию модели. Поэтому нами был предложен другой способ линеаризации, основанный на переходе к логарифмам амплитуд или спектральным характеристикам рассматриваемых сигналов. Способ позволял в полной мере оценивать имеющиеся вариации мультипликативных составляющих как модели Гурвича, так и более сложных моделей формы сигнала. На основании предлагаемого способа линеаризации приходим к гомоморфному преобразованию сигналов.

1.3. Гомоморфная фильтрация сигналов

1.3.1. Возникновение данного класса преобразований

В начале 60-х годов прошлого столетия начали активно развиваться методы дискретного спектрального анализа. Они позволили воспринимать наблюдаемые сигналы не как аналоговые записи, а как дискретную последовательность данных, что сразу же приводило к векторной форме и линейно алгебраическим понятиям. В то же время многие задачи анализа речи, фотосъемки, эхолокации требовали рассмотрения моделей сверточного типа, связанных с произведениями спектров сигналов. Поэтому возникала потребность в разработке общего подхода к решению таких задач.

В качестве возможного пути была предложена концепция гомоморфных преобразований над сигналами, рассмотренная в докторской диссертации А. Оппенгейма [235] и использованная при построении одномерной гомоморфной или обобщенной линейной фильтрации [236, 237]. Автор этой концепции сформулировал ее основную идею в 2004 году [240, с. 95]. Сам подход достаточно подробно описан в книгах [31, 110]. К настоящему времени он является одним из классических разделов цифровой обработки сигналов и находит широкое применение при обработке изображений, а также звуковых, оптических и радиотехнических сигналов [238, 239, 245, 264, 294].

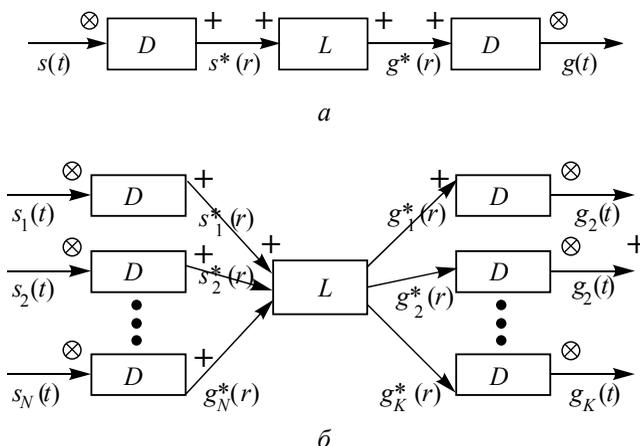
Гомоморфизм является линейно-алгебраическим понятием [82], которое рассматривает свойства отображений различных математических объектов, в частности операций, определенных над объектами векторных пространств. Для практических приложений в области



обработки сигналов наибольший интерес представляют операции \otimes , обобщающие произведения и свертки сигналов $s(t)$. Тогда используются модели $s(t) = s_1(t)s_2(t)$ или $s(t) = s_1(t) * s_2(t)$, где сигналы $s_1(t)$ и $s_2(t)$ обладают как регулярной, так и стохастической природой.

Каноническое представление одномерных гомоморфных фильтров показано на рисунке, а. Смысл его состоит в следующем. Если отображения (преобразования) D и D^{-1} обеспечивают гомоморфизм при переводе операции \otimes , которая определена над сигналами $s(t)$, в операцию суммы для их образов и обратно, то различные типы соответствующих фильтров будут отличаться только линейным преобразованием L . В этом случае преобразование D определяется через логарифмирование $s(t)$ или его спектра. В результате приходим к линейным моделям для соответствующих образов $s^*(r) = Ds(t)$, т. е. $s^*(r) = s_1^*(r) + s_2^*(r)$. Далее, выполнив некоторое линейное преобразование, получим функцию $g^*(r)$, в качестве которой может выступать оценка $s_1^*(r)$ или $s_2^*(r)$. Затем, осуществив обратное преобразование D^{-1} , получим на выходе фильтра сигнал $g(t) = D^{-1}g^*(r)$. При этом природа переменных t и r не очень важна. Ими, например, могут являться временные или пространственные переменные и различного рода частоты.

Отметим, что переход к линеаризованной модели для сигналов с операцией свертки был рассмотрен до исследований по гомоморфной фильтрации и получил название кепстрального анализа [151, 233]. К настоящему времени кепстральный анализ хорошо развит и широко распространен [166, 185, 240, 263, 298]. Этому в большой степени способствовало понимание связи кепстрального анализа с гомоморфной фильтрацией [110, 238]. В последнее время на основе кепстрального анализа развивается метод обратной фильтрации, не требующий знания об исходном импульсе. Он носит название «Blind deconvolution» [269], т. е. слепой обратной фильтрации, и вызывает значительный интерес исследователей в различных областях науки и техники [187, 199, 205, 247, 262, 286].



Схематическое представление канонической формы:

a – одномерных фильтров; *b* – многомерных или многоканальных гомоморфных фильтров

Подчеркнем, что гомоморфные преобразования, как и гомоморфная фильтрация, обладают большей общностью, чем кепстральный анализ. Это следует уже из того, что при кепстральном анализе обеспечивается отображение сигналов в тех же переменных, что и исходные данные, т. е. $s^*(t) = Ds(t)$, чего не требуется при гомоморфном преобразовании.

1.3.2. Одномерные и многомерные гомоморфные преобразования

Одномерная гомоморфная фильтрация достаточно давно начала использоваться при обработке сейсмической информации, особенно в области сейсмологии [159, 195, 271, 280, 282]. Но к началу исследований (1971–1972 гг.) в советской научной литературе отсутствовали публикации по применению гомоморфных преобразований при обработке сигналов. Первые сведения об этом направлении были опубликованы в виде двух глав в книге Б. Голда и Ч. Рэйдера в 1973 году. Поэтому приходилось обращаться к зарубежным публикациям, где кроме указанных выше работ А. Оппенгейма (см. разд. 1.3.1) уже имелось исследование Т. Улрича [282], непосредственно относящееся к обработке



сейсмических данных. В ней гомоморфная деконволюция была направлена на восстановление исходного сейсмического сигнала. В работе отмечалась одна важная особенность такого подхода, освобождающая от некоторых существенных предположений [282, с. 650].

Ограниченность материала заключалась не только в объеме публикаций, но и в широте рассмотрения вопросов, возникающих при практическом использовании гомоморфных преобразований. Даже для одномерного варианта имелась только принципиальная схема его реализации. Поэтому, несмотря на понимание важности единственного определения фазового спектра, который задает мнимую составляющую входных данных преобразования, отсутствовали эффективные алгоритмы, обеспечивающие такое определение для произвольных реальных данных. Кроме того, отсутствовало достаточно полное теоретическое и практическое исследование влияния помех на результаты преобразования. Например, в указанной работе Т. Улрича подобные исследования выполнялись в рамках модельных данных. Можно отметить, что результаты по теоретическому изучению влияния помех при малом и большом отношении сигнал/помеха для кепстрального анализа были представлены только в 1979 году [280].

Однако при рассмотрении многофакторных сейсмических моделей с многократными свертками требуется уже не одномерная, а многоканальная или многомерная гомоморфная фильтрация. На большее соответствие термина «многомерная фильтрация» при рассмотрении мультипликативных сейсмических моделей указывалось во введении (см. разд. В2.1). О принципиальной возможности появления такого типа фильтратий говорилось в докторской диссертации А. Оппенгейма [235]. Но ее практическая реализация в форме метода обработки, использующего мультипликативные факторные модели, впервые была выполнена автором настоящей работы совместно с Гольдиным и дана в работе [34] только к 1975 году.

Схематическое представление многомерной гомоморфной фильтрации изображено на рисунке, б. Как и при одномерной фильтрации, в ней присутствуют преобразования D и D^{-1} , обеспечивающие гомоморфизм при переводе операции \otimes в операцию суммы и обратно. В то же время имеются и достаточно существенные отличия. Они состоят в объединении всех образов входных сигналов линейным преобразованием L при многомерной фильтрации и в возможном различии числа



входных образов N от числа выходных образов K . Различия между величинами N и K могут быть значительными как в сторону уменьшения, так и увеличения. Это определяется исходной моделью и задачей, для решения которой используется гомоморфная фильтрация.

Спектрально-статистический метод (см. разд. 5.2), являющийся первым вариантом многомерной гомоморфной фильтрации, предшествовал поверхностно согласованной деконволюции [208, 273]. Он на тридцать лет опередил использование блайнд-деконволюции в задачах коррекции характеристик источников и приемников при наземных сейсмических исследованиях [284].

Развитие указанных методов потребовало решения большого числа задач, связанных с построением преобразований D , D^{-1} и L (см. главы 3 и 4). Например, многоканальность и возможная неединственность многомерной гомоморфной фильтрации требуют проведения исследований как строящегося преобразования L , так и всего многоканального фильтра в целом. По формальным соображениям, такое исследование должно выполняться при реализации любого фильтра, строящегося в рамках модели, представляющей совокупность сигналов $\{s_i(t), i = 1, \dots, N\}$, форма которых определяется многократными произведениями или свертками.

Задачи изучения свойств нелинейных операторов обладают высокой сложностью [18, 41, 81]. Однако при рассмотрении мультипликативных факторных моделей сложность удается понизить за счет перехода к аддитивным факторным моделям. Этот переход позволяет при построении преобразования L воспользоваться результатами, полученными при анализе общих особенностей таких моделей (см. главу 3). Для определяемых таким образом решений может быть выполнен обратный переход во временную область и построено окончательное решение исходной нелинейной задачи. Изложенная выше схема составляет суть многомерной гомоморфной фильтрации.

1.3.3. Преобразования для многофакторных мультипликативных моделей

В дальнейшем многомерные гомоморфные преобразования, выполняемые с применением мультипликативных факторных моделей, обозначим T^{Φ} . Тогда при рассмотрении совокупности сейсмических



наблюдений $\{y_n(t), n = 1, \dots, N\}$, к примеру отдельной сейсмограммы или набора сейсмограмм, отвечающих многократной профилейной системе наблюдений, справедливы представления

$$T^\Phi \{x_n(t)\} = D^{-1} L D \{x_n(t)\} = \{g_k(t)\} \quad (1.9)$$

и

$$T^{\Phi/2} \{x_n(t)\} = L D \{x_n(t)\} = \{g_k^*(r)\}. \quad (1.10)$$

Преобразования D^{-1} , L , D , входящие в T^Φ и $T^{\Phi/2}$, непрерывны. Преобразование T^Φ будем считать устойчивым при выполнении приближенного равенства

$$T^\Phi \{x_n(t)\} = D^{-1} I D \{x_n(t)\} \cong \{x_n(t)\}, \quad (1.11)$$

где I является единичным преобразованием, которое переводит данные в самих себя. Указанное приближение определяется возможной потерей точности в силу использования нелинейных преобразований D и D^{-1} .

Введенные преобразования позволяют формализовать набор задач, которые потребовалось решить при реализации конкретного многомерного гомоморфного преобразования. В математическом смысле такой набор задач был эквивалентен исследованию проблемы единственности и устойчивости нелинейных преобразований T^Φ , $T^{\Phi/2}$ для мультипликативных факторных моделей, используемых при представлении сейсмических сигналов. Из структуры этих преобразований следует, что данная проблема может быть разделена на несколько самостоятельных задач, относящихся к свойствам D , L , D^{-1} . Они формулируются следующим образом.

Задача 1.1. Определить условия для преобразований D , D^{-1} , при которых не нарушается единственность и устойчивость преобразований T^Φ , $T^{\Phi/2}$.

Задача 1.2. Определить условия, при которых преобразование L позволяет единственным образом находить значения факторов линеаризованной модели.



Задача 1.3. Построить статистически устойчивые алгоритмы, реализующие преобразования D , D^{-1} в рамках решения задачи 1.1, которые обеспечивают эффективность преобразований T^Φ , $T^{\Phi/2}$.

Задача 1.4. Определить критерии, указывающие на возможность эффективного использования преобразований T^Φ , $T^{\Phi/2}$ в рамках заданной многофакторной модели при обработке конкретного сейсмического материала.

Под статистически устойчивыми алгоритмами в задаче 1.3 понимаются алгоритмы, не увеличивающие уровень помехи при их применении, а под эффективностью преобразований – повышение качества получаемых оценок параметров при увеличении числа наблюдений. В задаче 1.4 под эффективным использованием преобразований понимается повышение качества решаемой геофизической задачи, что определяется правильностью выбора модели.

Сформулированные задачи позволяют лучше понять взаимодействие отдельных частей D^{-1} , L , D в результирующих преобразованиях T^Φ , $T^{\Phi/2}$. Так, из решения задач 1.1 и 1.2 будут получены условия, обеспечивающие единственность построенных преобразований. Но этого еще будет недостаточно для их устойчивости. Поэтому вопросы устойчивости будут дополнительно рассмотрены в главах 4 и 5. Из приведенных формулировок также следует, что решение задач 1.2 и 1.4 существенно зависит от рассматриваемых мультипликативных моделей. Поэтому в главе 2 будет уделено специальное внимание построению таких моделей, что непосредственно относится к общей проблеме определения и рассмотрения класса факторных моделей, которые могут быть использованы при сейсмических исследованиях. Построенные модели применяются в дальнейшем при анализе свойств линейного преобразования L (главы 3 и 4). Они также служили основой при создании нелинейных методов обработки сейсмических сигналов, реализующих преобразования T^Φ или $T^{\Phi/2}$ (глава 5).

В заключение остановимся на соотношении между предлагаемыми преобразованиями и кепстральным анализом. Оба преобразования содержат операцию логарифмирования спектров, линеаризующую модели сверточного типа, но при переходе к кепстрам, как было реализовано в работе [282], требуется выполнить дополнительное преобразо-



вание Фурье. Это позволяет оставаться в исходных переменных t , что может оказаться особенно полезным для случаев одноканальной фильтрации. При разделении же мультипликативных факторных составляющих в рамках многоканального преобразования и особенно для многомерного случая такая полезность не столь очевидна и требует отдельного рассмотрения. Вероятнее всего, полезность выбора преобразования будет определяться условиями исходной сейсмической задачи. Так, при использовании факторной декомпозиции в процессе решения обратных задач, когда решение прямой задачи строится в спектральной области, целесообразно не переходить к временной переменной. Подобной задачей, в частности, является определение параметров малоамплитудных разрывных нарушений (разд. 5.3) или тонкослоистых объектов (разд. 5.4 и 5.7).

ГЛАВА 2

РАЗВИТИЕ МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

2.1. Эффективная динамическая модель для отраженных волн

2.1.1. Модель спектрально-статистического метода

Она была рассмотрена автором настоящей монографии совместно с Гольдиным в 1972–1973 гг. [32, 86] и представляла собой непосредственное развитие модели (1.6). Отметим, что подобного типа модели появились за рубежом только в 1981 году [273] с отставанием на 10 лет от модели Гурвича.

Одним из существенных моментов на начальном этапе было выделение в сигнальной компоненте составляющей $w(t)$, а также добавление помехи $\xi_{ij}(t)$. Тогда представление (1.6) заменялось на

$$y_{ij}(t) = w(t) * s_i(t) * r_j(t) * m_k(t) + \xi_{ij}(t). \quad (2.1)$$

Несмотря на относительно небольшие изменения, в нем заключался значимый геофизический смысл. В результате появлялся единый импульс посылки $w(t)$, входящий во все рассматриваемые наблюдения, а составляющие $s_i(t)$, $r_j(t)$, $m_k(t)$ представляли собой вариации импульсных характеристик областей возбуждения, приема и отражения соответственно.

Форма (2.1) сближала многофакторные мультипликативные модели с моделями деконволюции (1.2) и позволяла понять тип вариаций,



учитываемый ими в наблюдаемых сигналах. Хотя формально $w(t)$ мог интерпретироваться как временное представление составляющей $R_0(\omega)M_0(\omega)S_0(\omega)$ в линейризованном выражении (1.8), но фактически в них заключался различный смысл. Если $w(t)$ – это идеальный импульс, относительно которого определялись полные характеристики $s_i(t)$, $r_j(t)$, $m_k(t)$, вбирающие в себя особенности реальных областей, то произведение $R_0(\omega)M_0(\omega)S_0(\omega)$ состояло из констант, относительно которых варьировали случайные величины $\Delta R(x_j, \omega)$, $\Delta S(x_i, \omega)$, $\Delta M(\omega, \zeta)$.

Имелось и некоторое отличие в помехе, которая, как и для случая линейризуемой модели (1.8), могла отвечать сумме «поверхностных, рассеянных и иных волн, отличных от изучаемой нами волны» [51, с. 41]. В то же время ее введение во временное представление модели расширяло возможности по ее описанию. В частности, могли быть использованы коррелированные по времени помехи с различным видом корреляционной функции. Поэтому вводимая помеха оказывалась ближе к мешающей компоненте модели (1.1).

Следующий шаг в развитии мультипликативных факторных моделей состоял во введении эффективного представления для импульсной характеристики среды $U_{ij}^w(t|\vartheta)$ или ее спектрального аналога $U_{ij}^w(\omega|\vartheta)$. Таким образом, И.И. Гурвич усовершенствовал первую составляющую модели свертки (1.2), а далее развивалось представление для второй составляющей.

Эффективное представление было введено достаточно формально в работе [91] и основывалось на следующих основных моментах:

- понимании сложной природы сейсмических сигналов, входящих в сигнальную компоненту модели (1.2), и эвристичности исходной модели Гурвича;
- необходимости иметь достаточную свободу при описании особенностей формы сигналов, связанных с целевыми объектами изучаемой среды;
- переходе от координат источников и приемников к координатам общей центральной точки (ОЦТ) и равных удалений источник–приемник



(РУН), для которых изменения формы сигналов часто обладают более простым видом.

Тогда представляя логарифм модельной составляющей

$$\ln \left[U_{ij}^w(\omega | \vartheta) \right] = \operatorname{Re} \left\{ \ln \left[U_{ij}^w(\omega | \vartheta) \right] \right\} - i \cdot \operatorname{Im} \left\{ \ln \left[U_{ij}^w(\omega | \vartheta) \right] \right\}$$

и воспользовавшись формальными равенствами

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left\{ \ln \left[U_{ij}^w(\omega | \vartheta) \right] \right\} &= \operatorname{Re} \left\{ \ln \left[U_{(i+j)(i-j)}^w(\omega | \vartheta) \right] \right\} = \\ &= \sum_{p=0}^P c_{i+j}^{w(p)}(\omega | \vartheta) \varphi^{(p)}(i-j), \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \left\{ \ln \left[U_{ij}^w(\omega | \vartheta) \right] \right\} &= \operatorname{Im} \left\{ \ln \left[U_{(i+j)(i-j)}^w(\omega | \vartheta) \right] \right\} = \\ &= \sum_{p=0}^P d_{i+j}^{w(p)}(\omega | \vartheta) \varphi^{(p)}(i-j), \end{aligned}$$

которые определяют изменения мнимой и вещественной составляющей логарифма спектральной характеристики $U^w(p_i, p_j, \omega | \vartheta)$ в зависимости от пространственных координат системы наблюдений, получаем

$$U_{ij}^w(\omega | \vartheta) = U_{(i+j)(i-j)}^w(\omega | \vartheta) = \prod_{p=0}^P G_{\varphi}^{w(p)}(\omega | \vartheta), \quad (2.3)$$

где

$$G_{\varphi}^{w(p)}(\omega | \vartheta) = \exp \left[-ik_{i+j}^{w(p)}(\omega | \vartheta) \varphi^{(p)}(i-j) \right], \quad (2.4)$$

$k_{i+j}^{w(p)}(\omega | \vartheta) = d_{i+j}^{w(p)}(\omega | \vartheta) - ic_{i+j}^{w(p)}(\omega | \vartheta)$ и $i = \sqrt{-1}$. Здесь индексное обозначение $(i+j)$ и $(i-j)$ используется для координат ОЦТ и РУН, а $\varphi^{(p)}(i-j)$ являются линейно-независимыми функциями переменной,



определяемой расстоянием источник–приемник, коэффициенты $d_{i+j}^{w(p)}(\omega | \vartheta)$, $c_{i+j}^{w(p)}(\omega | \vartheta)$ принимают действительные значения, а их величина определяется видом $U_{ij}^w(\omega | \vartheta)$ и выбором L . Очевидно, что $G_{эф}^{w(p)}(\omega | \vartheta)$ можно рассматривать как спектральные характеристики, отвечающие некоторым фильтрам. Такие фильтры были названы G -эффективными, а $U^w(p_i, p_j, t | \vartheta)$, записанное в виде свертки импульсных характеристик этих фильтров, – *эффективным представлением сигнальной компоненты, или эффективной динамической модели*. Импульсная характеристика $m_k(t)$ в выражении (1.6) является простейшим примером такой модели.

Эффективное представление (2.3) позволяет построить следующее выражение для модели интервала трассы, содержащего заданную сигнальную компоненту

$$y_{ij}(t | \vartheta) = s_i(t) * r_j(t) * g_k^{(0)}(t | \vartheta) * g_{kl}^{(1)}(t | \vartheta) * \dots * g_{kl}^{(P)}(t | \vartheta) + \xi_{ij}(t), \quad (2.5)$$

которое при выделении составляющей единого импульса посылки имеет вид

$$y_{ij}(t | \vartheta) = w(t) * s_i(t) * r_j(t) * g_k^{(0)}(t | \vartheta) * g_{kl}^{(1)}(t | \vartheta) * \dots * g_{kl}^{(P)}(t | \vartheta) + \xi_{ij}(t). \quad (2.6)$$

Здесь k, l обозначают номера точек ОЦТ, РУН и условно обозначают их координаты. В выражениях также для упрощения записи убраны обозначения, связанные с отнесением рассматриваемой сигнальной компоненты к определенному типу волны, хотя о наличии такой связи необходимо всегда помнить.

Как и любая эвристическая модель, введенное эффективное выражение требовало интерпретационных возможностей. Их оказалось



достаточно много. Укажем две из них, которые были наиболее востребованы при развитии методов многомерной гомоморфной фильтрации и при их практическом использовании.

1. Если при выборе функций в разложениях (2.2) $\varphi^{(0)}(i-j) \equiv 1$, то спектральная и импульсная характеристика фильтра $G_{\text{эф}}^{w(0)}$ не зависит от переменной $(i-j)$ или удаления источник–приемник. Тогда этот фильтр определяет отклик среды для данного типа сигналов при совмещенном источнике и приемнике, а его использование будет оправданным в прямых и обратных задачах, где выполнено соответствующее условие.

2. Применение степенных функций $\varphi^{(P)}(i-j) = (i-j)^P$ позволило совместить модели коррекции временных статических поправок с моделями коррекции динамических особенностей сигналов, в частности поверхностно-согласованной деконволюции. При этом выполнение принципа взаимности [10] позволяет использовать только четные степени для монотипных волн, что уменьшает количество параметров модели.

Кроме того, могут быть установлены связи между параметрами, определяющими G -эффективные фильтры, и параметрами, характеризующими физические свойства среды, в рамках традиционных сейсмических моделей и методов. Таким образом, создается основа для перехода от эффективных динамических характеристик, определяемых по наблюдаемым сейсмическим данным, к целевым параметрам среды. Реализацией этой идеи, предложенной автором, явилось построение эффективной лучевой модели (разд. 2.2) и создание CSD-технологии (разд. 5.5).

2.1.2. Связь параметров эффективной динамической модели с параметрами лучевого метода

Эта связь представляет собой пример установления подобных связей, когда отражающими объектами в среде являются гладкие границы, разделенные толстыми слабонеоднородными слоями. В этом случае процессы формирования отраженных волн могут быть рассмотрены



рены в рамках лучевого метода [5, 9]. Тогда отраженная волна, прошедшая n слоев от i -го источника и наблюдаемая в j -м приемнике, имеет вид

$$f^w(p_i, p_j, t | \Theta) = A_{ij} \left[s_i(t - \Delta t_{ij}) \cos \aleph_{ij} + \bar{s}_i(t - \Delta t_{ij}) \sin \aleph_{ij} \right], \quad (2.7)$$

где

$$A_{ij} = \frac{R_{ij}^{(0)}(\Theta_0)}{D_{ij}} \left| \prod_{v=1}^n \chi_{ij}^v \right|, \quad \aleph_{ij} = \arg \left(\prod_{v=1}^n \chi_{ij}^v \right),$$

где $s_i(t)$ – форма колебаний в источнике; $\bar{s}(t)$ – функция, сопряженная с $s(t)$ по Гильберту; коэффициент $R_{ij}^{(0)}(\Theta_0)$ зависит от направления луча γ_{ij}^* в источнике, т. е. определяется направленностью Θ_0 источника (здесь луч γ_{ij}^* получен согласно принципу Ферма при переборе по всем лучам, соединяющим i -й источник с j -м приемником); D_{ij} – геометрическое расхождение; χ_{ij}^v – коэффициенты отражения (преломления), вычисляемые по законам плоских волн (два последних параметра, как и время прихода сигнала Δt_{ij} , также определяются геометрией луча γ_{ij}^*).

Перейдем к спектральному представлению для выражения (2.7). Учитывая свойства сопряженной по Гильберту функции [127], а также пренебрегая направленностью источника, получим

$$F_{ij}^w(\omega, t | \Theta) = \frac{1}{D_{ij}} \prod_{v=1}^n \chi_{ij}^v S_i^f(\omega) e^{-i\omega \Delta t_{ij}}. \quad (2.8)$$

Здесь $S_i^f(\omega)$ – комплексная спектральная характеристика зоны возбуждения. Следовательно, спектральная характеристика среды, полученная в приближении лучевого метода для отраженной волны, имеет вид



$$U_{ij}^w(\omega|\vartheta) = \frac{1}{D_{ij}} \prod_{v=1}^n \chi_{ij}^v e^{-i\omega\Delta t_{ij}}. \quad (2.9)$$

Теперь предположим, что величины D_{ij} , χ_{ij}^v приближаются следующими выражениями:

$$D_{ij} = \exp \left\{ i \sum_{p=0}^2 q_{i+j}^{(p)} (i-j)^p \right\},$$

$$\chi_{ij}^v = \exp \left\{ i \sum_{p=0}^2 r_{i+j}^{(p)}(v) (i-j)^p \right\},$$

а временной сдвиг, определяющий кинематику соответствующей отраженной волны,

$$\Delta t_{ij} = t_{i+j}^{(0)} + t_{i+j}^{(2)} \cdot (i-j)^2.$$

Тогда из выражения (2.3) для $U_{ij}^w(\omega|\vartheta)$ через G -эффективные фильтры, когда в качестве $\varphi^{(p)}(i-j)$ взяты степенные функции, следует, что

$$k_{i+j}^{w(0)}(\omega|\vartheta) = -q_{i+j}^{(0)} + \sum_{v=1}^n r_{i+j}^{(0)}(v) + \omega t_{i+j}^{(0)},$$

$$k_{i+j}^{w(1)}(\omega|\vartheta) = -q_{i+j}^{(1)} + \sum_{v=1}^n r_{i+j}^{(1)}(v), \quad (2.10)$$

$$k_{i+j}^{w(2)}(\omega|\vartheta) = -q_{i+j}^{(2)} + \sum_{v=1}^n r_{i+j}^{(2)}(v) + \omega t_{i+j}^{(2)},$$

и полезная компонента волнового поля описывается тремя G -эффективными фильтрами: $G_{\text{эф}}^{w(0)}$, $G_{\text{эф}}^{w(1)}$, $G_{\text{эф}}^{w(2)}$, характеристики которых



связаны с параметрами лучевого представления для отраженной волны. Последние, в свою очередь, определяются динамическими и кинематическими параметрами, используемыми в сейсморазведке.

Из (2.10), в частности, следует, что G -эффективное представление обобщает эффективные выражения, используемые при кинематической интерпретации. Поэтому можно предполагать, что аналогично тому, как при интерпретации годографов волн по эффективным параметрам $t_{i+j}^{(0)}$, $t_{i+j}^{(2)}$ удастся определять скоростные параметры модели среды, так же по параметрам $k_{i+j}^{w(0)}(\omega|\vartheta)$, $k_{i+j}^{w(1)}(\omega|\vartheta)$, $k_{i+j}^{w(2)}(\omega|\vartheta)$ могут быть определены более широкие наборы упругих характеристик среды.

2.1.3. Четырехфакторная модель и линейно-неупругий слой

Рассмотрим еще один пример установления возможных связей между параметрами эффективной динамической модели и физическими характеристиками среды. Он основан на классической модели среды, когда у поверхности Земли расположен толстый однородный линейно-неупругий слой, характеризующийся параметром затухания $\alpha(\omega)$ и скоростью $V_p(\omega)$, с горизонтальной идеально отражающей границей на глубине H . Допустим, что в слое от i -го источника распространяется плоская волна, которая, отражаясь от границы, регистрируется в j -м приемнике. Форма сигнала считается заданной. Тогда, воспользовавшись выражением для спектральной характеристики линейно-неупругой среды [33] и учитывая, что коэффициент отражения от границы равен единице, представим выражение для полезной компоненты волнового поля в виде

$$U_{ij}^w(\omega|\vartheta) = \exp\left\{-\left[\alpha(\omega) + i\omega V_p^{-1}(\omega)\right]r_{i-j}\right\}, \quad (2.11)$$

где $r_{i-j} = \sqrt{x_{i-j}^2 + 4H^2}$ – расстояние, проходимое волной от i -го источника до j -го приемника.



Из выражения (2.11) следует, что спектральная характеристика $U_{ij}^w(\omega|\vartheta)$ в координатах $(i+j)$, $(i-j)$ не изменяется по $(i+j)$. На основе этого же выражения можно выполнить переход к представлению (2.13). Он будет определяться системой функций $\varphi^{(l)}(i-j)$, используемых при разложении r_{i-j} . Если в качестве $\varphi^{(l)}(i-j)$ взяты степенные функции $(i-j)^l$, то

$$r_{i-j} = 2H + C_2(i-j)^2(4H)^{-1} - C_4(i-j)^4(64H^3)^{-1} + \dots, \quad (2.12)$$

где C_l ($l=2, 4, \dots$) – коэффициенты соответствующего разложения. Отметим, что степенные функции не являются оптимальными в данном случае и что при конечном числе приемников степень этого разложения определяется их числом.

Таким образом, представление (2.3) для рассматриваемого случая имеет G -эффективные фильтры только четных номеров с параметрами $k_{i+j}^{w(l)}(\omega|\vartheta)$, определяемыми, согласно (2.11) и (2.12), равенствами

$$k_{i+j}^{w(0)}(\omega|\vartheta) = -2H \left[\alpha(\omega) + i\omega V_P^{-1}(\omega) \right],$$

$$k_{i+j}^{w(2)}(\omega|\vartheta) = -C_2(4H)^{-1} \left[\alpha(\omega) + i\omega V_P^{-1}(\omega) \right],$$

.....

Эти равенства задают связь параметров анализируемой среды с параметрами G -эффективных фильтров. Они показывают, что параметры слоя H , $\alpha(\omega)$, $V_P(\omega)$ могут быть однозначно определены по значениям первых двух G -эффективных фильтров.

Отметим, что представление (2.11) послужило обоснованием введения четырехфакторной модели, имеющей вид

$$y_{ij}(t) = s_i(t) * r_j(t) * g_{i+j}(t) * l_{i-j}(t) + \xi_{ij}(t). \quad (2.13)$$



Особенности модели с формальных позиций рассматривались автором в работе [88]. Позже она была введена американскими исследователями в работе [273] и активно использовалась при развитии методов поверхностно-согласованной деконволюции и блайнд-фильтрации. Однако необходимо подчеркнуть, что рассмотренный пример показывает следующее. Такого типа модель может быть обоснована и эффективно использована только в случае однородных горизонтальных линейно-неупругих слоев или для достаточно однородной верхней толщи при наличии локальных особенностей отражающего горизонта (см. разд. 4.3 и 5.2.3). Для других случаев она будет давать достаточно грубое приближение при представлении вариаций формы отдельных сигнала.

2.2. Эффективная лучевая модель и переход к моделям целевых объектов

2.2.1. Локально-одномерные целевые объекты

Появление таких моделей было вызвано стремлением использовать подход многомерной гомоморфной фильтрации при решении обратных задач. Исходная модель Гурвича, как и последующие ее модификации, содержала импульсную характеристику среды $m_k(t)$ или $g_k^{(0)}(t|\vartheta)$. Она соответствовала временным разрезам нулевых удаленный источник–приемник. Построение таких разрезов служило основной целью обработки сейсмических данных, они использовались при решении задач определения параметров реальных сред. Одновременно было понятно, что получаемые импульсные характеристики, как и временные разрезы, представляют искаженную информацию о целевых объектах. Достаточно большая часть искажений определяется средой, покрывающей целевой объект, через которую проходит сейсмический сигнал, содержащий информацию об объекте. Искажения также вносятся процессом обработки данных, когда не учитываются соответствующие изменения формы сигнала.

Введение эффективного представления (см. разд. 2.1) позволило улучшить аппроксимацию обобщенной импульсной характеристики



среды $U_{ij}^w(\omega|\vartheta)$, что было важным для процедур декомпозиции формы сигнала и обработки данных. Однако этого было еще недостаточно для получения откликов непосредственно от целевых объектов, которые очищены от искажений, связанных с покрывающей средой. Именно получение таких откликов в рамках мультипликативных моделей послужило основной целью работ автора совместно с Мадатовым и Середой [78, 79, 80]. При этом реализовывалась идея увязывания аппроксимационной модели среды с аппроксимационной моделью рассматриваемого волнового поля.

Основу указанных работ составило объединение эффективного представления формы сигнала с $L_{Ю}$ -моделями среды, предложенными Гельчинским [26], и приближение изменений формы сигнала, связанных со средой прохождения, в рамках лучевого метода. При этом исходной моделью среды служит упругое полупространство, в котором выделяются однородные линейно-неупругие толстые слои с переменными мощностями, которые разделены тонкослоистыми зонами с постоянными мощностями слоев (рис. 2.1). Тонкослоистые зоны отождествляются с целевыми интервалами сейсмогеологического разреза (реперными горизонтами). Толстые слои характеризуются скоростью распространения и коэффициентом затухания монотипной волны. Для тонких слоев дополнительно вводятся плотность, скорость и коэффициент затухания обменной волны.

Следует отметить, что классическая $L_{Ю}$ -модель среды несколько отличалась от приведенной выше толстослоистой модели с тонкослоистыми отражающими горизонтами. В ней предполагалось некоторое стохастическое распределение параметров среды. Указанной же модели ближе вырожденный вариант классических $L_{Ю}$ -моделей, обозначаемый как $L_{Ю}^0$. Такие модели оказались весьма эффективными при анализе динамики записей отраженных волн в модельных экспериментах, поскольку комбинация лучевого метода (для толстых слоев) с матричным методом [108] в пределах тонкослоистых зон, позволяла моделировать достаточно сложные реальные объекты



анализа с высокой точностью. В то же время они почти не использовались при обработке реальных данных, полученных в системах многократных перекрытий. Это было связано, возможно, с неразработанностью вопросов их применения для решения обратных задач сейсмоки.

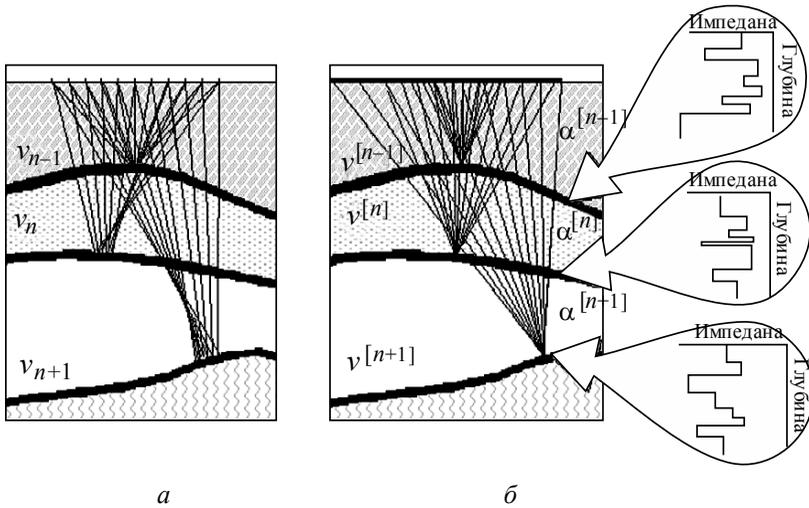


Рис. 2.1. Схематическое представление перехода от априорной модели среды (а) к эффективной лучевой модели (б) с тонкослоистыми целевыми объектами

При рассмотрении предлагаемых моделей в работах [78, 79, 80] было показано, что использование результатов кинематической обработки и интерпретации может существенно расширить класс моделей сред при динамическом анализе сейсмограмм, оставаясь, по сути, в рамках приведенной одномерной $L_{Ю}$ -модели. При этом рассматривались сигналы, отвечающие определенным волновым объектам, в качестве которых выступали отраженные волны от тонкослоистых зон. Такие сигналы содержались в интервалах сейсмической записи (трассы), для которых справедлива модель, аналогичная (2.6), но имеющая форму



$$y_{ij}^{(n)}(t^{(n)} | \mathfrak{G}) = w(t^{(n)}) * s_i(t^{(n)}) * \\ * r_j(t^{(n)}) * U_{ij}^{(n)}(t^{(n)} | \mathfrak{G}) + \xi_{ij}^{(n)}(t^{(n)}), \quad (2.14)$$

где

$$U_{ij}^{(n)}(t^{(n)} | \mathfrak{G}) = A_{ij}(\tau^{(n)}, t) P_{ij}^{-1}(\tau^{(n)}, t) \times \\ \times [T_{ij}(\tau^{(1)} + t) * \dots * T_{ij}(\tau^{(n-1)} + t)] * M_{ij}(\tau^{(n)} + t) \quad (2.15)$$

представлено в приближении нулевого члена лучевого ряда. Здесь $t^{(n)} = \tau_{ij}^{(n)} + t$ является локальной временной переменной, отвечающей интервалу $\Delta^{(n)}$, т. е. $t \in [-0.5\Delta^{(n)}, 0.5\Delta^{(n)}]$, а $\tau_{ij}^{(n)}$ определяет время прохождения отраженной волны по лучу $\gamma_{ij}^{(n)}$, где n – номер соответствующей тонкослоистой зоны; A_{ij} – частотно-зависимый элемент лучевого оператора, определяющий затухание амплитуды сигнала за счет интегральных эффектов поглощения/рассеивания вдоль луча; P_{ij} – часть лучевого оператора, связанная с геометрическим расхождением; T_{ij} – операторы прохождения через вышележащие тонкослоистые зоны; M_{ij} – оператор отражения от n -й тонкослоистой зоны.

Модель (2.14) обеспечила продвижение в ответах на следующие вопросы.

1. Как могут быть связаны характеристики источников и приемников, получаемые при декомпозиции формы сигналов, которые относятся к отражениям от разных горизонтов? Согласно модели (2.14) функции $s_i(t)$, $r_j(t)$ могут различаться для сигналов, отвечающих различным отражениям. Но эти отличия определяются соответствующими лучами $\gamma_{ij}^{(n)}$. Это позволяет объединять данные функции при анализе отражений от различных тонкослоистых зон, например посредством предположений о характере направленности.



2. Как могут быть использованы результаты обработки и интерпретации сейсмических данных, полученные в рамках толстослоистых моделей сред, при декомпозиции формы сигналов? Построенная модель показывает, что они служат не только для идентификации целевых сигналов, но и участвуют в процессе оценивания параметров тонкослоистых объектов, входящих во все функции правой части представления (2.15). Кроме того, они служат основой для перехода от сложной двух- или трехмерной модели среды с криволинейными границами к локально-одномерной модели с целевыми объектами.

3. Как влияют изменения спектральных характеристик вышележащих тонкослоистых объектов на нижележащие объекты? В модели такие влияния представлены в явной форме, что дает возможность учитывать характеристики отражения, полученные для верхних тонкослоистых объектов, при определении характеристик нижележащих тонкослоистых зон. Такое увязывание оценок, получаемых по различным отраженным волнам, позволяет строить рекуррентные процедуры оценивания параметров целевых объектов для всего разреза.

С целью обеспечения правомерности использования эффективной лучевой модели (2.14) при обработке конкретного сейсмического материала в работе [78] вводились некоторые допущения. Они относились к величине $\Delta^{(n)}$, длительности функций $w(t)$, $s_i(t)$, $r_j(t)$, различиям в мощностях толстых слоев и тонкослоистых зон, а также касались существующей априорной информации и возможных изменений параметров задаваемой эффективной модели.

2.2.2. Единая модель интервалов трассы

Сделанные допущения и переход к эффективным лучевым моделям (см. рис. 2.1), обладающим квазиодномерностью с учетом неизменности параметров тонкослоистых зон, позволили представить модель для спектра участка трассы, содержащего отраженный сигнал от n -й тонкослоистой зоны, в форме

$$Y_{ij}^{(n)}(\omega) = W(\omega)S_i(\omega)R_j(\omega)U_j^{(n)}(\omega) + \zeta_{ij}(\omega), \quad (2.16)$$



где

$$U_j^{(n)}(\omega) = \left[A_j^{(n)}(\omega) P_j^{(n)-1} \right] M_j^{(n)}(\omega) \prod_{k=1}^{n-1} T_j^{(k)}(\omega). \quad (2.17)$$

Первый частотно-зависимый амплитудный множитель, определяющий изменение формы исходного сигнала при его прохождении через эффективную линейно-неупругую покрывающую среду, может быть преобразован следующим образом. Предположив, что для $A_j^{(n)}(\omega)$, определяемого равенством (2.11), зависимость параметра затухания от частоты имеет линейный характер, т. е. $\alpha^{(n)}(\omega) = \alpha^{(n)}\omega$, и используя дисперсионное соотношение Крамерса–Кронига [1], получим

$$\pi \left(V^{(n)-1}(\omega) - V^{(n)-1}(\omega_0) \right) = 2r_j^{(n)} \alpha^{(n)} \ln \left(\omega \omega_0^{-1} \right). \quad (2.18)$$

Тогда для логарифма амплитудного множителя справедливым будет выражение

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left\{ \ln \left[A_j^{(n)}(\omega) P_j^{(n)-1} \right] \right\} &= -P_j^{(n)} - \omega \alpha^{(n)} V^{(n)} \tau_j^{(n)}, \\ \operatorname{Im} \left\{ \ln \left[A_j^{(n)}(\omega) P_j^{(n)-1} \right] \right\} &= -\omega \left[\tau_j^{(n)} + 2\alpha^{(n)} V^{(n)} \tau_j^{(n)} \pi^{-1} \ln \left(\omega \omega_0^{-1} \right) \right]. \end{aligned}$$

Здесь $\alpha^{(n)}(\omega)$, $V^{(n)}(\omega)$ представляют собой параметры эффективной линейно-неупругой покрывающей среды для n -й тонкослоистой зоны (см. рис. 2.1, \bar{b}); $r_j^{(n)}$ – длина соответствующего луча, а ω_0 – опорная (основная) частота исходного импульса и $V^{(n)} = V^{(n)}(\omega_0)$. Априорная модель толстослоистой среды и существовавшие методы кинематической интерпретации [36] позволяли определить $V^{(n)}$, $\tau_j^{(n)}$, $P_j^{(n)}$. Поэтому относительно логарифма рассматриваемого множителя может быть использована линейная модель



$$\ln \left[A_j^{(n)}(\omega) P_j^{(n)-1} \right] = \omega \alpha^{(n)} C_j^{(n)}, \quad (2.19)$$

где комплексный коэффициент $C_j^{(n)} = -V^{(n)} \tau_j^{(n)} \left[1 + i 2\pi^{-1} \ln(\omega \omega_0^{-1}) \right]$ определяется по имеющейся априорной информации.

Проведем такое же рассмотрение для второго и третьего множителей правой части равенства (2.17) с учетом особенностей матричного метода [108]. При разложении логарифмов импульсных характеристик отражения/прохождения, используя степенные функции по удалениям источник–приемник, получим [78]

$$\begin{aligned} \ln \left[Y_{ij}^{(n)}(\omega) \right] &= \ln [W(\omega)] + \ln [S_i(\omega)] + \ln [R_j(\omega)] + \\ &+ \omega \alpha^{(n)} C_j^{(n)} + k_0^{(n)}(\omega) + \sum_{p=1}^P k_p^{(n)}(\omega) j^{2p} + \varepsilon_{ij}(\omega), \end{aligned} \quad (2.20)$$

где

$$k_0^{(n)}(\omega) = \ln \left[M_0^{(n)}(\omega) \right] + \sum_{k=1}^{n-1} T_0^{(k)}(\omega) \text{ и } k_l^{(n)}(\omega) = a_l^{(n)}(\omega) + \sum_{k=1}^{n-1} b_l^{(k)}(\omega).$$

Здесь $a_l^{(n)}(\omega)$, $b_l^{(n)}(\omega)$ являются коэффициентами разложения логарифмов импульсных характеристик отражения/прохождения, а $M_0^{(n)}(\omega)$, $T_0^{(k)}(\omega)$ отвечают нормальному лучу, проведенному от поверхности наблюдений до n -й тонкослойной зоны. Слагаемое $\varepsilon_{ij}(\omega)$ связано с помехой $\zeta_{ij}(\omega)$ и сигнальной составляющей модели (2.16).

Свойства этого слагаемого рассматриваются в главе 3.

Модель (2.20) объединяет в рамках мультипликативного представления все отраженные сигналы от целевых горизонтов, что может дать существенный положительный эффект при решении практических задач. В частности, может быть повышена точность определения параметров целевых тонкослойных объектов за счет полного использования информации, получаемой по различным горизонтам. При этом



автоматически обеспечиваются согласование результатов и учет влияния вышележащих горизонтов на нижележащие.

Важность выражения (2.20) для развития гомоморфной фильтрации состояла также в том, что оно позволило связать параметры G -эффективных фильтров с импульсными характеристиками отражения/прохождения. Кроме того, оно продемонстрировало возможность определения значений параметров затухания $\alpha^{(n)}$, относящихся к толстым слоям исходной модели среды, в процессе декомпозиции формы отраженных сигналов. Получаемые значения $\alpha^{(n)}$ могут служить основой для построения трендовых кривых, характеризующих закономерности изменения затухания и добротности по разрезу (разд. 5.5).

2.3. Мультипликативные модели для других типов волн

2.3.1. Головные волны

Вводимые выше мультипликативные факторные модели относились к отраженным волнам, поэтому значимым представлялось распространение такого класса моделей на другие типы волн. Его удалось сделать в работе [94]. При этом использовались идеи работы [71], где рассматривался процесс распространения головных волн от i -го источника до j -го приемника в толстом приповерхностном слое (рис. 2.2). Здесь выделялись четыре основные области, оказывающие наибольшее влияние на формирование регистрируемых сигналов: область источника, а также области прохождения до границы, скольжения вдоль границы и прохождения от границы до приемника. Три последних области обозначены на рис. 2.2 $H^{(1)}$, $H^{(2)}$ и $H^{(3)}$ соответственно. Каждой из указанных областей отвечает некоторая импульсная и спектральная характеристика, которая считается неизвестной. Предложенная модель позволяет представить форму регистрируемого сигнала в виде последовательной свертки указанных импульсных характеристик. Дальнейший анализ таких сигналов послужил основой для алгоритмов обработки преломленных волн, которые наблюдаются с многократными перекрытиями.

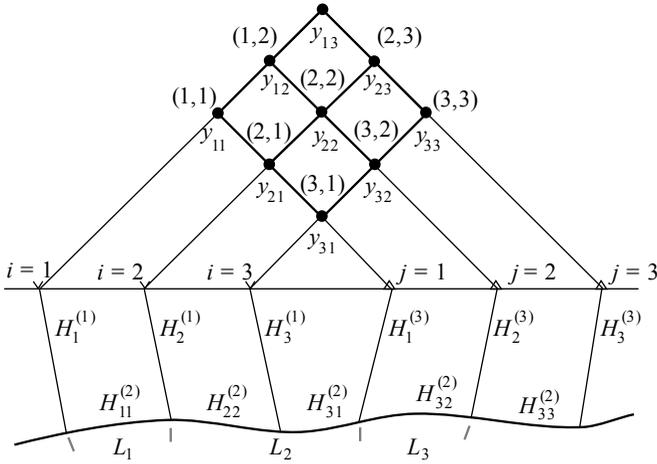


Рис. 2.2. Схематическое представление модели среды и наблюдений при определении формы сигнала головной волны

Наиболее значимый результат относится к сигналам, наблюдаемым в произвольной группе, состоящей из четырех точек с парными источниками и приемниками. В качестве примера возьмем четыре точки: (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), отвечающие наблюдениям, y_{11} , y_{12} , y_{21} , y_{22} (см. рис. 2.2). Для соответствующих сигналов справедливыми являются следующие временные представления:

$$\begin{aligned}
 f_{11}(t) &= s_1(t) * H_1^{(1)}(t) * L_1(t) * L_2(t) * H_1^{(3)}(t), \\
 f_{12}(t) &= s_1(t) * H_1^{(1)}(t) * L_1(t) * L_2(t) * L_3(t) * H_2^{(3)}(t), \\
 f_{21}(t) &= s_2(t) * H_2^{(1)}(t) * L_2(t) * H_1^{(3)}(t), \\
 f_{22}(t) &= s_2(t) * H_2^{(1)}(t) * L_2(t) * L_3(t) * H_2^{(3)}(t).
 \end{aligned}
 \tag{2.21}$$

Такие же выражения справедливы и для спектров сигналов. Здесь $s_i(t)$, $H_i^{(1)}(t)$, $H_i^{(3)}(t)$ являются импульсными характеристиками



областей источников и прохождения сигналов до границы. Для упрощения записи в области скольжения волны вдоль границы выделены три области с импульсными характеристиками $L_1(t)$, $L_2(t)$, $L_3(t)$.

На основе представлений (2.21) во временной и спектральной форме просто доказывается справедливость равенства $f_{11}(t) * f_{22}(t) = f_{12}(t) * f_{21}(t)$ или его спектрального аналога. Эти равенства обобщаются на случай произвольных четырех наблюдений и имеют вид

$$f_{ii}(t) * f_{jj}(t) = f_{ij}(t) * f_{ji}(t). \quad (2.22)$$

Равенства определяют связь между формами сигналов, которые отвечают различным точкам обобщенной плоскости наблюдений. С помощью этого выражения исходные сейсмические записи могут быть преобразованы таким образом, чтобы можно было максимально выделить волны указанного типа на фоне других колебаний.

Однако при организации таких преобразований необходимо учитывать структуру конкретных систем наблюдений, о чем свидетельствует рассмотрение даже простых (симметричных) вариантов. Так, пересчет наблюдений, показанных на рис. 2.2, в точку (3,1) осуществляется несколькими способами. Например, условившись не использовать ни одну из точек дважды, получаем схему пересчета поля, в которой наблюдения, расположенные в точках (1,2) и (2,3), исключаются из анализа. Другая схема, включающая всю совокупность точек, будет использовать наблюдения в точках (1,1), (2,1), (3,2), (3,3) по два раза. Вопрос об эффективности этих вариантов пересчета, т. е. о максимизации отношения сигнал/помеха на выходе, требует специального рассмотрения. Построение оптимальной схемы преобразования можно осуществлять путем эмпирического подбора весовых коэффициентов у пересчитываемых наблюдений [122], хотя очевидно, что такой путь малопродуктивен.

С целью оптимизации процедур пересчета головных волн, наблюдаемых в многократных системах КМПВ, и формализации этих процедур была предложена следующая общая модель для формы сигнала [94]:



$$f_{ij}(t) = s_i(t) * H_i^{(1)}(t) * H_{i1}^{(2)}(t) * \dots * H_{iK}^{(2)}(t) * H_j^{(3)}(t), \quad (2.23)$$

где второй нижний индекс у импульсных характеристик $H_{ik}^{(2)}(t)$ определяется траекторией скольжения головной волны для заданной системы наблюдений. При ее построении полностью реализовывалась представленная выше схема формирования головной волны, а выделяемые участки границы связывались с априорной моделью промежуточной толщи и пространственным расположением наблюдений.

Выражение 2.23 носит мультипликативный и факторный характер, а его использование при задании модели интервала трассы, содержащего этот сигнал, позволяет перейти к линейной факторной модели в лог-спектральной области. Соответствующая модель имеет вид

$$\begin{aligned} \ln [Y_{ij}(\omega)] = & \ln [S_i(\omega)] + \ln [H_i^{(1)}(\omega)] + \ln [H_i^{(3)}(\omega)] + \\ & + \sum_{l_j \in (i,j)} \ln [H_{il_j}^{(2)}(\omega)] + \varepsilon_{ij}(\omega). \end{aligned} \quad (2.24)$$

Здесь l_j обозначает траекторию скольжения рассматриваемой головной волны вдоль границы. Обсуждение свойств слагаемого $\varepsilon_{ij}(\omega)$, как и для предыдущих случаев, проводится ниже.

При построении модели (2.24) наибольшую сложность могут вызывать факторы, отвечающие $\ln [H_{il_j}^{(2)}(\omega)]$. Поэтому при их формировании требуется выполнение следующего условия.

- Траектория l_j , отвечающая i -му источнику, включает точки подхода сигналов от источников с бóльшим номером и точки отрывов волны, наблюдаемой в приемниках – с меньшим номером, чем j .

Тогда задаваемые факторы определяются однозначно. Физически приведенное условие означает, что в покрывающей среде не содержится ни зон каустик, ни зон больших горизонтальных градиентов скорости, а граница имеет не слишком большие радиусы кривизны. Для



соответствующих моделей на основе методов обобщенной линейной инверсии удастся построить оптимальные схемы пересчета головных волн [72], в которых используются все имеющиеся наблюдения. Такой пересчет обеспечивает эффективное выделение сигналов, связанных с определенной головной волной, которые могут быть перекрыты в рассматриваемом поле сигналами других волн.

2.3.2. Волны от локального нарушения отражающей границы

Интерес к такого рода моделям, как и в случае головных волн, был вызван желанием понять, насколько широко мультипликативные факторные модели применимы при решении сейсмических задач. До формирования соответствующей модели было интуитивное понимание того, что локальность нарушений позволяет оставаться в рамках рассмотрения отраженных сигналов, связанных с целевой границей. Однако отсутствовало представление о значимости вариаций в сигнальной составляющей, связанной непосредственно с нарушением отражающей границы. Одновременно имелись теоретические и практические разработки, позволяющие описать отраженный сигнал от локального нарушения [63–65] в виде сумм отраженных и дифрагированных волн. Таким образом, в одной постановке задачи появлялись два типа волн, что давало возможность оценить эффективность подхода при рассмотрении усложненного описания сигнальной составляющей $f^w(p_i, p_j, t | \vartheta)$. Кроме того, было очевидно, что локальный объект характеризуется небольшим числом параметров, что позволяло относительно просто одновременно с проблемой многомерных факторных разложений проанализировать и аспекты решения обратных задач. Все эти вопросы были рассмотрены в работе [74].

Для проведения соответствующих построений воспользуемся результатами работы [65], где дано описание геометрической структуры модели малоамплитудного локального нарушения, показанной на рис. 2.3. Модель характеризуется вектором параметров $\vartheta = \{V, H, x_0, \alpha, \Delta h, \delta\}$, где V – скорость распространения отраженной волны в покрывающей толще; H – глубина до отражающей



границы; x_0 – положение проекции ребра дифракции относительно источника; α – угол между линией профиля наблюдений и проекцией ребра на плоскость наблюдения; Δh – амплитуда нарушения по вертикали, а δ – то же, по горизонтали.

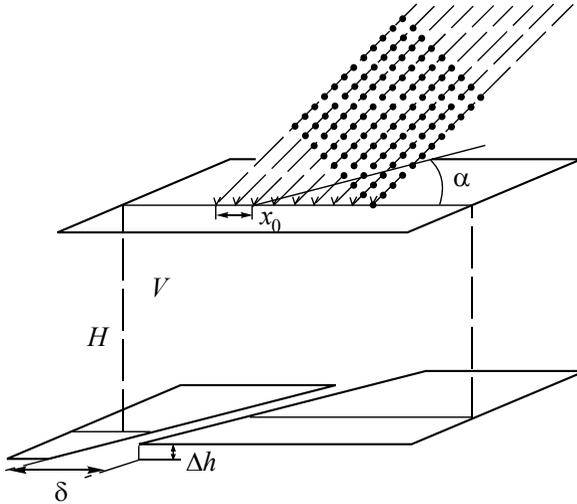


Рис. 2.3. Структура модели и наблюдений для малоамплитудного локального нарушения

Спектр сигнала, отраженного от локального объекта и наблюдаемого в системе многократных перекрытий, запишется в виде

$$F_{ij}^{(lo)}(\omega|\vartheta) = \sum_{p=1}^2 \left[U_{ijp}^{(ref)}(\omega|\vartheta) \exp(i\omega\tau_{ijp}^{(ref)}) + U_{ijp}^{(edg)}(\omega|\vartheta) \exp(i\omega\tau_{ijp}^{(edg)}) \right], \quad (2.25)$$

где индекс p указывает на нижнее ($p = 1$) и верхнее ($p = 2$) крыло нарушения; $\tau_{ijp}^{(ref)}$, $\tau_{ijp}^{(edg)}$ являются голографами отраженной и дифрагированной (угловой) волны соответственно, а $U_{ijp}^{(ref)}(\omega|\vartheta)$,



$U_{ijp}^{(\text{edg})}(\omega | \vartheta)$ – спектры сигналов, относящиеся к данным волнам. Оба спектра связаны между собой соотношением

$$U_{ijp}^{(\text{edg})}(\omega | \vartheta) = U_{ijp}^{(\text{ref})}(\omega | \vartheta) D[\eta_{ijp}(\omega)], \quad (2.26)$$

где множитель $D[\eta_{ijp}(\omega)]$ характеризует изменения каждой гармоники спектра отраженной волны, а его параметр зависит от частоты и разности годографов волн, как $\eta_{ijp}(\omega) = \sqrt{\pi^{-1} \omega [\tau_{ijp}^{(\text{edg})} - \tau_{ijp}^{(\text{ref})}]}$.

Модельные эксперименты, проведенные с сигналами $F_{ij}^{(\text{lo})}(t | \vartheta)$, позволили исследовать возможности оценивания параметров малоамплитудных сбросов по временным интервалам сейсмограмм ОТВ, содержащим отраженную волну от границы, которая осложнена такими нарушениями [75]. Получаемые оценки параметров имели устойчивость при известной форме отраженного импульса и отсутствии поверхностных неоднородностей. В то же время было понятно, что при работе с реальным полевым материалом следует создавать алгоритмы решения обратной задачи, инвариантные относительно этих характеристик. Для обеспечения такой инвариантности введем в форму сигнала вариации источников и приемников. Представим отраженную волну сверткой импульса посылки и импульсной характеристики среды аналогично (1.2) и воспользуемся соотношением (2.26) в предположении локальности разрывного нарушения, т. е. неизменности $U_{ijp}^{(\text{ref})}(\omega | \vartheta)$ по p . Кроме того, учтем наличие аддитивных помех. Тогда для спектра рассматриваемого интервала трассы будет справедливо выражение

$$Y_{ij}(\omega) = W(\omega) S_i(\omega) R_j(\omega) U_{ij}^{(\text{ref})}(\omega) = \\ = \left\{ \sum_{p=1}^2 \left[\exp(i\omega \tau_{ijp}^{(\text{ref})}) + D[\eta_{ijp}(\omega)] \exp(i\omega \tau_{ijp}^{\text{edg}}) \right] \right\} + \zeta_{ij}(\omega),$$



а для его логарифма выражение

$$\begin{aligned} \ln [Y_{ij}(\omega)] &= \ln [W(\omega)] + \ln [S_i(\omega)] + \\ &+ \ln [R_j(\omega)] + \ln [U_{ij}^{(\text{ref})}(\omega)] + \lambda_{ij}(\omega) + \varepsilon_{ij}(\omega), \end{aligned} \quad (2.27)$$

где $\lambda_{ij}(\omega) = \ln \left\{ \sum_{p=1}^2 \left[\exp(i\omega\tau_{ijp}^{(\text{ref})}) + D[\eta_{ijp}(\omega)] \exp(i\omega\tau_{ijp}^{(\text{edg})}) \right] \right\}$. Здесь

$U_{ij}^{(\text{ref})}(\omega)$ уже выступает не в роли полного спектра сигнала отражения, а только в роли его составляющей, связанной с импульсной характеристикой среды, отвечающей отраженной волне от гладкой границы. Очевидно, что для этой составляющей могут быть использованы рассмотренные выше эффективные динамические представления (см. разд. 2.1).

К моменту подготовки работы [74] еще не были развиты многие аспекты оценивания многофакторных моделей для произвольных планов наблюдений (см. главу 3). Поэтому в рамках модели (2.27) $U_{ij}^{(\text{ref})}(\omega)$ считалась неизменной по индексам i и j , что существенно упрощало как общую структуру модели, так и оценивание факторов за источники и приемники для совокупностей наблюдений прямоугольной структуры, показанных на рис. 2.3. Несмотря на указанные упрощения, выполненные исследования впервые в мире продемонстрировали возможность использования мультипликативных факторных моделей непосредственно в процессе решения обратных задач, когда учет вариаций формы сигнала осуществлялся при вычислении значения целевого функционала.

ГЛАВА 3

ЛИНЕАРИЗОВАННЫЕ ФАКТОРНЫЕ МОДЕЛИ

3.1. Линеаризация мультипликативных факторных моделей

3.1.1. Влияние помехи и окна

Рассмотрим более подробно преобразование D (см. разд. 1.3), обеспечивающее переход от нелинейной к линейной форме модели в гомоморфной фильтрации. Такой переход обладает наибольшей простотой при отсутствии мешающей компоненты $\xi(p_i, p_j, t)$ в модели (1.1), что для реальных сейсмических данных обеспечить практически невозможно по многим причинам. В связи с этим при исследовании характеристик нелинейных преобразований, к которым относится и многомерная гомоморфная фильтрация, необходимо учитывать данный аспект, что непосредственно влияет на решение задач 1.3 и 1.4, сформулированных в разд. 1.3.3.

Как показывают многочисленные исследования, наличие помех может оказывать существенное влияние на свойства преобразований, которые определяются отношением сигнал/помеха у исходных данных. Более того, применение нелинейных преобразований может приводить к возникновению взаимодействия между сигнальной составляющей и помехой даже в случаях, когда в исходной модели предполагалась независимость этих составляющих. Подобные эффекты можно считать недостатком рассматриваемых преобразований, а можно относиться к ним, как к некоторым особенностям сложных моделей,



где такие взаимодействия всегда присутствуют. В этом отношении представленные результаты носят общеметодический характер и демонстрируют пример анализа таких моделей, а также преобразований, построенных над ними.

Так как большинство мультипликативных моделей, применяемых при сейсмических исследованиях, носит сверточный характер, т. е. мультипликативные факторы связаны в них операцией свертки, преобразование D представляет собой логарифмирование спектральных характеристик исходных наблюдений. Рассматриваемые модели имеют наиболее простой вид, когда используются для представления отдельных сигнальных составляющих $f^w(p_i, p_j, t | \Theta)$ в выражении (1.1).

Отбор соответствующих сигналов из полученных данных может быть выполнен посредством использования информации об априорной модели среды. При выборе требуемых сигналов также могут быть применены специальные окна, позволяющие увеличивать отношение сигнал/помеха [90] и влияющие на решение задачи 1.3. Если такие окна не применяются, то может нарушаться условие (1.11), т. е. не обеспечивается устойчивость преобразования. Соответствующие исследования по влиянию окон как на целевой сигнал, так и помеху были выполнены в рамках решения одной из проблем, связанной с реализацией многомерного гомоморфного преобразования. Здесь исследуются статистические свойства комплексных логарифмов спектральных характеристик, включающих логарифм амплитудного спектра и фазовый спектр, которые определяются по интервалам реальных сейсмических трасс. Полученные результаты были приоритетными, опередив широко цитируемую за рубежом работу [250].

Таким образом, при дальнейших построениях предполагается, что спектральные оценки для анализируемых участков трасс, содержащих сигнальную компоненту, получены с использованием оптимальных окон, а их вероятностные характеристики определяются на основе выражений, полученных в работе [90]. Кроме того, сигнальная компонента, присутствующая в анализируемом интервале трассы, может быть представлена либо в общей форме (1.1), либо в упрощенной, содержащей только один сигнал определенного вида. Разница между ними состоит в том, что для общей формы необходимо дополнительно определять, как различные факторы соотносятся с отдельными сигналами,



а также учитывать нестационарность помех. Кроме того, считается, что для сигнальной компоненты справедливыми будут мультипликативные многофакторные представления, примеры которых приведены в главе 2.

Сделанные допущения и дискретность наблюдений, из которых отбираются требуемые интервалы трасс, позволяют ввести некоторые формальные обозначения, применяемые в дальнейшем. Начнем с векторного выражения, используемого как для исходных данных

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{s}(t) + \boldsymbol{\xi}(t), \quad (3.1)$$

так и для рассчитанных по ним спектров

$$\mathbf{Y}(\omega) = \mathbf{S}(\omega) + \boldsymbol{\zeta}(\omega), \quad (3.2)$$

где $\mathbf{y}(t) = \{y_j(t); j = 1, \dots, N\}^T$ – вектор исходных наблюдений, компоненты которого $y_j(t)$ являются интервалами сейсмических трасс, содержащими обрабатываемые сигналы и отвечающими заданному плану наблюдений (см. разд. 3.5). Вектор $\mathbf{Y}(\omega) = \{Y_j(\omega); j = 1, \dots, N\}^T$ содержит комплексные спектральные характеристики, рассчитанные по значениям $y_j(t)$ с использованием оптимальных сглаживающих окон. Векторы сигнальной составляющей $\mathbf{s}(t)$, $\mathbf{S}(\omega)$ и составляющей аддитивной помехи $\boldsymbol{\xi}(t)$, $\boldsymbol{\zeta}(\omega)$ в обоих выражениях имеют вид, аналогичный векторам $\mathbf{y}(t)$, $\mathbf{Y}(\omega)$ с соответствующими компонентами.

В векторных выражениях (3.1) и (3.2) t – временная переменная; ω – частота, а j определяет номер отобранного участка трассы или временного интервала. Переменные t и ω могут обладать как непрерывной, так и дискретной природой. Оба выражения имеют подобную структуру и различаются только переменными t и ω . Поэтому данные переменные могут быть опущены или заменены точкой, когда это не существенно для выполнения требуемых построений.

В выражениях (3.1) и (3.2) для сигнальной составляющей вместо $f^w(p_i, p_j, t | \Theta)$ использовано обозначение $\mathbf{s}(t)$. Оно носит более общий характер и может включать в себя несколько сигналов, связанных с различными типами волн. Относительно компонент этой сигнальной



составляющей может быть использовано мультипликативное представление, которое позволяет придать им следующий вид: $s_j(t|\boldsymbol{\theta}) = U^{\otimes} \boldsymbol{\theta}(t)$, $S_j(\omega|\boldsymbol{\theta}) = U^{\bullet} \boldsymbol{\theta}(\omega)$. Здесь $\boldsymbol{\theta}(\bullet)$ – вектор мультипликативных составляющих, которые упорядочены некоторым образом, а U^{\otimes} и U^{\bullet} являются соответственно операторами многократной свертки и многократного произведения, которые обеспечивают требуемое представление. При этом очевидно, что выражения (3.1) и (3.2) обладают достаточно общей формой и позволяют обобщить все рассматриваемые в дальнейшем мультипликативные модели, включая и те, что были рассмотрены в главе 2.

3.1.2. Общая форма линеаризованного представления

Перейдем к логарифмам спектров исходных наблюдений $Y_j(\omega)$, что завершает выполнение преобразования D . В результате получим векторные выражения

$$\mathbf{z} = \mathbf{s}^* + \boldsymbol{\varepsilon} = \Lambda \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \tag{3.3}$$

где \mathbf{z} и \mathbf{s}^* – векторы с комплексными компонентами $z_j(\omega) = \ln Y_j(\omega) = \ln |Y_j(\omega)| + i\varphi_j^Y(\omega)$ и $s_j^*(\omega) = \ln S_j(\omega) = \ln |S_j(\omega)| + i\varphi_j^S(\omega)$; i – комплексная единица, а $\varphi_j^Y(\omega)$ и $\varphi_j^S(\omega)$ – фазовая составляющая комплексного спектра $Y_j(\omega)$ и $S_j(\omega)$ соответственно.

Здесь для упрощения записи зависимость векторов \mathbf{z} и \mathbf{s}^* от $\boldsymbol{\theta}$ и ω опущена, хотя очевидно, что она имеется. Полученный вектор \mathbf{z} фактически и является результатом преобразования D . Он представляет собой исходные данные для линейного преобразования L при многомерной гомоморфной фильтрации (см. разд. 1.3.2).

Оператор Λ , фигурирующий в правой части выражения (3.3), является либо полностью, либо частично линейным оператором. Он формируется в результате выделения из $\ln Y_j(\omega)$ логарифма сигнальной составляющей спектра $\ln S_j(\omega|\boldsymbol{\theta})$. При этом под частично линейным оператором понимается следующее: оператор Λ может быть



представлен суммой операторов Λ_1 и Λ_2 , которые действуют на разные компоненты вектора θ , т.е. $\theta = \{\theta_1^T, \theta_2^T\}^T$, и $\Lambda\theta = \Lambda_1\theta_1 + \Lambda_2\theta_2$, причем Λ_1 – полностью линейный оператор. Примером такого расщепления оператора Λ служит модель (2.27), приведенная в разд. 2.3.2. Именно введение и использование частично линейных операторов придает некоторое отличие рассматриваемым нелинейным преобразованиям от классических гомоморфных преобразований даже многомерного типа.

Построение оператора Λ выполняется достаточно формально через равенства

$$\ln Y_j(\omega) = \ln \left[\frac{S_j(\omega|\theta)Y_j(\omega)}{S_j(\omega|\theta)} \right] = \ln S_j(\omega|\theta) + \ln \frac{Y_j(\omega)}{S_j(\omega|\theta)} \quad (3.4)$$

и использование различных факторных моделей для слагаемого $\ln S_j(\omega|\theta)$, примеры которых рассматривались в главе 2. Из приведенных равенств получаем и вид второго слагаемого в правой части выражения (3.3) – это вектор ε с комплексными компонентами:

$$\varepsilon_j(\omega|\theta) = \ln \frac{Y_j(\omega)}{S_j(\omega|\theta)} = \ln \left[1 + \frac{\zeta_j(\omega)}{S_j(\omega|\theta)} \right], \quad (3.5)$$

где $\zeta_j(\omega)$ – компоненты вектора $\zeta(\omega)$ в выражении (3.2), представляющие собой спектры аддитивной составляющей (помехи) $\xi_j(t)$, присутствующей в отобранных интервалах трасс.

Таким образом, свойства аддитивной составляющей ε , входящей в вектор z и полученной в результате преобразования D посредством перехода к комплексным логарифмам спектров участков исходных трасс, будут существенно отличаться от свойств аддитивных составляющих ξ, ζ , присутствующих в исходных моделях (3.1) и (3.2). Главное отличие состоит в том, что компоненты ε будут зависеть от сигнальной составляющей и, следовательно, от вектора неизвестных параметров θ . Из этого, в частности, получаем, что свойства ε определяются отношением сигнал/помеха, которое характеризует исходные



данные y, Y . В силу того что величина сигнальной составляющей может существенно зависеть от значений мультипликативных факторов и параметров модели среды, получаем значительные вариации отношения сигнал/помеха и, как следствие, возможное изменение свойств аддитивной помехи линеаризованной модели (3.3). Исследование свойства ε особенно важно при работе с реальными наблюдениями, где аддитивная помеха в исходных данных (трассах) может быть сравнима, а то и превышать уровень сигнальной (интерпретируемой) компоненты даже после результатов предварительной обработки.

Усложнение свойства ε по сравнению со свойствами ξ, ζ , а также зависимость этих свойств от значений неизвестных параметров требуют привлечения дополнительной информации о сигнале и помехе либо построения адаптивных процедур. В последнем случае также требуются знания о свойствах ε . Здесь важным моментом является то, что свойства вещественной и мнимой составляющей ε существенно различны. Так, вещественная составляющая представляет собой логарифм модуля отношения спектров участков трасс и сигнальной составляющей, а мнимая составляющая является разностью их фазовых спектров. Таким образом, относительно каждой из составляющих ε потребовалось проведение специальных исследований, в частности построение и анализ их вероятностных характеристик.

Чтобы лучше понять возможные приложения вероятностных характеристик случайной величины $\operatorname{Re} \varepsilon_j(\omega|\theta)$, которые рассматриваются ниже, воспользуемся общим описанием процесса оценивания параметров линеаризованной модели (3.3). Для этого предположим, что может быть построен оператор (процедура) \mathbf{P} , который позволяет определить сигнальную составляющую $\Lambda \theta$ по \mathbf{z} (т. е. $\mathbf{Pz} = \Lambda \theta$). Тогда несложно, построив оценку остаточной составляющей модели

$$\varepsilon = \mathbf{z} - \mathbf{Pz} = \mathbf{z} - \Lambda \theta, \quad (3.6)$$

воспользоваться полученными ниже вероятностными характеристиками и исследовать некоторые свойства как самого преобразования, так и построенных на его основе оценок параметров или выделяемой сигнальной составляющей. Например, такой анализ позволяет делать выводы о качестве первичных наблюдений и степени приближения выде-



ляемой сигнальной составляющей как некоторого регулярного элемента, присутствующего в наблюдаемом волновом поле, т. е. решать вопрос о возможности применения данной модели при обработке имеющихся экспериментальных данных. Как правило, выделяемый регулярный элемент несет основную информацию, используемую в дальнейшем на уровне интерпретационных моделей. При этом важно, чтобы используемый оператор (процедура) \mathbf{P} приводил нас к несмещенным оценкам $\Lambda\theta$ (см. главу 4), иначе достоверность выводов будет уменьшаться.

3.2. Характеристики мнимой части логарифма спектра

3.2.1. Значимость фазового спектра

Согласно выражению (3.3) фазовая составляющая спектра анализируемого интервала сейсмической трассы $Y_j(\omega)$ полностью определяет свойства мнимой части логарифма спектра. Эта составляющая также является исключительно важной при рассмотрении особенностей наблюдаемых сейсмических сигналов. Наибольшую значимость она приобретает при анализе сигналов, относящихся к изучаемым локальным объектам среды. К сожалению, фазовым спектрам уделялось и уделяется недостаточно внимания в практической сейсморазведке, а количество работ по данной теме очень ограничено [17, 95, 129, 137, 215, 232, 249].

Существующее отношение к фазовым спектрам сейсмических сигналов может быть связано с несколькими причинами. Во-первых, некоторая традиционность в нацеленности обработки реальных данных на времена приходов наблюдаемых сигналов. При этом унификация формы сигналов, в частности путем приведения их к нуль-фазовому спектру, гарантирует улучшение их выделения и корреляцию на исходных сейсмограммах. Во-вторых, в случае модельного рассмотрения исходной сейсмической трассы в виде свертки исходного импульса посылки с реализацией случайного процесса предположения о нуль-фазовости и минимально-фазовости сигнала являются вполне оправданными. Подобные модельные предположения часто использовались



при разработке отдельных процедур, к примеру, оптимальной виннеровской фильтрации. В-третьих, обработка больших совокупностей исходных сигналов с учетом изменения их фазовых составляющих существенно сложнее, чем обработка, построенная с использованием указанных предположений.

Интерес к фазовым спектрам может быть возобновлен при динамическом анализе сложных волновых объектов и в связи с решением обратных динамических задач для тонкослоистых объектов. Здесь сразу же возникает осознание ограниченности указанных выше предположений (нуль-фазовость, минимально-фазовость), которые позволяют исключать фазовую составляющую спектра при традиционной обработке реальных данных. Так, хорошо известно [17, 137], что даже для одного тонкого слоя невозможно полное восстановление упругих параметров только по амплитудной характеристике спектра отраженного сигнала.

Понимание важности фазовых спектров при изучении многих технических процессов проявляется и в активно развиваемых современных методах спектрального анализа. В частности, отсутствие возможностей анализировать данную составляющую у локального спектра при вейвлет-анализе временных процессов способствовало появлению S -преобразования [270]. Фазовым спектрам также уделялось большое внимание при разработке кепстрального анализа и гомоморфной фильтрации [239, 267, 280, 282].

3.2.2. Результаты исследований по определению фазового спектра

При развитии теории многомерной гомоморфной фильтрации большое внимание уделялось свойствам фазовых спектров: $\varphi_j^Y(\omega)$, $\varphi_j^S(\omega)$, $\varphi_j^{\zeta}(\omega)$, вычисляемым по реальным трассам. В результате проведенных исследований [35, 90, 95, 129, 232] было показано следующее.

- Использование окон при отборе временных интервалов, содержащих целевой сейсмический сигнал, приводит к изменению вероятностных характеристик фазового спектра интервала сейсмической трассы. В частности, появляются коррелируемость по частотам и отличие от равномерного распределения.



• Фазовые спектры обладают разрывами двух типов, различающихся по величине и природе.

• Только однозначное определение значений фазового спектра обеспечивает состоятельность получаемых оценок в преобразованиях T^Φ и $T^{\Phi/2}$.

Согласно результатам работы [90] выражение для совместной плотности распределения значений амплитудной и фазовой составляющей $\tilde{\zeta}(\omega)$ на двух фиксированных частотах $\omega_l = l\Delta\omega$ и $\omega_m = m\Delta\omega$ может быть получено в предположении, что $\xi(t)$ представляет собой часть стационарного случайного процесса с корреляционной функцией $2\sigma^2 R(\eta)$. Здесь $\Delta\omega$ является шагом по частоте, а $\tilde{\zeta}(\omega)$ – спектр помехи, полученный в результате применения временного окна, имеющего спектр $W(\omega)$. Функцию плотности распределения представим как

$$g(r_l, \varphi_l, r_m, \varphi_m) = K_{lm}^{-1} r_l r_m \exp \left\{ - \left[r_l^2 \sigma_l^{-2} + r_m^2 \sigma_m^{-2} - 2r_l r_m \rho_{lm} \sigma_l^{-1} \sigma_m^{-1} \cos(\varphi_l - \varphi_m) \right] / 2 \left(1 - \rho_{lm}^2 \right) \right\}, \quad (3.7)$$

где использованы следующие обозначения: $K_{lm} = 4\pi^2 \sigma_l^2 \sigma_m^2 (1 - \rho_{lm}^2)$, $r_l^2 = x_l^2 + y_l^2$, $\varphi_l = \arctg(-y_l / x_l)$, $x_l = \operatorname{Re} \tilde{\zeta}(\omega_l)$, $y_l = \operatorname{Im} \tilde{\zeta}(\omega_l)$. При этом случайные величины r_l и φ_l определены соответственно на интервалах $[0, \infty)$ и $[-\pi, \pi]$. Значения

$$\sigma_l^2 = \sigma^2 (2N + 1)^{-2} \sum_{p=0}^{2N} W_{\{l-p\}} |R_p|$$

и

$$\rho_{lm} = \sigma^2 \sigma_l^{-1} \sigma_m^{-1} (2N + 1)^{-2} \sum_{p=0}^{2N} W_{\{l-p\}} W_{\{l-p+h\}} |R_p|$$

определяют дисперсию и корреляцию случайных величин x_l , y_l , x_m , y_m , каждое из которых обладает нормальным распределением с нулевым математическим ожиданием, т. е. $N(0, \sigma_l^2)$. Эти величины



независимы внутри пар $(x_l, y_l), (x_m, y_m)$, но коррелированы по частоте, т. е. внутри пар $(x_l, x_m), (y_l, y_m)$. Последнее свойство существенно отличает их от спектра $\zeta(\omega)$ исходного случайного процесса. Известно [68, 135], что вещественная и мнимая компоненты $\zeta(\omega)$ имеют распределение $N(0, \sigma^2 |R_l|)$, где R_l – значения спектра корреляционной функции $R(\eta)$ и независимы как между собой, так и по частоте.

Выражение (3.7) позволило определить плотность вероятности совместного распределения случайных величин φ_l, φ_m . В силу зависимости между входящими в функцию $g(r_l, \varphi_l, r_m, \varphi_m)$ величинами искомая плотность вероятности определяется как

$$g(\varphi_l, \varphi_m) = \int_0^\infty \int_0^\infty g(r_l, \varphi_l, r_m, \varphi_m) dr_l dr_m .$$

Соответствующий интеграл может быть представлен бесконечным рядом, скорость сходимости которого зависит от величины ρ_{lm} . При значениях $\rho_{lm} \leq 0,95$, что удовлетворяет реальным ситуациям, для вычисления $g(\varphi_l, \varphi_m)$ с точностью, превосходящей 0,01, достаточно ограничиться двадцатью членами ряда.

Общий вид функции $g(\varphi_l, \varphi_m)$ показан на рис. 3.1, а, а вид ее проекций при фиксированном значении φ_l и различных ρ_{lm} представлен на рис. 3.1, б. На рисунке показано, насколько значимо отличаются вероятностные характеристики этих фазовых спектров от стационарного случайного процесса, которые имеют равномерное распределение [76]. Распределения носят неунимодальный характер, и их структура зависит от взаимного расположения значений φ_l и φ_m .

Анализ структуры функции $g(\varphi_l, \varphi_m)$ оказал существенное влияние на понимание поведения рассчитываемых по реальным данным значений фазовых спектров. Дело в том, что свойства $\text{Im} \varepsilon_j(\omega | \Theta) = \varphi^Y(\omega) - \varphi^S(\omega)$ в линеаризованной модели (3.3) определяются разностью фазовых спектров интервалов трасс и сигналов, которые в них расположены. Если предположить, что вероятностные

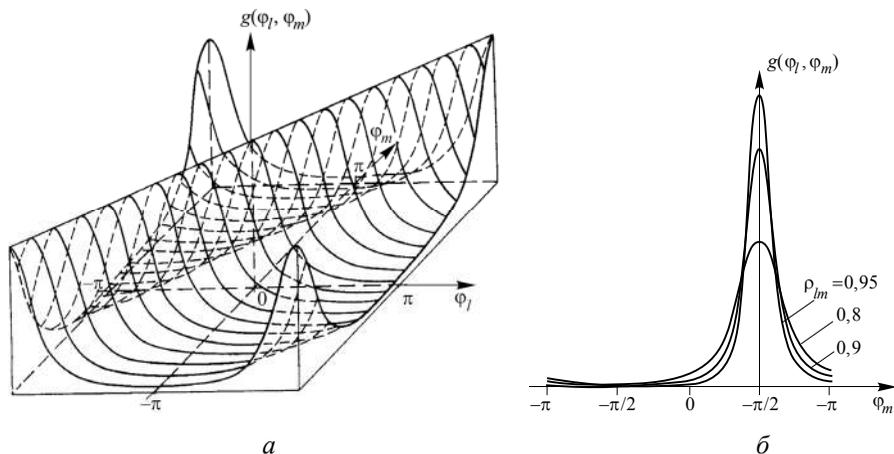


Рис. 3.1. Примеры функции плотности вероятности совместного распределения двух значений фазового спектра:

a – общий вид данной функции при $\rho_{lm} = 0,8$; *б* – вид проекций функции для $\varphi_l = \pi/2$, полученной для указанных значений ρ_{lm}

характеристики этой разности приближаются функцией $g(\varphi_l, \varphi_m)$, то наиболее простой вид они могут иметь при рассмотрении фазовых спектров, полученных на двух соседних частотах ω_l и ω_{l+1} . Тогда величина ρ_{ll+1} будет максимальна, а изменение фазового спектра сигнала – минимально. Поэтому распределение может приближаться к уни-модальному виду.

Понимание таких свойств оказалось полезным при построении процедур однозначного определения фазового спектра наблюдаемых сигналов. Необходимость соответствующего определения в первую очередь связана с процессом обработки совокупностей фазовых спектров, рассчитываемых по реальным данным, для которых времена прихода изучаемых сигналов точно неизвестны. В этом случае определение фазовых спектров на основе главного значения арктангенса в интервале $[-\pi, \pi]$ даже при небольших ошибках во временах прихода сигналов приводит к тому, что при выполнении процедур накопления происходит разрушение оцениваемого спектра и восстанавливаемого по нему сигнала [232].



Известно [67], что однозначное определение фазы комплексного числа $\varphi(\omega)$, зависящего от некоторого параметра ω , может быть обеспечено его разверткой по листам римановой поверхности. Теоретически это достигается путем рассмотрения предела разности фазы $\Delta\varphi(\omega) = \varphi(\omega_{l+1}) - \varphi(\omega_l)$, полученной для двух различных значений параметра ω_{l+1} и ω_l при уменьшении величины $\Delta\omega = \omega_{l+1} - \omega_l$. Если этот предел равен $\pm 2\pi$, то в зависимости от знака выполняется переход на новый лист с большим или меньшим номером. На практике невозможно обеспечить рассмотрение пределов для больших совокупностей фазовых спектров. Поэтому возникает потребность в алгоритмах, позволяющих выполнять требуемый переход с наименьшими ошибками при фиксированном значении $\Delta\omega$. В работе [95] рассмотрены вопросы построения таких алгоритмов, что потребовало исследовать поведение $\Delta\varphi(\omega)$ и с теоретической, и с практической точки зрения.

Выполненные исследования показали, что

$$\lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \Delta\varphi(\omega) = \begin{cases} \pm 2\pi, \\ 0, \\ \pm \pi. \end{cases} \quad (3.8)$$

Таким образом, функция $\varphi(\omega)$ может иметь только два типа разрывов, которые соответствуют первому и третьему из указанных равенств. Природа этих разрывов различна. Если первый тип связан с определением фазового спектра в интервале $[-\pi, \pi]$, то второй характеризует поведение радиуса-вектора комплексного спектра в окрестности точки разрыва, т. е. несет полезную информацию о структуре сейсмического сигнала.

Различие в природе разрывов, определяемых равенствами (3.8), проявляется в возможности их устранения. Так, разрывы первого типа могут быть устранены путем доопределения значений $\varphi(\omega)$ в интервале $(-\infty, \infty)$ или посредством использования явных выражений для производных при дифференцировании функции $\varphi(\omega)$. Разрывы же второго типа неустраняемы, что влечет за собой неопределенность типа бесконечности при вычислении значений производных $\varphi(\omega)$ в соответствующих точках. (Анализ подобных ситуаций с применением



аппарата z -преобразования и двучленных фильтров проведен в работе [124]).

В процессе исследования был выполнен численный анализ фазовых спектров, основанный на гистограммах, построенных по значениям $\varphi(\omega)$ и $\Delta\varphi(\omega)$, которые были получены в экспериментах с реальными и модельными данными. Их результаты представлены на рис. 3.2. Они указывают на существенное различие в распределениях значений фазовых спектров и их разностей. Одновременно с теоретических позиций

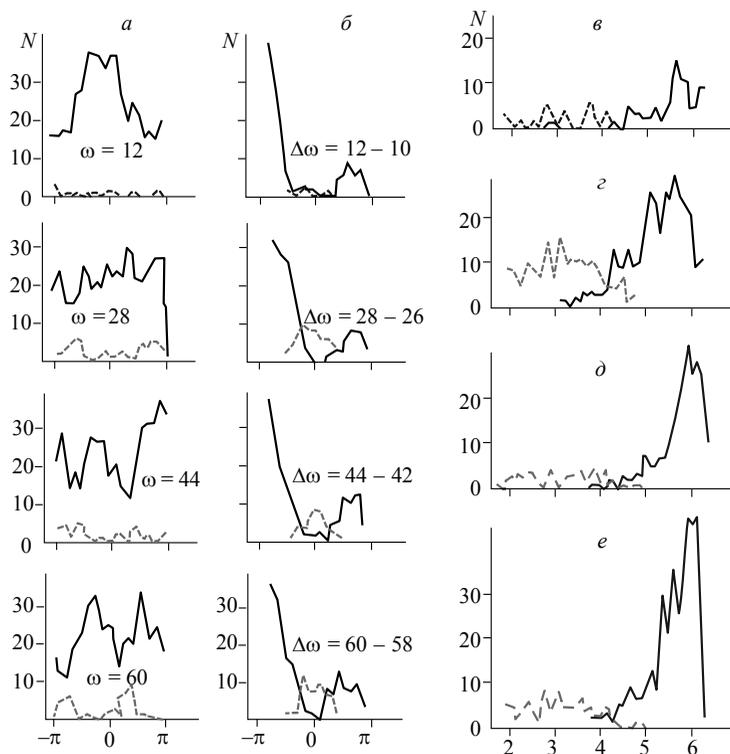


Рис. 3.2. Гистограммы фазовых спектров, построенные по реальным данным для исходных значений (а) и их разностей (б). Суммарные гистограммы, построенные по разностям фазовых спектров в случае математического моделирования (в), для окон с малым (z) и с большим сглаживанием (д), а также при уменьшении шага по частоте (е)



был проанализирован критерий, позволяющий по значениям $\Delta\varphi(\omega)$ определять разрывы первого типа с сохранением разрывов второго типа в значениях фазового спектра. Анализ был проведен на основе функции плотности совместного распределения $g[\varphi(\omega_{l+1}), \varphi(\omega_l)]$. Это дало возможность для указанного критерия найти оптимальные пороговые значения для величины δ^I , которые при выполнении неравенства $\Delta\varphi(\omega) > \delta^I$ указывают на наличие в значениях фазового спектра разрыва первого типа на интервале $\Delta\omega$. Ими являются величины [4.2–4.4], что подтверждается и гистограммами, изображенными на рис. 3.2 (значения, отвечающие разрывам второго типа, показаны серым цветом). Такие значения δ^I обеспечивают фактически безошибочное определение нового листа римановой поверхности при развертке фазового спектра, что дает конформность преобразования.

В результате всех выполненных исследований был создан эффективный алгоритм развертки фазовых спектров, обладающий исключительно высоким быстродействием и статистической устойчивостью при высоком уровне помех [95]. Разработка алгоритма проводилась в рамках указанной выше проблемы определения устойчивых оценок логарифмов спектральных характеристик. Он имел существенные преимущества перед алгоритмом [279], предложенным ранее и основанным на вычислении контурных интегралов. Имеется обзорная статья [70], где приводятся результаты сравнения различных методов развертки фазовых спектров. В ней, в частности, показано, что один из наиболее эффективных алгоритмов, который также основан на анализе разности спектров [203], был предложен за рубежом на шесть лет позже разработанного нами.

3.3. Характеристики вещественной части логарифма спектра

3.3.1. Вероятностные характеристики

Согласно выражениям (3.3) и (3.4), вещественная составляющая компонент вектора $\boldsymbol{\varepsilon}$, т. е. $\operatorname{Re} \varepsilon_j(\omega|\boldsymbol{\theta})$, может быть представлена в виде



$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \varepsilon_j(\omega | \boldsymbol{\theta}) &= \operatorname{Re} z_j(\omega) - \operatorname{Re} \left[\ln S_j(\omega | \boldsymbol{\theta}) \right] = \\ &= \ln \left| \frac{Y_j(\omega)}{S_j(\omega | \boldsymbol{\theta})} \right| = \ln \left| \frac{S_j(\omega | \boldsymbol{\theta}) + \zeta_j(\omega)}{S_j(\omega | \boldsymbol{\theta})} \right|. \end{aligned} \quad (3.9)$$

При изучении ее свойств будем следовать работам [35, 96], а также использовать предположения относительно статистической природы компонент $\xi_j(t)$, которые были приняты при спектральном анализе участков трасс (см. разд. 1.1.2). Таким образом, будем считать, что $\xi_j(t)$ является частью реализации стационарного случайного процесса с корреляционной функцией $2\sigma^2 R(t)$. Как уже отмечалось, обоснование этого предположения для произвольных данных достаточно затруднено. Так, в случае реальных сейсмических трасс условие стационарности выполнено лишь для относительно небольших промежутков времени, где отсутствуют значимые регулярные составляющие. Поэтому только относительно короткие участки записи, содержащие некоторый фиксированный сигнал, после его устранения вполне могут быть приближены случайной коррелированной помехой.

При выполнении указанного предположения несложно показать [96], что случайная величина $\operatorname{Re} \varepsilon_j(\omega | \boldsymbol{\theta})$ на фиксированной частоте будет распределена как

$$\ln \left| \frac{\eta}{\mu_j} \right|, \quad (3.10)$$

где случайная величина $\eta = \chi_{2, \mu_j}$ представляет собой квадратный корень из случайной величины, имеющей нецентральное χ^2 -распределение [62] с двумя степенями свободы и параметром нецентральности

$$\mu_j = \mu_j(\omega_k) = \frac{|S_j(\omega_k | \boldsymbol{\theta})|}{\sigma \sqrt{R(\omega_k)}}. \quad (3.11)$$



Параметр нецентральности совпадает с отношением сигнал/помеха на частоте ω_k . При дальнейших построениях часто, для сокращения и упрощения записи, параметры ω и $\bar{\theta}$, как и индекс наблюдений j , будут опускаться. В то же время в процессе всех построений неявно учитывается наличие зависимости от указанных параметров.

Еще раз подчеркнем, что проводимое исследование опирается на достаточно серьезное предположение о свойствах аддитивных помех ξ и ζ , присутствующих в исходных моделях (3.1) и (3.2). Это предположение носит очень приближенный характер по отношению к реальным данным. Поэтому исследования носят в большей степени методический характер, показывая, каким образом присутствие аддитивной помехи может сказаться на конечном результате нелинейных преобразований. В то же время, несмотря на это замечание, полученные результаты могут быть полезны и для практических приложений, устанавливающих некоторые граничные значения для отношения сигнал/помеха, при которых имеет смысл использовать данное преобразование при линеаризации модели и построении оценок параметров. Кроме того, в дальнейшем будет показано, что статистические характеристики, полученные в результате проведенного исследования, могут быть использованы для организации процедур отбраковки или для анализа значимости различных групп факторов, что бывает крайне важно при обработке реальных данных.

Наибольшее значение для приложений может иметь даже не сам вид распределения (3.10), а его характеристики, в частности моменты. Так, в работе [35] были построены асимптотические выражения для математического ожидания случайной величины $\text{Re } \varepsilon_j(\omega | \theta)$, определяемой выражениями (3.9), а также показана ограниченность дисперсии данной случайной величины. Это позволило провести качественное исследование результатов, которые могут быть получены в процессе обработки сейсмических данных с использованием спектрально-статистического метода. Однако такой анализ относился только к двум крайним отношениям сигнал/помеха: $\mu \rightarrow 0$ и $\mu \rightarrow \infty$. Для проведения более детальных исследований, относящихся к произвольным отношениям сигнал/помеха, требуются построения общих выражений для моментов рассматриваемой случайной величины.



Такие построения с анализом возникающих вычислительных особенностей были выполнены в работе [96]. Они использовали классические результаты [62], основанные на анализе выражения для плотности распределения случайной величины η , которое имеет вид [69]

$$f_{\mu}(\eta) = \eta \exp\left[-(\eta^2 + \mu^2)/2\right] I_0(\eta\mu), \quad \eta \geq 0.$$

Тогда согласно (3.10), p -й момент случайной величины $\operatorname{Re} \varepsilon_j(\omega | \theta)$ будет представляться интегралом

$$v_p = \int_0^{\infty} \left(\ln \frac{\eta}{\mu}\right)^p \eta e^{-\frac{\eta^2 + \mu^2}{2}} I_0(\eta\mu) d\eta, \quad (3.12)$$

где $I_0(\eta\mu)$ – модифицированная функция Бесселя. Для соответствующих интегралов могут быть построены выражения, которые позволяют представить их через специальные функции. В частности, для первых двух моментов будем иметь

$$v_1 = e^{-\frac{\mu^2}{2}} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\mu^2}{2}\right)^k \frac{1}{2(k+1)!} \left[\psi(k+1) - \left(\ln \frac{\mu^2}{2}\right) \right], \quad (3.13)$$

$$v_2 = e^{-\frac{\mu^2}{2}} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\mu^2}{2}\right)^k \frac{1}{4(k+1)!} \left[\left(\psi(k+1) - \left(\ln \frac{\mu^2}{2}\right) \right)^2 + \zeta(2, k+1) \right],$$

где

$$\psi(k+1) = -c + \sum_{n=1}^k 1/n, \quad \psi(1) = -c, \quad \zeta(2, k) = \sum_{n=0}^{\infty} 1/(k+n)^2,$$

а $c = 0,57721\dots$ является постоянной Эйлера. В указанной работе были исследованы сходимость и вычислительные особенности соответствующих рядов, что позволяет рассчитать их значения с заданной точностью для произвольной величины μ .

Построение общих выражений для произвольных моментов случайной величины $\operatorname{Re} \varepsilon_j(\omega | \theta)$ дало возможность изучить поведение ее



математического ожидания и дисперсии ($M = v_1$, $D = v_2 - v_1^2$) для произвольных отношений сигнал/помеха. Так, на рис. 3.3 показаны значения M и D , рассчитанные с использованием выражений (3.11), когда точность вычисления превосходила величину 0,05. При этом значения отношения сигнал/помеха изменялись от 0,1 до 3,0.

Полученные зависимости математического ожидания и дисперсии от величины μ не только подтверждали частные результаты более ранних работ, но и указывали на наличие конечной асимптотики у дисперсии случайной величины $\text{Re } \varepsilon_j(\omega | \theta)$ при $\mu \rightarrow 0$. Это хорошо видно по поведению соответствующей кривой, изображенной на рис. 3.3. Теоретическое рассмотрение разности $v_2 - v_1^2$ с использованием полученных выражений (3.11) позволило строго доказать этот факт и получить, что величина дисперсии $\text{Re } \varepsilon_j(\omega | \theta)$ стремится к $\pi^2 / 24 \approx 0,41$ при $\mu \rightarrow 0$.

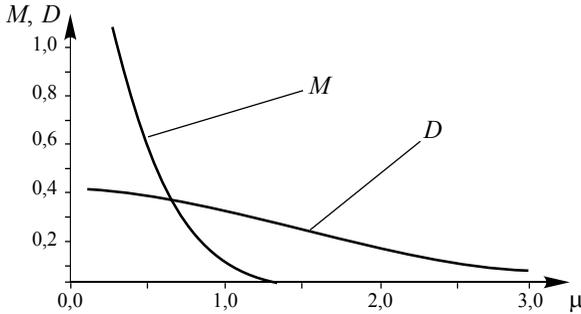


Рис. 3.3. Величина математического ожидания (M) и дисперсии (D) случайной величины $\text{Re } \varepsilon_j(\omega | \theta)$ в зависимости от величины отношения сигнал/помеха (μ)

Анализ полученных зависимостей $v_p(\mu)$ играет важную роль при исследовании свойств нелинейных методов многомерной гомоморфной фильтрации. Он свидетельствует о том, что при малых отношениях сигнал/помеха подобные методы будут давать большие смещения в оценках параметров амплитудного спектра сигнальной составляющей,



фактически приводя их к спектру корреляционной функции. Но для отношений сигнал/помеха, превышающих единицу, эти методы позволяют получать оценки с очень незначительными смещениями, стремящимися к нулю, когда такое отношение превосходит 1,5. При этом использование традиционных способов контроля, основанных на среднеквадратических отклонениях, не дает возможности почувствовать возникающие смещения. Последний вывод опирается на малое изменение дисперсии при малых μ . Такое поведение дисперсии также важно учитывать при ответе на вопрос о соответствии предлагаемых интерпретационных моделей обрабатываемому реальному материалу. Обычно при этом проводится сопоставление остаточных составляющих для различных моделей. Полученный же результат указывает на то, что при малых отношениях сигнал/помеха вопрос выбора интерпретационных моделей по остаточной составляющей логарифма амплитудного спектра не может быть решен однозначно.

Приведенный теоретический результат позволил также понять одну интересную закономерность, которая была выявлена при обработке реальных сейсмических данных с использованием мультипликативных моделей. Так, при обработке сейсмограмм на основе спектрально-статистического метода, несмотря на существенное различие в качестве первичных данных, величина несмещенной оценки дисперсии остаточной составляющей логарифма амплитудного спектра ($\hat{\sigma}_\varepsilon^2$) колеблется довольно в незначительных пределах: от 0,3 до 0,37. А небольшое понижение ее значений ($\sim 0,1$) приводило к существенному улучшению качества искомых параметров.

В процессе работы с различным сейсмическим материалом даже была определена эмпирическая граница для $\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = 0,3$, ниже которой находятся устойчивые оценки параметров, где удается провести выбор оптимальных интерпретационных моделей. Изображенная на рис. 3.3 зависимость дисперсии $\text{Re } \varepsilon_j(\omega | \theta)$ от μ позволяет понять эту эмпирическую закономерность. Видно, что соответствующим значениям дисперсии отвечают значения $\mu > 1$, для которых смещения оценок могут быть незначительными. На возможность такой связи указывается в работах [34, 93]. Более того, полученные результаты (рис. 3.3) говорят о том, что при значениях дисперсии меньше 0,25 фактически



удается получать несмещенные оценки параметров и, таким образом, можно обеспечить эффективность и оптимальность как оценок параметров, так и интерпретационных моделей. Это полностью было подтверждено результатами обработки реальных данных с использованием различных мультипликативных моделей.

Исследование вероятностных характеристик позволило также выработать достаточно важные рекомендации по применению соответствующих методов на практике. В первую очередь они касались качества данных, которые поступают на вход соответствующих процедур, и вида используемых моделей. Дело в том, что увеличение отношения сигнал/помеха может быть достигнуто самыми различными способами, например, путем включения в сигнальную составляющую большего числа компонент наблюдаемого поля, что может потребовать усложнения модельных представлений. Кроме того, понимание сильной зависимости свойств получаемых оценок от μ способствовало построению процедур отбраковки данных внутри схем, реализующих методы многомерной гомоморфной фильтрации.

3.3.2. Доверительные интервалы

Как было показано ранее, конечность дисперсии и ее небольшие изменения при малых значениях отношения сигнал/помеха ограничивают возможности для использования стандартных статистических процедур, применяемых с целью анализа результатов, получаемых в процессе обработки реальных данных. В частности, отсутствует возможность формального построения процедуры «отбраковки выбросов», которая может оказаться определяющей для реализации нелинейных алгоритмов на практике. Поэтому с целью построения соответствующих процедур рассмотрим возможности определения доверительных интервалов $[a_1, a_2]$, где может находиться случайная величина $\text{Re } \varepsilon_j(\omega | \bar{\theta})$ с заданной вероятностью P_α .

Как известно [69], общий подход к построению соответствующих доверительных интервалов состоит в решении уравнения

$$P_\alpha = \int_{R_1}^{R_2} f_\mu(\eta) d\eta = \int_{R_1}^{R_2} \eta e^{-\frac{\eta^2 + \mu^2}{2}} I_0(\eta\mu) d\eta \quad (3.14)$$



относительно неизвестных значений R_1 и R_2 при заданной величине P_α , когда отношение сигнал/помеха μ фиксировано. После этого несложно перейти к требуемым интервальным значениям: $a_i = \ln |R_i / \mu|$, $i = 1, 2$.

Построение общего решения для уравнения (3.14) является сложной задачей. Поэтому автором в работе [96] была предложена оригинальная схема, позволяющая находить требуемые доверительные интервалы, исключая непосредственное решение данного уравнения. Схема основывалась на существующих таблицах известных плотностей распределения и состояла из следующих трех шагов.

1. Переход от нецентрального χ^2 к центральному χ^2 по формуле, предложенной в книге [55],

$$\chi_{N,\mu}^2 = c\chi_n^2,$$

где

$$c = \frac{N + 2\mu^2}{N + \mu^2}, \quad n = \frac{(N + 2\mu^2)^2}{N + 2\mu^2}, \text{ а } N = 2.$$

2. Использование таблиц для центрального χ^2 и определение на их основе доверительных интервалов для $\chi_{2,\mu}^2$. Эти интервалы определяются на основе равенства $b_i = c\chi_n^2(P_\alpha^i)$, где $\chi_n^2(P_\alpha^i)$ – процентные точки χ^2 -распределения с n -степенями свободы для вероятности P_α^i [55, с. 525].

3. Переход от значений b_i к значениям $a_i = \ln |\sqrt{b_i} / \mu|$, которые определяют доверительный интервал для $\text{Re } \varepsilon_j(\omega | \theta)$.

Изложенная последовательность действий хорошо алгоритмизируется, поэтому на ее основе удалось построить достаточно простую процедуру, позволяющую определять соответствующие интервалы для любого фиксированного значения μ . На рис. 3.4 представлены результаты расчета требуемых значений $b_i, i = 1, 2$, когда величина μ изме-



нялась от 0,1 до 7,5. При этом значение b_1 определялось для $P_\alpha^1 = 0,025$, а b_2 – для $P_\alpha^2 = 0,975$, что давало возможность находить

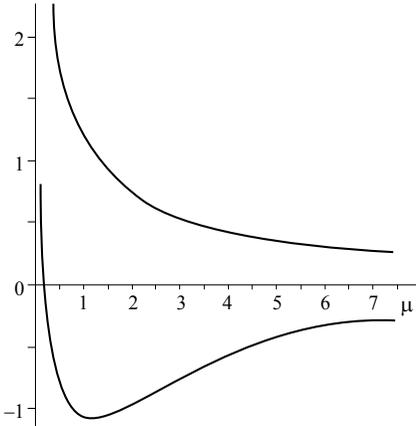


Рис. 3.4. Вычисленные значения b_i , $i = 1, 2$, необходимые для построения доверительных интервалов случайной величины $\text{Re } \varepsilon_j(\omega | \theta)$

соответствующие доверительные интервалы $[a_1, a_2]$, отвечающие вероятности $P_\alpha = 0,95$ с 5%-м уровнем отклонений.

Характер кривых, задающих соответствующие доверительные интервалы при различных μ , говорит о том, что конечной дисперсии при малых значениях μ отвечают и конечные интервалы для заданной вероятности P_α (рис. 3.4). Но особенно важным прикладным результатом здесь может считаться то, что у интервалов имеется нижняя граница для произвольных значений μ . (В случае $P_\alpha = 0,95$ она приблизительно равняется $-1,1$.) Дело в

том, что на начальном этапе обработки реальных данных, когда крайне важно решать вопрос об «отбраковке выбросов», точные значения μ неизвестны. Тем более это относится к отдельным наблюдениям.

При анализе каждого из исходных наблюдений возникает одна из самых серьезных коллизий используемого нелинейного преобразования. Она состоит в следующем. Наличие составляющих $\zeta_j(\omega)$ в исходных спектрах, определяемых моделью (3.2) может привести к появлению малых значений $Y_j(\omega)$ и, следовательно, к значительным выбросам в значениях вектора \mathbf{z} модели (3.3), что существенно ухудшит качество получаемых в ней оценок параметров. В то же время малые значения $Y_j(\omega)$ могут быть следствием малости сигнальной составляющей спектра $S_j(\omega | \theta)$ в силу соответствующих величин искоемых параметров. В последнем случае величина помехи $\zeta_j(\omega)$



может быть и относительно небольшой, т. е. мы будем иметь хорошее отношение сигнал/помеха для этих наблюдений. Таким образом, организация «жесткой отбраковки» исходных наблюдений только на основе отрицательных значений $z_j(\omega)$ в векторе \mathbf{z} может привести к сильным смещениям в сигнальной составляющей и большим искажениям в оценках целевых параметров. Существование же нижней грани у доверительных интервалов для произвольного μ позволяет организовать «щадящие» процедуры отбраковки, которые не приводят к значительным смещениям в получаемых оценках параметров.

3.3.3. Процедуры анализа и отбраковки результатов декомпозиции

Обратимся к прикладным аспектам изложенных выше результатов по построению вероятностных характеристик логарифма амплитудного спектра интервала трассы. Они могут быть представлены тремя направлениями.

1. Процедуры отбраковки выбросов. Известно, что существенно-го улучшения качества оценок можно добиться путем устранения выбросов, вызванных либо нарушением модельных предположений по отношению к относительно небольшому количеству исходных наблюдений (<10 %), либо нелинейностью процедуры, линеаризующей модель (3.2).

Типичным примером выбросов, которые могут возникать вследствие нелинейного преобразования, служат значительные отрицательные значения в векторе \mathbf{z} модели (3.3), связанные с нулями $Y_j(\omega)$, появляющимися за счет интерференции $\zeta_j(t)$ и $s_j(t|\boldsymbol{\theta})$. Для их выявления и устранения можно предложить следующую процедуру, которая основана на существовании нижней грани у доверительных интервалов для случайной величины $\text{Re } \varepsilon_j(\omega|\boldsymbol{\theta})$. На ее вход подаются значения $z_j(\omega)$ и вектора оценок целевых параметров $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, а также вероятность P_α попадания $\text{Re } \varepsilon_j(\omega|\boldsymbol{\theta})$ в интервал $[a_1, a_2]$. При этом вычисляется нижняя граница соответствующего доверительного интервала для всех возможных значений μ (обычно достаточно изменений μ



от 0,3 до 6) и проверяется условие выхода за нее компонент вектора оценок остаточной составляющей модели, которая строится на основе выражений (3.6). Соответствующие компоненты вектора \mathbf{z} либо отбраковываются, либо их полагают равными $L\hat{\theta} + \min_{\mu}(a_1(\mu))$, т. е.

наименьшими из возможных. Модифицированный вектор \mathbf{z} используется при построении новых оценок $\hat{\theta}$. Построенная процедура имеет непосредственное отношение к проблеме определения устойчивых оценок логарифмов спектральных характеристик.

Данная процедура может быть использована и при итерационном оценивании параметров модели (3.3) как для полностью, так и частично линеаризованных моделей. В этом случае требуется небольшое усложнение данной процедуры, которое позволяет ее адаптировать на уточняемую оценку сигнальной составляющей s . Для этого по мере уточнения $\hat{\theta}$ строится оценка μ_j для каждого j -го наблюдения, равная

$|\hat{S}_j|/\hat{\sigma}$ (о процедуре ее построения см. ниже) и по ней уточняются границы интервала для каждого значения остаточной составляющей $\text{Re } \varepsilon_j$. В таком варианте процедура может выявлять выбросы не только «вниз», но и «вверх». На выходе же процедуры будем иметь не только модифицированный вектор \mathbf{z} , но и вектор оценок отношения сигнал/помеха для всех наблюдений $\hat{\mu}$, что позволяет достаточно полно характеризовать качество первичных данных.

Важно подчеркнуть, что на вход процедур отбраковки выбросов всегда должен подаваться исходный вектор \mathbf{z} . В противном случае может иметь место «заглаживание» сигнальной составляющей в процессе ее уточнения. Кроме того, на начальных итерациях величину P_α желательно брать ближе к единице (например, равную 0,98), чтобы «отсечь» наиболее грубые выбросы, которые вносят существенные искажения в оценки $\hat{\theta}$ и, следовательно, в оценки $\text{Re } \varepsilon_j$.

2. Оценивание дисперсии и отношения сигнал/помеха. Если оператор (процедура) \mathbf{P} в выражениях (3.6) позволяет получить несмещенные оценки сигнальной составляющей $L\theta$ в форме $L\hat{\theta}$, то может быть построена несмещенная оценка дисперсии остаточной составляющей $\text{Re } \varepsilon$:



$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{j=1}^N (z_j - L\hat{\theta})^2 / (N - r), \quad (3.15)$$

где r – число степеней свободы, которое определяется структурой сигнальной составляющей $L\theta$. В случае полной линеаризации исходной модели (3.2) значение r будет равно числу неизвестных линейных параметров или компонент вектора θ .

Для данной оценки могут быть построены различные вероятностные характеристики. Однако подобные исследования не приводят ни к каким конструктивным выводам. В первую очередь это связано с тем, что вероятностный анализ таких оценок сталкивается с неполнотой информации о свойствах $\zeta_j(t)$ и сложной зависимостью оценок параметров $\hat{\theta}_j$ от μ_j и конкретной процедуры, задающей оператор \mathbf{P} . Поэтому такой анализ не добавляет существенной информации к полученным ранее результатам.

Таким образом, при $N \gg r$, когда объем наблюдений существенно превышает число переменных, представляющих свойства сигнальной составляющей (в реальных экспериментах такое превышение достигает тысяч), полученную оценку $\hat{\sigma}^2$ можно считать почти совпадающей со средним значением дисперсии, которое было получено выше. Следовательно, можно воспользоваться соответствующим графиком, изображенным на рис. 3.3, и сопоставив с его значениями величину оценки $\hat{\sigma}^2$, полученную в реальном эксперименте, сделать выводы о среднем отношении сигнал/помеха или о степени приближения оцениваемой сигнальной составляющей наблюдаемого волнового поля. В последнем случае особенно важно анализировать ситуации, когда $\hat{\sigma}^2 > 0,4$, так как это указывает на возможное присутствие в первичных данных регулярных составляющих, не учитываемых моделью (3.2). Подобные значения $\hat{\sigma}^2$ могут также указывать на грубые нарушения при выборе анализируемых временных окон.

3. Значимость параметров или их групп. На этапах предварительной обработки исходных данных имеет смысл ставить вопрос о выборе как обрабатываемой, так и интерпретационной модели. При этом даже в рамках фиксированной модели важно оценивать степень



влияния отдельных параметров или некоторых их групп на изменчивость сигнальной составляющей [87]. Такой анализ можно проводить с различных позиций [50]. Рассмотрим одну из наиболее общих, которая основана на двух следующих метриках, наиболее часто используемых в геофизических приложениях:

$$\begin{aligned} m_1 &= \max_i \left| p_i(\hat{\theta}_k) - \hat{p}_i \right|, \\ m_2 &= \sum_i (p_i(\hat{\theta}_k) - \hat{p}_i)^2. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Величина этих метрик позволяет достаточно полно охарактеризовать определенную часть вариации сигнальной составляющей $L\theta$, связанную с группой параметров $\{\theta_k\}$. Здесь $p_i(\hat{\theta}_k)$ – составляющая вектора $L\theta$, определяемая через построенные оценки $\hat{\theta}_k$, а \hat{p}_i – ее неоднозначно определяемые компоненты. В работе [35] было показано, что для самых простых мультипликативных факторных моделей при малых μ значение \hat{p}_i будет, по крайней мере, совпадать со средним значением вектора \mathbf{z} . Для более сложных моделей анализ структуры \hat{p}_i проведен в работах [97, 98], а также в разд. 4.2.3 и 5.2.2.

Расчет метрик m_1 и m_2 помогает при анализе особенностей обрабатываемых данных. Так, на основе значений этих метрик и их отношений, построенных для различных факторов, можно указать статистические критерии, позволяющие определить критические значения, превышение которых указывает на значимый вклад соответствующих групп в изменения полезной компоненты модели. Например, для метрики m_1 выполнение неравенства $m_1 > 1$ говорит о значимости соответствующего параметра даже при малых отношениях сигнал/помеха в исходных наблюдениях. Это является следствием ограниченности дисперсии $\text{Re } \varepsilon_j(\omega | \theta)$ и общеизвестным фактом, что превышение некоторой величины над дисперсией помехи в два с половиной раза и более указывает на ее значимость для большинства распределений [141]. Полезно также соотносить получаемые значения m_1 и $\sqrt{m_2}$ с доверительными интервалами, определяемыми по величине μ . Суще-



ственное превышение этих значений над размахом доверительного интервала указывает на значимость параметров.

Отметим, что попытки детального исследования вероятностных характеристик метрик m_1 и m_2 , которые проводились даже для самых простых случаев факторных моделей [87], не давали дополнительных возможностей, кроме тех, что указаны выше. Причиной этого являются те же особенности реальных данных, что приведены в отношении $\hat{\sigma}^2$, и отсутствие полной информации о свойствах помех.

3.4. Общие характеристики линейных факторных моделей

3.4.1. Дисперсионный анализ и происхождение факторных моделей

Появление факторных моделей связано с попытками понять природу вариабельности измерений, наблюдаемых в реальных экспериментах. Такая вариабельность может носить как чисто случайный характер, так и обладать некоторыми закономерностями. В свою очередь, выделяемые закономерности могут отвечать регулярной природе вариаций, присутствующих в экспериментальных данных, или быть случайными по характеру изменений, но обладать определенной регулярностью при сочетаниях некоторых параметров эксперимента. Так, проявляющиеся закономерности могут быть связаны с различными особенностями выполняемых измерений, в частности с условиями их регистрации. Попытки выделения и анализа регулярных особенностей с использованием факторных моделей для измерений, обладающих выраженной случайной природой, позволили объединить два типа моделей: случайную и регулярную, которые долгое время воспринимались как альтернативные при анализе экспериментальных данных. Одним из существенных моментов при анализе факторных закономерностей является возможность их определения среди других вариаций, которыми могут обладать рассматриваемые измерения. Такая возможность обеспечивается методами дисперсионного анализа, которые начали развиваться в начале 20-х годов XX века благодаря английскому статистiku Р. Фишеру [173, 174] в связи с исследованиями по



генетике. Представление соответствующих моделей в линейно-алгебраической форме с анализом получаемых решений детально изложено в классической монографии Г. Шеффе [141]. Ее результаты будем активно использовать в дальнейшем.

Близость линейных факторных моделей, характерных для регрессионного и дисперсионного анализа, применяемого при работе с различными данными в инженерных и научных исследованиях с сейсмическими моделями, позволяет с единых позиций исследовать достаточно широкий класс задач. При этом сейсмические модели, связанные с современными системами наблюдений, обладающими сложной и разнообразной структурой, способствуют более глубокому пониманию особенностей, которые могут возникнуть в подобных задачах, относящихся к другим областям знаний.

Общая модель дисперсионного анализа представляет любое из N измерений или наблюдений как

$$z_i = x_{1i}\theta_1 + x_{2i}\theta_2 + \dots + x_{pi}\theta_p + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (3.17)$$

где $\{\theta_k\}$ – неизвестные постоянные величины; $\{x_{ki}\}$ – известные постоянные коэффициенты, а $\{\varepsilon_i\}$ представляют собой значения некоторой случайной величины, которая может интерпретироваться как помеха при определении значений θ_k . Модель служит более или менее идеализированным отражением некоторых сторон наблюдаемого явления, представляющего интерес для исследователя. Часто коэффициенты $\{x_{ki}\}$ – это целые числа, принимающие значения 0 или 1, т. е. они являются простыми указателями возможного присутствия величин $\{\theta_k\}$ в рассматриваемых наблюдениях.

Очевидно, что приведенная форма (3.17) обладает большой общностью и может включать в себя различные модели регрессионного или ковариационного анализа [141]. Она может быть представлена матричной форме

$$\mathbf{z} = \mathbf{X}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (3.18)$$

которая объединяет всю совокупность из N измерений. Здесь вектор-столбцы \mathbf{z} , $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\theta}$ содержат соответственно в качестве компонент вели-



чины z_i , ε_i , θ_k . При этом размерности первых двух векторов \mathbf{z} и $\boldsymbol{\varepsilon}$ равны N , а размерность третьего вектора $\boldsymbol{\theta}$ равна P . Элементами матрицы \mathbf{X} являются x_{ki} и она имеет размерность $(N \times P)$.

Согласно правилу умножения матрицы на вектор из структуры формы (3.18) следует, что элементы k -го столбца матрицы \mathbf{X} содержат коэффициенты или указатели, определяющие, каким образом неизвестный параметр θ_k входит во все рассматриваемые измерения. Формально представление матрицы \mathbf{X} несколько отличается от обычного вида, когда первый индекс элементов матрицы указывает на номер ее строки. Поэтому часто при записи моделей дисперсионного анализа в качестве исходной берется матрица $\tilde{\mathbf{X}}$, являющаяся транспонированной по отношению к \mathbf{X} . Указанные матрицы имеют следующий вид:

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x_{11} & x_{21} & \dots & x_{P1}, \\ x_{12} & x_{22} & \dots & x_{P2}, \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1N} & x_{2N} & \dots & x_{PN}, \end{Bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{X}^T = \begin{Bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1N}, \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2N}, \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{P1} & x_{P2} & \dots & x_{PN}. \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

Относительно этих матриц выполнено тривиальное равенство $\mathbf{X} = \tilde{\mathbf{X}}^T$, что позволяет переписать форму (3.18) в виде: $\mathbf{z} = \tilde{\mathbf{X}}^T \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon}$. Такое представление кроме большей традиционности обладает еще одним интересным моментом в случае моделей со случайными значениями параметров θ_k . При некоторых допущениях относительно распределения случайных величин θ_k и постоянстве значения $\boldsymbol{\varepsilon}$ ковариационная матрица измерений представима в виде произведения $\mathbf{X}\tilde{\mathbf{X}}$.

Достаточно большой группой моделей, которые могут быть представлены в форме (3.17), являются факторные модели. Они содержат от одной до нескольких совокупностей постоянных параметров θ_k или факторов. Такие модели обладают структурированностью по отношению к тому, как определенные факторы участвуют в формировании



заданного наблюдения. Например, один из простейших видов двухфакторной модели имеет следующую форму [141]:

$$z_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1, \dots, I, \quad j = 1, \dots, J. \quad (3.20)$$

При этом в каждой ячейке, определяемой номерами (i, j) , содержится только по одному наблюдению. Форма рассматриваемой модели непосредственно указывает структуру связей между измеряемыми величинами, номерами ячеек и факторами. Она не имеет прямых взаимодействий между неизвестными факторами μ , α_i , β_j , например, через их произведения. Но, как будет показано в дальнейшем, в ней возникают внутренние взаимодействия между факторами, что влияет на однозначность определения их значений.

При представлении модели (3.20) в матричной форме (3.18) значения измеряемых величин z_{ij} могут быть упорядочены любым образом в векторе \mathbf{z} , что будет определять значения элементов матрицы \mathbf{X} , которые равны 1 или 0, указывая, какой из факторов входит в соответствующее наблюдение.

Интересна история происхождения факторных моделей. Их появление было связано с натурными наблюдениями, которые могли иметь как естественную, так и искусственную природу, а структура выделяемых факторов могла определяться проводимыми наблюдениями или носила эвристический характер. Связь подобных моделей с натурными экспериментами проявляется в используемых терминах. К ним, в частности, относятся понятия ячейки или плана наблюдений. Рассматриваемые в процессе анализа наблюдения могли принадлежать к экспериментальным (сельское хозяйство, генетика) или неэкспериментальным (астрономия, социология, экономика) наукам [173, 69, 141]. К примеру, рассматривалась урожайность различных растений, посаженных на различных участках с одинаковым химическим составом удобрений. Тогда для описания урожайности растений от типа культур и географических условий использовалась двухфакторная модель (3.20). Ее применение совместно с методами дисперсионного анализа позволяло осуществлять выбор наиболее важных факторов и оценить их влияние. Анализ результатов проводимых измерений подсказывал, как оптимальнее спланировать проведение опытов или наблюдений, т. е.



приводил исследователей к идеям планирования экспериментов. Следует отметить, что именно решение практических задач сельского хозяйства инициировало развитие факторного и дисперсионного анализа. Можно надеяться, что задачи, возникающие в практике сейсмических исследований, также внесут свой вклад в их развитие.

При работе с моделями дисперсионного анализа активно используются методы математической статистики и проверки статистических гипотез. Для оценивания неизвестных параметров в рамках таких моделей с учетом их линейности и при определенных предположениях о свойствах случайных компонент часто применяется метод наименьших квадратов (МНК). Он дает возможность использовать матричную запись (3.18) для представления наблюдений и проводить интерпретацию получаемых решений в линейно алгебраических терминах.

Хорошо известно, что переход от системы уравнений (3.18) к системе уравнений МНК осуществляется путем простого преобразования вектора исходных наблюдений \mathbf{z} посредством его умножения слева на матрицу \mathbf{X}^T . Это обеспечивает проекцию вектора наблюдений в пространство неизвестных параметров и позволяет перейти к системе линейных уравнений, которую можно представить равенствами

$$\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{X}^T \mathbf{z} = \mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{A} \hat{\boldsymbol{\theta}}, \quad (3.21)$$

где матрица $\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$ будет квадратной и симметричной в отличие от матрицы \mathbf{X} исходной системы, и имеет размерность $(P \times P)$.

Любое решение системы (3.21) определяет вектор параметров $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, который дает минимальное в среднеквадратическом смысле отклонение модельной компоненты $\mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\theta}}$ от полученных значений. Учитывая, что свойства построенного решения $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ полностью определяются свойствами матрицы \mathbf{A} , несложно было проводить их изучение. В частности, получаемые свойства решения показывали, что многофакторные модели не позволяют единственным образом определить значения входящих в них параметров, т. е. ранг \mathbf{A} меньше ее размерности. Так, для двухфакторной модели (3.20) величина ранга соответствующей матрицы оказалась на величину 2 меньше ее размерности. При этом структура линейной зависимости между неизвестными параметрами



была такой, что единственным образом могли быть определены только значения вариаций параметров α_i , β_j относительно значения параметра μ , т. е. требовалось выполнение условия равенства нулю средних значений α_i и β_j .

Таким образом, исследования исходных систем уравнений и уравнений МНК давали возможность понять характер получаемых оценок неизвестных параметров. Кроме того, они позволяли определять число степеней свободы для строящихся по этим оценкам статистик. Так, для рассматриваемой двухфакторной модели могли быть построены статистики, определяемые следующими суммами квадратов [141]:

$$\begin{aligned} SS_e &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (z_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j)^2, \\ SS_\alpha &= J \sum_{i=1}^I \hat{\alpha}_i^2, \quad SS_\beta = I \sum_{j=1}^J \hat{\beta}_j^2, \end{aligned} \quad (3.22)$$

где $\hat{\mu}$, $\hat{\alpha}_i$, $\hat{\beta}_j$ являются МНК-оценками данных параметров и представлены выражениями:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{IJ} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J z_{ij}, \quad \hat{\alpha}_i = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J (z_{ij} - \hat{\mu}), \quad \hat{\beta}_j = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I (z_{ij} - \hat{\mu}).$$

Тогда SS_e , SS_α , SS_β будут иметь соответственно $\nu_e = (I-1)(J-1)$, $\nu_\alpha = I-1$ и $\nu_\beta = J-1$ степеней свободы. В предположении о независимости и нормальности распределения по закону $N(0, \sigma^2)$ для случайной величины ε_{ij} приведенные статистики обладают распределением χ^2 с указанными степенями свободы. Это позволяет перейти к F -критерию для проверки гипотез о возможной малости определенного фактора в анализируемых наблюдениях. Такой переход выполняется через отношения SS_α и SS_β к SS_e , которые обладают распределением Фишера. Тогда фактор может считаться значимым, т. е. гипотеза о его



малости отбрасывается с некоторым уровнем значимости s , если выполнены неравенства

$$\frac{v_e SS_\alpha}{v_\alpha SS_e} > F_S; v_\alpha, v_e \quad \text{или} \quad \frac{v_e SS_\beta}{v_\beta SS_e} > F_S; v_\beta, v_e \quad \text{соответственно.}$$

Необходимые значения F определяются по таблицам на основе полученных степеней свободы и требуемого уровня значимости. Подобные построения дают возможность получить корректные критерии и доверительные интервалы для главных эффектов в моделях с постоянными факторами.

Очевидно, что нормальность распределения нужно еще проверять. Часто для реальных данных она не выполняется или выполняется только с некоторым приближением. Но предложенная схема показывает путь, обеспечивающий анализ полученных оценок факторов, и позволяет формализовать решение вопроса о значимости определенных факторов при описании наблюдений соответствующими моделями.

3.4.2. Факторы линейного типа в сейсмических экспериментах

Простое сопоставление модели (3.20) и линеаризованной модели Гурвича (1.8) показывает близость факторных моделей, используемых в дисперсионном анализе при изучении особенностей различных наблюдений, и моделей, которые могут появляться при анализе сейсмических данных. Факторность сейсмических моделей связана с элементами регулярности, которые могут присутствовать как в структуре наблюдаемых волновых полей, так и в структуре проводимых сейсмических экспериментов. Наиболее простыми примерами регулярных элементов, выделяемых по сейсмическим данным, являются волны различной природы, в частности плоские волны. Структурированность экспериментов бывает заложена в схемах расположения источников и приемников. Кроме того, связующим элементом между общими моделями дисперсионного анализа и моделями, представляющими сейсмические измерения, является дискретность сеток. С учетом дискретности получения современных данных в качестве таких сеток могут выступать как исходные сейсмограммы, так и в целом системы наблюдения.



Наличие многомерных дискретных сеток, по которым представлены сейсмические и многие другие геофизические данные, а также присутствие в наблюдениях регулярностей, отвечающих некоторым направлениям на этих сетках, позволило использовать факторные модели для исследования таких особенностей. Работа автора [88], вероятно, была первой, в которой факторные модели использовались для анализа различных сейсмических моделей, возникающих при обработке данных. В ней, фактически, независимо от работ [272, 290] были выполнены исследования моделей, относящихся к коррекции временных статических поправок и формы сигналов, с использованием линейно-алгебраического подхода. Такой подход был естественным с учетом матричных форм (3.18) и (3.21), применяемых при записи факторных моделей. Кроме исследования вопросов построения оценок факторов, их неединственности и проблем обусловленности матриц, в работе рассматривались вопросы о связи матриц \mathbf{X} и $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ с матрицами инцидентностей и смежностей, которые относятся к теории графов. Это позволило для произвольных факторных моделей, возникающих в сейсмических экспериментах, строго доказать, что в матрице $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ имеется не менее $m - 1$ линейных зависимостей (см. разд. 3.5.1), где m представляет собой число факторов. Последующее исследование вопросов введения дополнительных условий, обеспечивающих единственность получаемых оценок, потребовало изучения эффективности вводимых условий и влияний структуры плана наблюдений на эти оценки.

Простейшие дискретные сетки, используемые для представления сейсмических данных в виде факторных моделей, основаны на двумерных дискретных решетках. Определенные на них сейсмические наблюдения в виде трасс или некоторых функционалов могут быть представлены как $z_{ij} = z(x_i, y_j)$, где x_i, y_j являются значениями координат x, y для узлов решетки с номерами i, j . Когда узлы решетки однозначно представляются своими номерами, то можно перейти от x_i, y_j к i, j .

Теперь уточним понятие фактора, данное выше (см. разд. 1.1.3), как некоторой неизменной величины при определенных сочетаниях индексов i и j . Если предполагается, что в наблюдениях z_{ij} может присут-



ствовать регулярная особенность, величина которой остается неизменной вдоль заданной линии, то такую особенность будем называть *фактором линейного типа*. Для таких факторов структура модели (3.18), т. е. элементы матрицы \mathbf{X} , полностью определяется задаваемой линией. Наиболее простыми среди факторов линейного типа являются факторы, определяемые посредством прямых линий. Будем называть их *факторами прямолинейного типа*. Именно факторы прямолинейного типа могут быть наиболее эффективно использованы при описании и анализе сейсмических наблюдений.

При рассмотрении сейсмических экспериментов двумерные решетки чаще всего формируются на основе дискретных значений координат приемников и времен наблюдений при анализе сейсмограмм, а также с использованием значений координат приемников и источников при исследовании систем многократных перекрытий.

Иллюстрацией факторов линейного типа могут служить участки модельных сейсмограмм, показанные на рис. 3.5. При представлении сейсмограмм координаты приемников и времена наблюдений заменены номерами соответствующих дискретов. Изображаемые участки сейсмограмм содержат по два волновых объекта, что позволяет использовать при их описании двухфакторные модели. При этом модель, изображенная на рис. 3.5, *а*, будет содержать факторы прямолинейного типа, а модель, представленная на рис. 3.5, *б*, будет отвечать факторам общего линейного типа. Существенным моментом для представленных сейсмограмм является то, что форма сигналов в каждом из приведенных экспериментов сохраняется вдоль годографа волны.

Еще одним примером использования линейных факторов при описании сейсмических данных являются результаты модельного эксперимента, приведенного на рис. 3.6. Он связан с задачей коррекции временных статических поправок.

В последнем случае при построении модельных данных использовалось простейшее предположение о том, что вариации времен прихода рассматриваемых сигналов Δt_{ij} определяются только изменениями времен в источниках ($\Delta t_i = \Delta t_S$) и приемниках ($\Delta t_j = \Delta t_R$). Тогда справедливо выражение

$$\Delta t_{ij} = \Delta t_i + \Delta t_j. \quad (3.23)$$

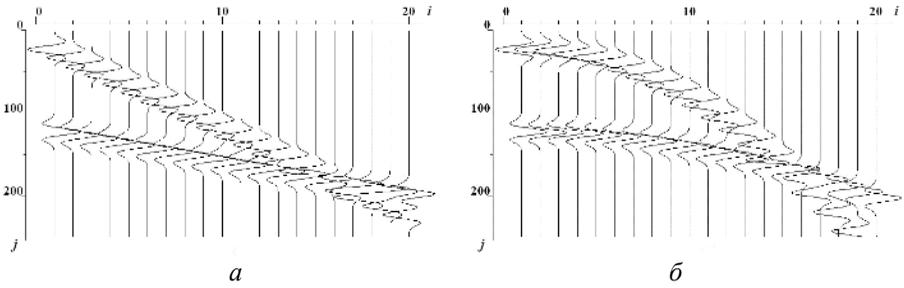


Рис. 3.5. Схематическое представление волн, наблюдаемых на сейсмограммах:

a – для плоских волн; *б* – для неплоских волн

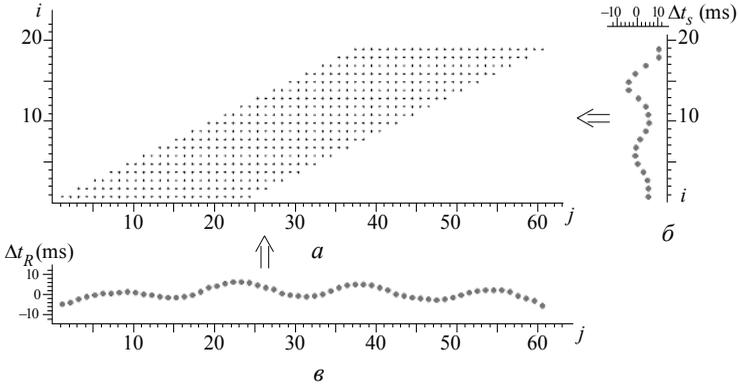


Рис. 3.6. Пример факторов прямолинейного типа, возникающих в задаче коррекции временных статических поправок:

a – система наблюдений, содержащая 19 расстановок по 24 канала; *б* и *в* – вариации времен в источниках и приемниках соответственно (стрелками показаны направления, в которых значения соответствующих времен остаются постоянными)

Если рассматриваемые времена относятся к сигналам, полученным по фланговой системе многократных перекрытий, то они могут быть представлены на обобщенной плоскости наблюдений, как показано на рис. 3.6, *a*. Здесь в качестве координатных осей взяты номера источников и приемников. Видно, что линейные факторы, являющиеся вариациями времен в источниках (рис. 3.6, *б*) и приемниках (рис. 3.6, *в*),



будут постоянны на прямых линиях, которые параллельны соответствующим координатным осям.

Форма, представленная на рис. 3.6, *a* носит название обобщенной плоскости наблюдений. Такое понятие было введено Ю.В. Ризниченко [120]. Затем оно активно использовалось и развивалось в школах Н.Н. Пузырева, С.В. Гольдина [36, 116, 117]. Значимость этого понятия особенно проявилась при работе с современными системами наблюдений. За рубежом на важность этого понятия, вероятно, впервые было указано в книге [167]. Там же показывалось, что элементарный поворот системы координат на 45° позволяет перейти от координат источников и приемников к координатам общей центральной точки и равных удалений. Выбор осей не имеет принципиального значения, поэтому иногда будем использовать горизонтальную ось для источников, а вертикальную – для приемников.

Очевидно, что модель (3.23) близка к классической двухфакторной модели (3.20). Ассоциативная близость факторных моделей дисперсионного анализа и моделей, используемых при анализе времен прихода сейсмических волн, проявляется даже на уровне термина: «поле времен» [117].

Выражение

$$z_{ij} = \sum_{p=1}^P \gamma_p (c_1^p i + c_2^p j) \varphi_p (c_3^p i + c_4^p j) + \varepsilon_{ij}, \quad (3.24)$$

введенное в работе [89], может считаться обобщением многих моделей с факторами прямолинейного типа, которые применяются при описании особенностей сейсмических экспериментов. Здесь $\varphi_p (c_3^p i + c_4^p j)$ представляют собой заданные функции, а $\gamma_p (c_1^p i + c_2^p j)$ являются неизвестными функциями (параметрами или факторами). Коэффициенты $c_1^p, c_2^p, c_3^p, c_4^p$, определяющие направления или линии для этих функций, считаются заданными действительными числами. Таким образом, функции φ_p и γ_p постоянны вдоль прямых линий (направлений) $c_3^p i + c_4^p j = \text{const}$ и $c_1^p i + c_2^p j = \text{const}$ соответственно.



Для того чтобы из выражения (3.24) получить модель (3.23), достаточно положить $P=2$, $c_1^1=1$, $c_2^1=0$, $c_1^2=0$, $c_2^2=1$ и $\varphi_p \equiv 1$ при $p=1, 2$. Это выражение также обобщает модели, используемые при коррекции временных статических поправок и частотно-зависимой статики, а также модели плоских волн, когда амплитуды сигналов изменяются по известным законам. Вероятно, подобное представление может быть использовано и при описании геофизических или любых наблюдений другой природы. В дальнейшем оно будет использоваться при анализе общих свойств моделей, содержащих факторы прямолинейного типа.

3.4.3. Модель коррекции временных статических поправок

В обычной практике построения факторных моделей используются эмпирические закономерности, наблюдаемые в экспериментах, либо эвристические соображения, основывающиеся на имеющихся представлениях о рассматриваемых явлениях. Это же относится и к моделям геофизического плана. Одним из ярких примеров служат модели коррекции временных статических поправок, широко распространенные в сейсмических исследованиях. Их появление полностью основывалось на эвристических соображениях, которые опирались на кинематические принципы распространения волн [36].

Следует отметить исключительную важность задачи такой коррекции при обработке реальных сейсмических наблюдений и решении обратных задач сейсмологии. Она имеет длительную историю развития, а ее решению посвящены сотни работ, что позволяет отнести ее к классическим задачам всей геофизики. Соответствующие исследования инициировались изучением влияния изменений времен прихода и амплитуд сейсмических сигналов при их определении и корреляции в регистрируемом волновом поле. Особую роль такие изменения начали играть при использовании алгоритмов и программ выделения сигналов посредством процедур направленного суммирования, для которых критической является величина изменений времен суммируемых импульсов. В силу того что выделяемые сигналы и их параметры служат основой для интерпретации сейсмических данных, вопросам коррекции временных статических поправок уделяется значительное внимание уже



более шестидесяти лет. Достаточно полный обзор ранних исследований этого направления приведен в работе [30].

В факторной модели коррекции временных статических поправок учитываются дополнительные сдвиги сейсмических сигналов, которые не были учтены процедурами обработки, использующими априорную информацию о среде и наблюдениях. Априорные данные, как правило, относятся к рельефу местности, мощности зоны малых скоростей (ЗМС) и некоторой рафинированной исходной модели среды, которая служит начальным приближением для рассматриваемой обратной задачи. Обычно такая информация недостаточна для определения времен прихода сейсмического сигнала с требуемой точностью во многих процедурах выделения сигналов и восстановления параметров среды. Так, для эффективного накопления сигналов требуется знание их времен прихода с ошибками, не превышающими $1/4$ периода. Следовательно, при основной частоте сигнала 30 Гц требуемая точность составит 7...8 мс, т. е. при скорости распространения в ЗМС 500 м/с недопустимыми считаются ошибки в ее мощности около 3 м. С другой стороны, такие же ошибки во времени прихода сейсмического сигнала, представляющего собой отраженную волну от границы, расположенной на глубине 2 км, могут привести к ошибкам в структурных построениях до 20 м.

Существенные результаты, полученные в области коррекции временных статических поправок, сыграли значительную роль в современных достижениях по построению геометрических образов среды и решению обратных кинематических задач. При решении рассматриваемой задачи было предложено много различных моделей и алгоритмов, их обзор имеется в книге [126], а многочисленные примеры использования соответствующих процедур в современных обрабатывающих комплексах приведены в книге [295]. Важным представляется также то, что, несмотря на большое количество проведенных исследований, проблема коррекции временных статических поправок остается актуальной и в настоящее время. Учитывая известность проблемы, не будем детально обсуждать ее особенности, а приведем только описание основных элементов для понимания факторной структуры модели.

Первые модели статических поправок опирались на следующие представления о наземном сейсмическом эксперименте. Считалось, что источник колебаний помещен ниже приповерхностной области



среды, называемой зоной малых скоростей. Глубина источника задавалась равной h , а приемники располагались на дневной поверхности. Как правило, рельеф линии наблюдений считался известным с достаточной точностью. Тогда ошибки во временах прихода сейсмических сигналов были обусловлены только возможной неточностью в определении подошвы ЗМС и глубине расположения заряда (рис. 3.7).

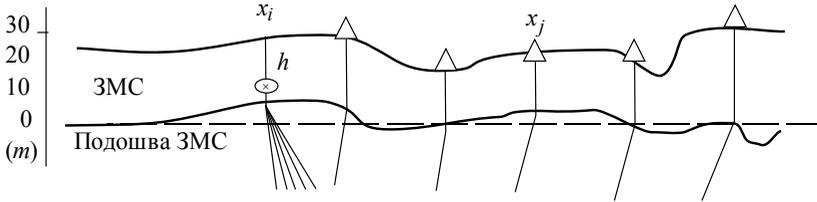


Рис. 3.7. К формированию модели временных статических поправок

В предположении малой скорости $V_{\text{ЗМС}}$ и относительно небольшой мощности ЗМС мы получаем почти вертикальные лучи для сигнала, выходящего из источника и подходящего к соответствующему приемнику. Тогда ошибки в определении времен прихода сейсмического сигнала, получающиеся в силу неточного априорного знания мощности ЗМС, будут полностью связаны с расположением (координатами) соответствующего источника или приемника и представляются моделью (3.23). При этом Δt_{ij} являются остаточными временами прихода сейсмических сигналов, которые получаются после процедур введения априорной статистики и кинематики в исходные сейсмотрассы, а Δt_i , Δt_j представляют собой временные сдвиги сигнала в точках источника и приемника соответственно, отвечающие ошибкам в априорных значениях подошвы ЗМС. Как и в разд. 3.4.2, индексы i, j однозначно определяют координаты соответствующего источника и приемника. Ошибка в задании глубины h для источника обычно включается в остаточный сдвиг Δt_i .

Таким образом, при точной информации о среде распространения, исключаяющей ЗМС, модель остаточных временных поправок, имеющая вид (3.23), совпадает с простейшей двухфакторной моделью дисперсионного анализа. Здесь важно, что формальные факторы, отвеча-



ющие геометрической структуре наблюдений, соответствуют определенным условиям проводимого геофизического эксперимента. Кроме того, они непосредственно могут быть использованы для решения обратной задачи по восстановлению параметров ЗМС, так как ошибка в определении подошвы ЗМС в некотором приближении равна $\Delta t_i V_{3МС}^{-1}$ в точке источника и $\Delta t_j V_{3МС}^{-1}$ в точке приемника.

Несомненно, что указанная модель относится к простейшим моделям не только дисперсионного анализа, но и коррекции статики. Она учитывает лишь часть ошибок, связанных с неполнотой знаний о верхней части геологического разреза, а также не учитывает возможных ошибок во всей исходной модели среды. Для учета последних в рамках эффективных моделей распространения сейсмических волн можно предположить, что априорные данные позволяют получить времена прихода некоторой отраженной монотипной волны относительно заданной априорной подошвы ЗМС (на рис. 3.7 она показана пунктирной линией). Подчеркнем, что монотипность волны для ниже приводимых выражений является важным моментом.

Представим времена этой отраженной волны в виде годографа общей центральной точки (ОЦТ) относительно расположения точек источника и приемника (иногда центральную точку не совсем корректно называют общей глубинной точкой (ОГТ)). Такой годограф обладает симметричностью относительно координаты ОЦТ, равной $(x_i + x_j) / 2$ или в индексных обозначениях $(i + j) / 2$, и может быть представлен гиперболой в виде

$$t_{ij}^* = \sqrt{(t_{i+j}^{*(0)})^2 + \left(\frac{\Delta x_{ij}}{V_{i+j}^{*(эф)}}\right)^2}, \quad (3.25)$$

где $t_{i+j}^{*(0)}$ – время распространения отраженной волны по нормальному лучу для общей центральной точки $(i + j) / 2$, получаемое в априорной модели для совмещенного источника и приемника, которые расположены в соответствующей ОЦТ; $V_{i+j}^{*(эф)}$ – эффективная скорость, отвечающая нормальному лучу, проведенному из данной ОЦТ до соответ-



ствующей точки отражения; Δx_{ij} – расстояние между источником и приемником, равное $(x_i - x_j)$, или условно $(i - j)$.

Аналогичным же образом могут быть представлены и истинные времена прихода t_{ij} для соответствующей отраженной волны, поэтому может быть рассмотрена разность этих гипербола. Известно [117], что при относительно малом удалении приемников от источника и достаточно глубоких горизонтах соответствующая разность может быть хорошо аппроксимирована полиномами по четным положительным степеням Δx_{ij} , т. е.

$$t_{ij} - t_{ij}^* \cong \sum_{l=0} c_{i+j}^{2l} \Delta x_{ij}^{2l}. \quad (3.26)$$

При этом коэффициенты данного разложения c_{i+j}^{2l} будут зависеть от координаты общей центральной точки. Последнее наиболее важно, так как определяет факторность настоящего представления в случае многократной системы наблюдений.

Итак, полагая, что ошибки в определении времен прихода фиксированных отраженных волн обусловлены неполнотой информации о структуре верхней части разреза, а также неточностью априорной модели среды, можно объединить представления (3.23) и (3.26) в единую факторную модель:

$$\Delta t_{ij} = \Delta t_i + \Delta t_j + \sum_{l=0}^L c_{i+j}^{2l} \Delta x_{ij}^{2l} + \xi_{ij}, \quad (3.27)$$

где слагаемое ξ_{ij} включает в себя все неточности аппроксимации (3.26) и другие ошибки, получаемые при определении времен прихода отраженных сигналов для заданной волны.

Остановимся подробнее на факторности модели (3.27). Пусть система наблюдений представляет собой линейную схему многократных перекрытий или профиль ОГТ (примером может служить система наблюдений, см. рис. 3.6). Тогда не только каждому источнику с номером i и координатой x_i будет отвечать некоторая совокупность наблюдений (сейсмограмма ОТВ), но и каждому приемнику с номером j



и координатой x_j отвечает несколько наблюдений (сейсмограмма ОТП), в которые входит одна и та же величина Δt_j , или фактор приемника. Соответствующие направления по отбору наблюдений в сейсмограммы ОТВ и ОТП определяют первые два типа факторов: источников и приемников. В силу того что каждому из индексов i и j соответствуют наборы наблюдений, то и их линейной комбинации $(i + j)/2$ будут отвечать некоторые совокупности наблюдений, для которых определяются величины коэффициентов c_{i+j}^{2l} , или факторы ОЦТ (также именуемые ОГТ). Факторы ОЦТ имеют направление под углом 45° по отношению к факторам источников и приемников, показанным на рис. 3.6.

Формально факторность модели (3.27) может быть получена на основе выражения (3.24), если для первых двух слагаемых положить $c_1^1 = 1$, $c_2^1 = 0$, $c_1^2 = 0$, $c_2^2 = 1$, $\varphi_p \equiv 1$, а для последующих слагаемых брать в качестве коэффициентов $c_1^p = c_2^p = 1/2$, $c_3^p = 1$, $c_4^p = -1$ и в качестве функций φ_p выбирать четные положительные степени соответствующего аргумента, в том числе нулевую степень.

В том случае, когда рассматриваются времена прихода отраженных волн от достаточно глубоких горизонтов в представлении (3.27), можно ограничиться первыми двумя слагаемыми и представить модель в виде выражения

$$\Delta t_{ij} = \Delta t_i + \Delta t_j + c_{i+j}^0 + c_{i+j}^2 (i-j)^2 + \xi_{ij}. \quad (3.28)$$

Оно наиболее активно использовалось во всех классических работах по коррекции временных статических поправок (примеры имеются в книгах [28, 272]), а также при реализации соответствующих процедур обработки реальных сейсмических данных. Для соответствующего выражения несложно получить связи коэффициентов c_{i+j}^{2l} с параметрами годографа ОЦТ для истинной и априорной модели. В данном случае они имеют вид

$$c_{i+j}^0 = t_{i+j}^{(0)} - t_{i+j}^{*(0)} \quad \text{и} \quad c_{i+j}^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t_{i+j}^{(0)} (V_{i+j}^{(\text{эф})})^2} - \frac{1}{t_{i+j}^{*(0)} (V_{i+j}^{*(\text{эф})})^2} \right), \quad (3.29)$$



где параметры $t_{i+j}^{(0)}$, $V_{i+j}^{(\text{эф})}$ отвечают истинной модели среды. Следовательно, получаемые оценки факторов ОЦТ или ОГТ могут быть использованы для уточнения годографов волн, которые соответствуют истинной модели среды [29]. Уточненные годографы, в свою очередь, служат входными данными для решения обратной кинематической задачи при восстановлении параметров модели среды.

Таким образом, факторная модель (3.27), служащая для описания ошибок во временах прихода отраженных волн от фиксированных границ, может быть использована в трех аспектах при решении обратных задач сейсмологии. Первый: часть ее параметров (факторы источников и приемников) позволяет непосредственно уточнить верхнюю часть разреза и учесть особенности проводимого сейсмического эксперимента.

Второй: некоторые из параметров (часть коэффициентов c_{i+j}^{2l}) могут быть использованы для уточнения входных данных в ряде других обратных задач. При этом степень разложения в представлении (3.26) выбирается исходя из предполагаемой сложности истинного годографа ОЦТ, а входные данные уточняются только по двум первым факторам ОЦТ. Третий: восстановление истинных времен прихода фиксированных отраженных волн с заданной точностью (например, 3 мс). Эти времена в дальнейшем могут быть использованы в различных целях, например для эффективного выделения целевых сигналов, относящихся к различным типам волн.

По мере развития вопросов коррекции временных статических поправок в модель (3.27) были внесены различные изменения. Главными из таких изменений можно считать те, которые учитывали неперпендикулярность лучей, проходящих через верхнюю часть разреза. В том случае, когда такая неперпендикулярность лучей не нарушает предположения о локальности поправок, связанных с фиксированным источником или приемником, факторность модели не нарушается, а происходит лишь ее усложнение. Например, в предположении линейности изменения поправок Δt_i , Δt_j в зависимости от удаления Δx_{ij} мы приходим к модели

$$\Delta t_{ij} = a_i^0 + a_i^1 \Delta x_{ij} + b_j^0 + b_j^1 \Delta x_{ij} + \sum_{l=0} c_{i+j}^l \Delta x_{ij}^l + \xi_{ij}, \quad (3.30)$$



где коэффициенты a_i^0 , a_i^1 , b_j^0 , b_j^1 определяют соответствующие поправки Δt_i , Δt_j . Здесь также учтена возможная несимметричность годографов немонотипных волн через использование нечетных степеней при разложении остаточного годографа по Δx_{ij} .

В заключение рассуждения о моделях коррекции временных статических поправок сделаем одно очень важное замечание. В начале этого раздела указывалось, что важность проводимых исследований определялась требованиями надежного выделения сигналов. Вероятно, меньшее влияние изменений амплитуд на качество такого выделения при использовании процедур направленного суммирования понизило актуальность проблемы коррекции динамических параметров, к которым относятся: энергия, амплитуда и спектр реального сейсмического сигнала. Возможно, что в уменьшении внимания к вопросам коррекции динамических параметров свою роль сыграла и имевшаяся в 70–90-е гг. XX века общая ориентированность сейсморазведки на структурные построения, где основными исходными данными были только времена прихода сигналов. Ввиду существовавшей в указанный период приоритетности кинематического направления автор хотел бы обратить внимание на большую сложность проблемы учета верхней части разреза (ВЧР) при динамической обработке сигналов. Возрастающий интерес к динамическим особенностям наблюдаемых волновых полей и понимание их важности для повышения точности характеристик изучаемых пород должны способствовать увеличению значимости исследований динамических параметров. В связи с этим аналогично решению проблемы временных статических поправок предстоит проделать достаточно большую работу по развитию соответствующих методов. Для ее эффективного выполнения представляется важным осознание двух моментов. Первый связан с некоторой близостью двух типов коррекции: кинематической (временной) и динамической, что должно оказать существенную помощь в предстоящей работе. Об этом свидетельствует факт вхождения временного сдвига в фазовую составляющую спектра сигнала. Второй момент связан с разнообразием и спецификой изменений каждого из рассматриваемых динамических параметров, что требует более детального исследования особенностей отдельных характеристик сигналов, определяемых в условиях реального сейсмического эксперимента.



3.5. Структура наблюдений и формируемые системы уравнений

3.5.1. Планы наблюдений и структура матриц

Линейность факторных моделей относительно неизвестных параметров приводит к линейным системам уравнений (3.18). Известно, что характеристики таких систем полностью определяются матрицей \mathbf{X} . Поэтому требуется детальное изучение ее свойств при использовании любых факторных моделей. Достаточно очевидным является то, что свойства \mathbf{X} будут зависеть от вида факторов и их числа. Менее очевидным является тот факт, что они могут зависеть и от структуры наблюдений, по которым производится определение этих факторов. Структура наблюдений может существенно влиять на свойства матрицы \mathbf{X} как при малом, так и при большом числе наблюдений, когда их величина значительно превосходит число определяемых факторов.

Рассмотрим эти особенности для моделей с факторами линейного типа. Начнем со случая факторов прямолинейного типа, представляемых моделью (3.24), когда $\varphi_p \equiv 1$. Считается также, что значения коэффициентов c_1^p , c_2^p различны, т. е. факторы, входящие в модель, соответствуют разным направлениям. Теперь предположим, что наблюдения z_{ij} заданы в узлах целочисленной двумерной решетки и каждое наблюдение отвечает только одному узлу, не совпадающему с узлами других наблюдений. Тогда

- *планом наблюдений* называется конечная совокупность узлов решетки, где заданы рассматриваемые наблюдения.

Формально, под планом наблюдений понимается любая совокупность узлов двумерной целочисленной решетки (i, j) . Если (i_s, j_s) обозначает фиксированный узел решетки, то $Q = \{(i_s, j_s); s = 1, \dots, N\}$ – план наблюдений, содержащий N узлов. Ограниченность величины N является естественной для реальных экспериментов.

Достаточно очевидной будет и независимость структуры плана Q от начала отсчета на двумерной решетке. Поэтому для любого фикси-



рованного плана наблюдений справедливо равенство $Q = \{(i_s, j_s); s = 1, \dots, N\} = \{(i_s + k, j_s + l); s = 1, \dots, N\}$, где k, l являются произвольными целыми константами, т.е. план задает множество узлов решетки с точностью до переноса этого множества параллельно осям i, j . Это свойство позволяет рассматривать совпадающие по своей структуре планы как реализацию одного и того же плана, а их обработку (при совпадении моделей) проводить единообразно.

Несмотря на произвольность выбора Q , при обработке сейсмических данных существует несколько типов планов, которые наиболее часто используются. К ним относятся: «квадрат», «прямоугольник», «ромб», «параллелограмм» и «шестиугольник». Они определяются следующим образом. «Квадрат» $Q^{\Pi}(I)$, где I задает число значений по переменной i , которое совпадает с число значений по переменной j . «Ромб» $Q^{\diamond}(I)$ определяется так же, как «квадрат», но имеет иную структуру (см. рис. 3.8), что может приводить к иному числу значений факторов. Для обоих типов планов $N = I^2$. Планы «прямоугольник» $Q^{\Pi}(I, J)$ и «параллелограмм» $Q^{\diamond}(I, J)$ получаются из «квадрата» и «ромба» изменением числа значений по i или j . Для них $N = IJ$. Сейсмограмма служит примером «прямоугольника», а фланговая профильная система наблюдений является примером «параллелограмма». При равной кратности наблюдений, приходящихся на каждую центральную точку, «прямоугольником» будет и профиль ОЦТ. Чтобы различать два указанных типа планов, введем специальное обозначение для последнего из них $Q^4(n, K)$, где n – кратность перекрытий; K – число точек ОЦТ. Для $Q^4(n, K)$ $N = nK$. План «шестиугольник» $Q^6(I, J, -kj)$ получается путем усечения узлов, отвечающих крайним (малым и большим) kj значениям по переменной j у «параллелограмма». Поэтому $N = IJ - kj^2 \Delta y_j \Delta x_i^{-1} - kj$, где $\Delta x_i, \Delta y_j$ – соответствующие шаги решетки. Примеры перечисленных планов показаны на рис. 3.8.

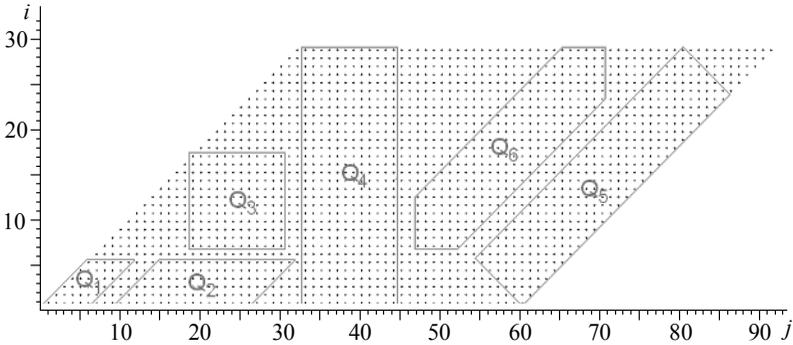


Рис. 3.8. Примеры планов наблюдений: $Q_1 = Q^\diamond(6)$, $Q_2 = Q^\diamond(6,17)$, $Q_3 = Q^\Pi(12)$, $Q_4 = Q^\Pi(32,12)$, $Q_5 = Q^4(6,52)$ и $Q_6 = Q^6(25,12,6)$

Реальные системы сейсмических наблюдений определяют планы Q , содержащие десятки и сотни тысяч узлов решетки. Из них могут быть выбраны небольшие совокупности узлов, отвечающие одному из указанных планов, как показано на рис. 3.8. Такие небольшие совокупности полезно рассматривать при анализе свойств факторных моделей и получаемых оценок параметров. Примером элементарного плана Q служит $Q^\Pi(2)$, изображенный на рис. 3.9, а. Появление подобного плана в реальных работах сложно представить, так как он требует отсутствия смещения в положениях источников и приемников при повторении эксперимента, но определяется он просто посредством полной совокупности реальных наблюдений.

Сделаем одно важное замечание, связанное с планами наблюдений, рассматриваемыми в классическом дисперсионном анализе [141] и в сейсмических экспериментах. В первом используются планы вида Q_3 и Q_4 . Для второго же характерно использование всех указанных видов планов. Расширение вида планов приводит к появлению дополнительных особенностей при определении значений факторов. В частности, ниже будет показано (см. разд. 3.6.5), что эти особенности могут быть существенными в задачах коррекции статики.

Дискретность решетки, на которой заданы наблюдения, определяет дискретность факторов. Исходя из произвольности структуры плана наблюдений, получаем, что число дискретных значений у каждого из



рассматриваемых факторов может быть различным. Будем обозначать дискретно представленный фактор прямолинейного типа следующим образом: $\{\gamma_p\}_{N_p}$, где N_p определяет число значений фактора $\gamma_p(c_1^p i + c_2^p j)$ для заданного плана наблюдений.

При заданной факторной модели и плане наблюдений несложно выполнить построение соответствующей матрицы \mathbf{X} . Такое построение может быть осуществлено различным образом. Например, через составление таблицы, где слева указаны наблюдения в форме вектора \mathbf{z} , а сверху – значения факторов, упорядоченные в форме вектора $\boldsymbol{\theta}$ [141, с. 129]. Однако такой способ слишком конкретен. Поэтому для проведения общих исследований воспользуемся графоаналитическим подходом, как было предложено в работе [88].

По аналогии с теорией графов матрицу \mathbf{X} можно рассматривать как матрицу инцидентий, заданную на двудольном графе $G(V, U)$, где V – упорядоченное множество значений факторов, а U – упорядоченное множество наблюдений. Упорядочение значений факторов производится последовательно по каждому из входящих в модель, т. е. вначале исчерпываются значения первого фактора, затем второго и т. д. При формировании графа $G(V, U)$ вершина $v \in V$ соединяется ребром с вершиной $u \in U$ только тогда, когда фактор v проходит через наблюдение u .

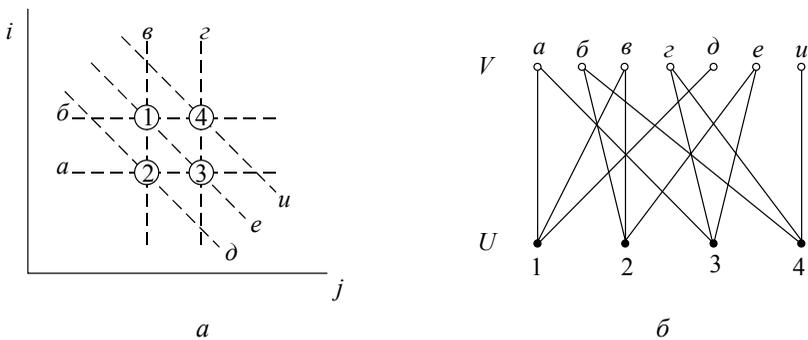


Рис. 3.9. План наблюдений (а) с заданными факторами и двудольный граф (б), соответствующий этим наблюдениям и факторам



На рис. 3.9, б показан двудольный граф, который отвечает плану с четырьмя наблюдениями и модели с тремя факторами прямолинейного типа. Такая модель может быть получена из выражения (3.28) при изъятии слагаемого $c_{i+j}^2(i-j)^2$. Тогда в нем останутся только факторы, связанные с источником, приемником и ОЦТ. Этот простой пример демонстрирует различное число значений факторов для заданного плана наблюдений. Здесь мы имеем по два значения факторов источников (a, b) и приемников (v, z) и три значения фактора ОЦТ (d, e, u). Матрица \mathbf{X} , соответствующая данному графу, имеет вид

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{X}_2 & \mathbf{X}_3 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}. \quad (3.31)$$

В общем случае матрицу \mathbf{X} можно представить в виде $\{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_P\}$, где \mathbf{X}_l являются подматрицами инцидентий для соответствующего фактора γ_l , а P – число групп факторов, соответствующее выражению (3.24).

Покажем, что любая \mathbf{X}_l будет линейно независима по столбцам. Доказательство этого факта основано на линейности γ_l от индексов i, j , определяющих решетку, на которой заданы наблюдения. Из линейности γ_l следует, что различные значения одного фактора не могут быть связаны с одним и тем же наблюдением, т. е. через фиксированное наблюдение проходит лишь одно значение данного фактора. Значит, в любой строке матрицы \mathbf{X}_l будет содержаться лишь одна единица, и, следовательно, столбцы этой матрицы линейно независимы.

Теперь представим матрицу $\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$, которая совпадает с матрицей МНК, в виде



$$\mathbf{A} = \begin{Bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_P \end{Bmatrix}, \quad \text{где } \mathbf{A}_l = \{ \mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_1, \mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_P \}. \quad (3.32)$$

Из линейной независимости столбцов матрицы \mathbf{X}_l доказанного выше следует, что матрица $\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_l$ для любого l будет диагональной, т. е. строки произвольной матрицы \mathbf{A}_l линейно независимы. Поэтому, если в \mathbf{A} имеется линейная зависимость, то она возникает между различными ее блоками \mathbf{A}_l . Очевидно, что если в модели присутствует только один фактор линейного типа, то матрица \mathbf{A} всегда будет невырожденной, а ранг этой матрицы равен ее размерности.

Используя терминологию теории графов, матрицу $\mathbf{\Pi} = \mathbf{A} - \mathbf{\Phi}$, где $\mathbf{\Phi}$ является диагональной матрицей с элементами $\Phi_{ii} = a_{ii}$, назовем матрицей смежностей значений факторов. Матрицы $\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_k$ ($l \neq k$) могут быть названы матрицами смежностей факторов γ_l и γ_k . При этом значения факторов, принадлежащие различным факторам, будут смежны тогда и только тогда, когда они относятся к одному и тому же наблюдению. Если значение l -го фактора v_l смежно значению k -го фактора v_k , то соответствующий элемент матрицы $\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_k$ равен 1, иначе 0. Для больших планов Q это приводит к значительной разреженности матриц.

Матрицы смежностей факторов позволяют просто доказать следующее утверждение.

Утверждение 3.1. $\text{rang } \mathbf{A} \leq \sum_{p=1}^P N_p - P + 1$, т. е. в матрице \mathbf{A} имеется не менее $P - 1$ линейных зависимостей.

Для доказательства воспользуемся линейной независимостью строк внутри блоков \mathbf{A}_l и приведенным выше представлением матрицы $\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_k$. Пусть значение фактора $v \in \{\gamma_l\}_{N_l}$ относится к N_v наблюдениям. Тогда данное значение фактора смежно с N_v значениями любого



другого фактора. Следовательно, имеем $S_1^{(v)} = S_2^{(v)} = \dots = S_P^{(v)}$, где $S_l^{(v)}$ обозначает сумму элементов строки матрицы $\mathbf{X}_l^T \mathbf{X}_k$, соответствующей значению фактора v . В силу произвольности выбора значения v полученное равенство будет справедливо для любого другого значения фактора. Тогда справедливым является и равенство $s_1 = s_2 = \dots = s_P$,

где $s_l = \left\{ S_l^{(v_1)}, \dots, S_l^{(v_K)} \right\}^T$, $K = \sum_{p=1}^P N_p$, что указывает на наличие в

матрице \mathbf{A} не менее $P-1$ линейных зависимостей. Полученный результат свидетельствует о вырожденности \mathbf{A} для любой факторной модели, содержащей несколько линейных факторов.

Из известного факта [119, с. 43], что $\text{rank}(\mathbf{X}\mathbf{X}^T) = \text{rank} \mathbf{X}$, несложно получить равенства $\text{rank} \mathbf{X}^T = \text{rank}(\mathbf{X}^T \mathbf{X}) = \text{rank} \mathbf{A}$. Тогда из утверждения 3.1 следует, что у матрицы \mathbf{X} в случае нескольких факторов имеются линейные зависимости между столбцами (не менее $P-1$). Выше было показано, что такие зависимости отсутствуют внутри блоков \mathbf{X}_l , т. е. они возникают между блоками или между различными факторами, с которыми эти блоки связаны.

Возникающие линейные зависимости между различными факторами дают один простой результат, относящийся к выделению постоянного фактора, т. е. использованию моделей (3.20). Постоянный фактор может быть отнесен к любому из линейных факторов с сохранением возможности его определения на основе значений параметров факторных моделей. Как будет показано в дальнейшем (см. разд. 4.1.2), это вызвано тем, что постоянная составляющая не может быть определена, начиная с двух факторов. Поэтому требуется либо фиксировать ее, используя дополнительные условия (см. разд. 4.1.3), либо определять как общую постоянную составляющую, входящую во все факторы модели.

Невырожденность матрицы \mathbf{A} для модели с одним фактором и ее вырожденность в случае модели с несколькими факторами может приводить к попыткам оценивать факторы в наиболее простых моделях. Например, считается, что в задаче коррекции временных статических поправок вариации Δt_{ij} вызваны только изменениями условий воз-



буждения, т. е. значениями фактора Δt_i . Такие способы оценивания были достаточно распространены на начальных этапах решения данной задачи. Однако подобное упрощение может приводить к значительному ухудшению свойств получаемых оценок факторов, что было показано в работе [88]. В то же время современные методы вычислительной математики позволяют получать решения систем линейных уравнений с вырожденными матрицами. Поэтому сама по себе вырожденность матриц \mathbf{X} и \mathbf{A} для случая произвольной факторной модели не является препятствием к построению решений линейных систем уравнений (3.18). Важным аспектом таких решений является то, что они могут значительно отличаться между собой и часто не удовлетворяют требуемому решению исходной геофизической задачи.

Знание того, что указанные отличия определяются двумя существенными моментами, связанными со структурой и свойствами \mathbf{X} и \mathbf{A} , а именно обусловленностью этих матриц и структурой векторов их нуль-многообразия, дало возможность формализовать одну из общих проблем факторной декомпозиции, имеющей непосредственное отношение к практически важной проблеме коррекции статики. Она связана с решением систем линейных уравнений, имеющих вырожденные матрицы, т. е. носит математический характер, и в ней выделяются (или она расщепляется на три) отдельные подзадачи, которые носят выраженный математический характер.

Задача 3.1. Каким образом, структура плана \mathcal{Q} влияет на вырожденность и обусловленность матриц \mathbf{X} и \mathbf{A} ?

Задача 3.2. Разработать методы и алгоритмы, позволяющие изучать векторы нуль-многообразия матриц \mathbf{X} и \mathbf{A} .

Задача 3.3. Определить условия, обеспечивающие невырожденность и хорошую обусловленность матриц \mathbf{X} и \mathbf{A} .

Из-за большого разнообразия возможных факторных моделей линейного и мультипликативного типа решение этих задач желательно было получить в рамках общего представления (3.24), а также требовалось рассмотреть произвольных планов наблюдений.

В работе [88] было положено начало рассмотрению вопросов, относящихся к поставленным задачам. В частности, в ней исследовались различные типы дополнительных условий, которые необходимо нало-



жить на получаемые решения, чтобы обеспечить невырожденность матрицы \mathbf{A} . При этом было показано, что неэффективное введение таких условий может приводить к ухудшению обусловленности расширенной матрицы. Проведенные исследования оказались важными для практической реализации спектрально-статистического метода [34]. Их дальнейшее развитие позволило создать эффективный алгоритм введения априорной информации, позволяющей однозначно определять значения оцениваемых факторов в сейсмическом эксперименте (см. разд 4.2.3).

3.5.2. Допустимые планы наблюдений

Линейная зависимость, возникающая между столбцами матриц \mathbf{X} и \mathbf{A} , может быть исследована различным образом. Выше было показано, что такая зависимость может появляться только между различными факторами. При исследовании этой зависимости существенное значение имеет то, что факторы являются функциями линейных комбинаций индексов, определяющих дискретную решетку для наблюдений. Таким образом, наблюдения и факторы могут быть представлены в виде разложений по общему базису, построенному в пространстве двух переменных. Эти разложения могут помочь при анализе зависимостей между факторами.

Для проведения соответствующих построений, с учетом того что любой фактор γ_p общей модели (3.24) для заданного плана наблюдений может иметь N_p значений, представим его в эквивалентной форме:

$$\gamma_p(c_1^p i + c_2^p j) = \sum_{s=0}^{N_p-1} d_s^p \psi_s(c_1^p i + c_2^p j). \quad (3.33)$$

Здесь $\{\psi_s(l_p), s = 0, \dots, N_p - 1\}$ являются системой линейно-независимых функций, определенных на совокупности дискретов переменной $l_p = c_1^p i + c_2^p j$. Это представление позволяет переписать модель (3.24) в виде



$$z_{ij} = \sum_{p=1}^P \sum_{s=0}^{N_p-1} d_s^p \psi_s(c_1^p i + c_2^p j) \varphi_p(c_3^p i + c_4^p j) + \varepsilon_{ij}. \quad (3.34)$$

Она может быть записана в матричном виде как

$$\mathbf{z} = \mathbf{X}_d \boldsymbol{\theta}_d + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (3.35)$$

где элементы матрицы \mathbf{X}_d представляют собой соответствующие произведения значений функций ψ_s , φ_p , а элементы вектора $\boldsymbol{\theta}_d$ совпадают со значениями коэффициентов d_s^p . Такой вид модели будет не только эквивалентен исходной модели на любом плане наблюдений Q , но и может дать некоторые преимущества при решении конкретной геофизической задачи. В частности, она позволяет учесть некоторые свойства неизвестных параметров путем выбора соответствующих функций $\psi_s(l_p)$. Например, гладкостью изменения параметров c_{i+j}^0 и c_{i+j}^2 в модели (3.28) при плавном изменении глубинных и скоростных параметров среды вдоль профиля наблюдений.

Теперь воспользуемся разложением наблюдений z_{ij} и функций ψ_s , φ_p по системе линейно-независимых функций $\{f_r(i, j), r=0, \dots, N-1\}$ двух переменных i, j , определенных на плане Q , т. е. представим

$$z_{ij} = \sum_{r=0}^{N-1} q_r f_r(i, j), \quad \psi_s(c_1^p i + c_2^p j) = \sum_{r=0}^{N-1} m_{sr}^p f_r(i, j), \quad (3.36)$$

$$\varphi_p(c_3^p i + c_4^p j) = \sum_{r=0}^{N-1} n_{pr}^p f_r(i, j).$$

Затем, подставив эти представления в (3.24) и приравняв коэффициенты разложения при одинаковых функциях $f_r(i, j)$, получим эквивалентную модель

$$q_r = \sum_{p=1}^P \sum_{s=0}^{N_p-1} K_{sr}^p d_s^p + v_r, \quad (3.37)$$



где q_r, v_r – коэффициенты разложения z_{ij}, ε_{ij} соответственно по функциям $f_r(i, j)$, а K_{sr}^P – коэффициенты, получаемые в процессе построения данной модели. Очевидно, что для нее может быть использована матричная форма

$$\mathbf{q} = \mathbf{X}_q \boldsymbol{\theta}_d + \mathbf{v}, \quad (3.38)$$

где \mathbf{q} и \mathbf{v} являются векторами, составленными из значений q_r, v_r соответственно, а элементы матрицы \mathbf{X}_q определяются значениями коэффициентов K_{sr}^P .

Необходимо отметить, что переход к форме (3.37) возможен только в тех случаях, когда произведение $f_r(i, j) \cdot f_l(i, j)$ дает с точностью до постоянного множителя функцию того же типа. Это, в частности, справедливо при степенном и экспоненциальном типе функций $f_r(i, j)$.

При работе с моделями (3.37) возникают два важных аспекта, связанных с их использованием при анализе свойств систем линейных уравнений. Первый относится к вопросу об эквивалентности получаемых решений для различных систем функций $f_r(i, j)$. Второй – к вопросам о построении систем таких функций и их влиянии на свойства получаемого решения. Указанные вопросы будут детально исследоваться в следующей главе.

Сейчас для нас важным является то, что использование различных частных видов представления (3.37) сыграло существенную роль на начальных этапах исследования факторных моделей, когда природа неединственности решения систем (3.18) или их аналогов в форме систем МНК (3.22) была не совсем понятна. Не обладая универсальностью, такой подход давал понимание характера возникающих зависимостей между различными факторами и позволял формулировать условия, обеспечивающие единственность строящихся решений. В частности, для модели (3.24) с $\varphi_p \equiv 1$ использование системы степенных функций $f_r(i, j)$ позволяет элементарно получить, что при любом плане наблюдений между факторами существует $P-1$ линейная зависимость. Это обусловлено наличием одного коэффициента q_0 ,



связанного с функцией $f_0(i, j) = i^0 j^0$, которая обеспечивает нулевую степень разложения наблюдений z_{ij} . В результате имеем только одно уравнение относительно P неизвестных коэффициентов d_0^P при нулевых степенях разложения (3.33) для каждого из факторов. Для первых степеней представления (3.37), определяемых функциями $f_1(i, j) = i^1 j^0$ и $f_2(i, j) = i^0 j^1$, уже будем иметь два независимых уравнения для определения соответствующих неизвестных коэффициентов d_s^P в разложениях факторов (3.33). Поэтому получаем еще $P-2$ линейную зависимость между факторами. Таким образом, для трехфакторной модели, изображенной на рис. 3.9, имеем три линейные зависимости. С учетом приведенных разложений (3.37) несложно показать (см. разд. 4.1.2), что для этой модели вторая и последующие степени определяются однозначно.

При реализации данного подхода неясным оставался вопрос о связи определяемых коэффициентов q_r , т. е. характере базисных функций $f_r(i, j)$, со структурой плана наблюдений. Если для малых степеней можно было определить соответствующие условия, то для высоких степеней этого сделать не удавалось. Поэтому можно было просто получать характеристики неединственно определяемых составляющих факторов малой степени, но невозможно было гарантировать линейную независимость произвольных высоких степеней. Между тем интуитивно было понятно, что неединственность в определении низких степеней факторов вызвана структурой рассматриваемой модели, любая другая неединственность обусловлена планом Q . Это привело к понятию *допустимого плана наблюдений*.

Впервые понятие допустимого плана наблюдений было сформулировано в работе [34]. Там же приводились примеры различных планов наблюдений с анализом их допустимости в случае простейшей трехфакторной модели, использованной при построении рис. 3.9. Однако приведенное в работе определение было связано с рассмотрением конкретных систем линейных уравнений. Поэтому имеет смысл расширить соответствующее определение, распространив его на различные линейные факторные модели и планы наблюдений.



• План наблюдений называется *допустимым*, если его структура позволяет единственным образом определить полный набор значений q_r , необходимый для определения неизвестных коэффициентов d_s^p , исключая коэффициенты при $s < S^*$, которые определяются неединственно для любого Q .

Очевидно, что для допустимого плана Q общее число наблюдений должно равняться или превышать общее значение факторов, т. е.

$$N \geq \sum_{p=1}^P N_p .$$

Поэтому план наблюдений (см. рис. 3.9) заведомо является недопустимым.

На рис. Г3, а (см. графическое приложение) красными точками показан план наблюдений, который является допустимым для данной модели. Он содержит 12 наблюдений и 12 значений неизвестных факторов, а его структура обеспечивает необходимый набор значений q_r .

При рассмотрении структуры плана Q будем пользоваться понятием индекса наблюдения, обозначаемого $\rho(i, j)$. Он равен числу столбцов, добавляющихся в матрицу \mathbf{X}_d (или \mathbf{X}_q) при добавлении точки (i, j) к Q . Очевидно, что $\rho(i, j)$ принимает целочисленные значения и не зависит от формы представления матриц $\mathbf{X}_d, \mathbf{X}_q$. Это связано с неизменностью размерности вектора θ_d при любом из двух представлений.

Индекс наблюдения определяет достаточно важное свойство Q , которое формулируется следующим образом.

Утверждение 3.2. Добавление наблюдения с индексом $\rho(i, j) \leq 1$ не изменяет допустимости плана наблюдений.

Доказательство утверждения проведем, основываясь на представлениях матрицы \mathbf{X}_d , использующих степенные функции. Такие же построения можно привести и для матриц \mathbf{X}_q , которые даже упрощаются в некоторых частных случаях моделей (3.24). Для общего случая будем полагать, что $\varphi_p(c_3^p i + c_4^p j) = 1$ при $i = j = 0$. Теперь, добавим к



допустимому плану Q наблюдение (i^*, j^*) с $\rho(i^*, j^*) = k$. Тогда для $Q^* = Q + (i^*, j^*)$ вектор \mathbf{z} увеличится на одно значение, а матрица \mathbf{X}_d расширится на одну строку и k столбцов. В силу того что структура Q не зависит от выбора начала координат (см. разд. 3.5.1), положим $i^* = 0, j^* = 0$, т. е. совместим начало координат с точкой (i^*, j^*) . В этом случае новая строка матрицы \mathbf{X}_d будет иметь k единиц, соответствующих коэффициентам при нулевых степенях разложения (3.39), а все остальные значения строки равны нулю. Следовательно, новую матрицу можно представить в форме

$$\mathbf{X}_d^* = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_d \mathbf{b}_1^T & \mathbf{b}_2^T & \dots & \mathbf{b}_k^T \\ \mathbf{O} & 1 & 1 & \dots & 1 \end{Bmatrix}$$

и ее несложно преобразовать к виду

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{X}_d^* = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_d \mathbf{O}^T & \mathbf{g}_2^T & \dots & \mathbf{g}_k^T \\ \mathbf{O} & 1 & 0 & \dots & 0 \end{Bmatrix}.$$

Здесь \mathbf{O} – вектор-строка, состоящая из одних нулей, а $\mathbf{b}_i, \mathbf{g}_i$ – некоторые вектор-строки, отличные от \mathbf{O} ; \mathbf{P} – матрица преобразования, не изменяющего ранг \mathbf{X}_d . Отсюда получаем, что $\text{rank } \mathbf{X}_d^*$ может превосходить $\text{rank } \mathbf{X}_d$ не более чем на единицу, т. е. равенство

$$\text{rank } \mathbf{X}_d^* = \text{rank } \mathbf{X}_d + \rho(i^*, j^*) \quad (3.39)$$

выполнено только при $\rho(i^*, j^*) \leq 1$. И только в этом случае может быть обеспечено отсутствие дополнительных линейных зависимостей между столбцами матрицы \mathbf{X}_d^* .

Фактически доказанное свойство эквивалентно тому, что ранги матриц $\mathbf{X}_d, \mathbf{X}_q$ (или их МНК аналогов $\mathbf{A}_d, \mathbf{A}_q$) либо остаются неизменными, либо увеличиваются на единицу в зависимости от того, $\rho(i, j) = 0$ или $\rho(i, j) \geq 1$. Но при $\rho(i, j) = 1$ имеется согласование между увеличением размерности матриц и их рангом, а при $\rho(i, j) > 1$



размерность матриц увеличивается больше, чем ранг, т. е. возрастает дефект матриц, свидетельствующий о появлении дополнительных линейных зависимостей.

Учитывая совпадение рангов матриц \mathbf{X}_d и $\mathbf{A}_d = \mathbf{X}_d^T \mathbf{X}_d$, а также то, что размерность нуль-многообразия матрицы \mathbf{A}_d равна разности ее размерности и ранга, получаем следующий вывод. Размерность и, следовательно, структура нуль-многообразия при оценивании линейных факторов не меняются при добавлении к Q наблюдения с $\rho(i, j) \leq 1$.

Из утверждения 3.2 получается одно важное для практических целей следствие. Оно состоит в следующем. Если в Q можно выделить минимально допустимый план, а все остальные наблюдения имеют $\rho(i, j) \leq 1$, то весь план Q будет допустимым.

Таким образом, при рассмотрении фиксированной факторной модели можно определить минимально допустимый план и на нем провести требуемые исследования структуры неединственно определяемых составляющих факторов и условий, которые позволяют обеспечить их единственность. Затем результаты исследований могут быть перенесены на все допустимые планы. Из приведенных результатов также следует, что допустимость плана, по сути, свидетельствует о плотности и достаточном объеме наблюдений, входящих в него, а его структура соответствует факторам рассматриваемой модели.

План наблюдений, выделенный на рис. ГЗ, *a* (см. графическое приложение) красными точками, является минимально допустимым для соответствующей модели. При этом, не меняя допустимости плана, к нему могут быть добавлены многие наблюдения, в частности те, что показаны на этом рисунке в виде зеленых узлов. Если эти наблюдения будут добавляться в порядке z_{11} , z_{34} , z_{43} , то их индексы будут соответственно равны: $\rho(1,1) = 1$, $\rho(3,4) = 1$, $\rho(4,3) = 0$.

Несложно понять, что минимально допустимый план может быть определен не единственным образом. Кроме того, при изменении факторной модели он, как правило, будет меняться. Так, на рис. ГЗ, *b* (см. графическое приложение) красными точками представлен соответствующий план для модели (3.28). При этом добавление к нему наблюдения z_{11} (черный узел) меняет его допустимость, так как



$\rho(1,1) = 2$, а добавление наблюдения z_{54} с индексом $\rho(5,4) = 0$ его допустимости не меняет. К чему могут приводить наблюдения с индексом больше 1, которые могут присутствовать в планах Q с большим числом узлов, будет показано в следующем разделе.

Важной характеристикой плана Q , на котором выполняется определение значений факторов в присутствии помех ε , является следующее.

- Отношение общего числа наблюдений к суммарному числу значений всех факторов называется *избыточностью наблюдений* Q .

Такое отношение представимо как $R_Q = N / \left(\sum_{p=1}^P N_p \right)$. Очевидно, что

для минимально допустимого плана R_Q равно или близко к единице.

3.5.3. Алгоритм определения векторов нуль-многообразия

Работа с различными факторными моделями, а также необходимость использования сложных планов наблюдений, относящихся к реальным экспериментам, потребовали разработки такого алгоритма. Он позволил существенно упростить анализ допустимости планов наблюдений и структуры неединственно определяемых составляющих факторов (на первых этапах приходилось фактически вручную вычислять значения определителей соответствующих матриц). Кроме того, он сыграл важную роль в решении вопроса о формировании и введении априорной информации, который до настоящего времени остается актуальным в моделях регрессионного типа [206, 296].

К времени разработки данного алгоритма в существующей математической литературе не удалось найти подобного алгоритма, позволяющего выполнять эффективное прямое построение векторов нуль-многообразия матрицы A для произвольной системы линейных уравнений. Обычно анализ нуль-многообразия ограничивался исследованием сингулярных значений, которые не дают полной информации о структуре соответствующих векторов. Как следствие, пришлось разрабатывать соответствующий алгоритм как составную часть общего решения проблемы эффективного использования априорной информации (см. разд. 4.2). В разработке алгоритма большую помощь оказал



В.А. Середа, а первые результаты его опробования были представлены в работах автора настоящей монографии совместно с Н. Рачковской [217, 254].

В основе алгоритма лежит одно из возможных сингулярных разложений матрицы \mathbf{X} , так называемое RQ -разложение [77]. Известно, что любая прямоугольная матрица путем ортогональных преобразований может быть представлена в виде верхне- или нижнетреугольной матрицы. Поэтому для матрицы \mathbf{X} исходной системы (3.18), имеющей размерность $(N \times P)$, справедливым является следующее равенство:

$$\mathbf{QXT} = \mathbf{L}, \quad (3.40)$$

где \mathbf{L} – нижнетреугольная матрица размерности $(N \times P)$, а \mathbf{Q} и \mathbf{T} – соответствующие ортогональные матрицы перестановок строк и вращений размерностей $(N \times N)$ и $(P \times P)$. При этом вектор-столбцы матрицы \mathbf{L} имеют следующий вид:

$$\mathbf{l}_j = \{0, \dots, 0, l_{jj}, l_{(j+1)j}, \dots, l_{rj}, 0, \dots, 0\}^T,$$

где векторы $\mathbf{l}_j \equiv \mathbf{0}$ при $j > r$ и $r = \text{rank } \mathbf{X}$.

Теперь рассмотрим левую часть равенства (3.40). Ее можно представить как воздействие оператора \mathbf{QX} на вектор-столбцы матрицы \mathbf{T} . При этом результат данного воздействия (с точностью до перестановки строк) эквивалентен воздействию оператора \mathbf{X} . Тогда согласно структуре матрицы \mathbf{L} , начиная с $j > r$, для вектор-столбцов \mathbf{t}_j матрицы \mathbf{T} имеем равенства

$$\mathbf{QXt}_j = \mathbf{0}.$$

Следовательно, эти векторы принадлежат нуль-многообразию матрицы \mathbf{X} . Далее, учитывая линейную независимость столбцов матрицы \mathbf{T} , получаем, что полная совокупность векторов \mathbf{t}_j для $j = r + 1, \dots, P$ образует базис данного подпространства.

Таким образом, для полного описания векторов нуль-многообразия произвольной прямоугольной матрицы \mathbf{X} достаточно осуществить построение матриц \mathbf{T} и \mathbf{L} . При таких построениях полезно использо-



вать определение матрицы \mathbf{T} как полной матрицы вращений. Такая матрица может быть получена как результат перемножения элементарных матриц вращения. Последние могут быть построены различным способом. По нашему мнению, наилучшим в вычислительном отношении является определение элементарной матрицы вращений в виде [131]

$$\mathbf{T}^{(i,j)} = \left\{ \begin{array}{ccccccc} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & c & & s & & \\ & & & 1 & & & \\ & & & & 1 & & \\ & -s & & & c & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & 1 \end{array} \right\}.$$

Видно, что на диагонали данной матрицы стоят единицы, кроме элементов с индексами ii и jj , которые равны c . Все остальные элементы матрицы, кроме элементов $t_{ij} = s$ и $t_{ji} = -s$, равны нулю. При этом должно быть выполнено равенство $c^2 + s^2 = 1$.

После построения матриц \mathbf{T} и \mathbf{L} на основе анализа диагональных элементов матрицы \mathbf{L} отбираются все столбцы матрицы \mathbf{T} , которые отвечают нулевым диагональным элементам. Таким образом, формируется базис нуль-многообразия матрицы \mathbf{X} . Он полностью характеризует структуру данного подпространства решения и позволяет определить составляющие рассматриваемой модели, которые не могут быть найдены единственным образом. Именно по отношению к данным векторам и необходимо рассматривать вопрос об использовании априорной информации.

Рассмотрим несколько примеров использования данного алгоритма для определения неоднозначных составляющих факторов. Они относятся к модели коррекции временных статических поправок [98], которые можно считать наиболее классическими факторными моделями в сейсморазведке (см. разд 3.4.3). Построение и анализ структуры неединственно определяемых составляющих модели (3.28) посредством



определения векторов нуль-многообразия матрицы \mathbf{X} позволяют достаточно просто получить известные результаты. Это демонстрирует численный эксперимент, результаты которого представлены на рис. 3.10.

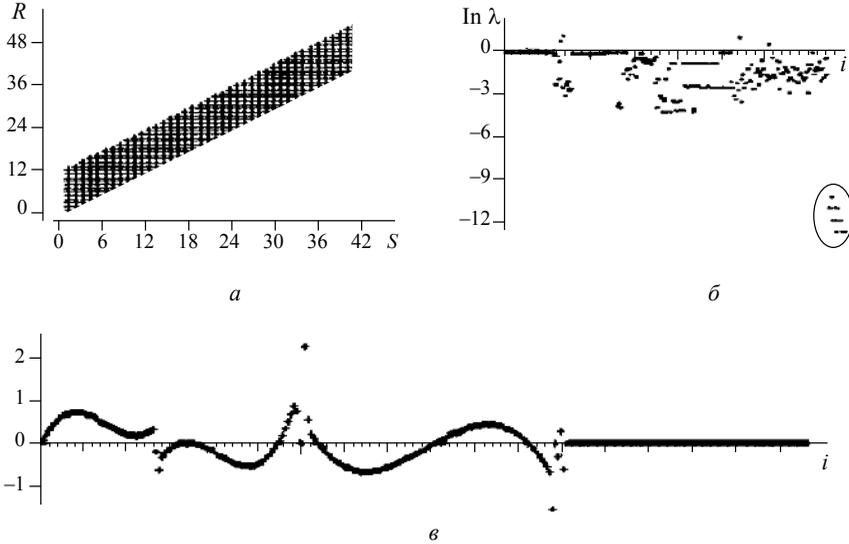


Рис. 3.10. Анализ структуры векторов нуль-многообразия для регулярной системы наблюдений (а) с определением значений логарифмов сингулярных чисел (б) и нормированных значений векторов нуль-многообразия (в)

Здесь моделировалась многократная система наблюдений, изображенная на рис. 3.10, а. Она содержит 40 источников по 12 приемников на каждый источник, т. е. соответствует плану $Q^\diamond(40,12)$. При этом шаг приемников совпадает с шагом источников. Таким образом, общее число наблюдений в плане равняется 480, а число неизвестных параметров составляет 271, из них 40 относятся к фактору источника, 51 – к фактору приема, 90 – к вариациям времен прихода для общих центральных точек и 90 – к вариациям скорости для этих же точек, т. е. факторам c_{i+j}^0 и c_{i+j}^2 .

Численное построение и анализ сингулярных чисел (рис. 3.10, б), выполненные для соответствующей матрицы \mathbf{X} , показывают, что размерность нуль-многообразия в данном случае равна 13. При этом



численные значения сингулярных чисел, которые отвечают векторам нуль-многообразия, хорошо отделяются от других чисел (на рисунке область этих чисел обведена серым цветом). Согласно полученным результатам их значения на 10 и более порядков меньше, чем у других сингулярных чисел. Это совпадает с классическим результатом работы [290].

В то же время использование предложенного алгоритма определения векторов нуль-многообразия дает существенную дополнительную информацию. Так, из структуры этих векторов (рис. 3.10, в) сразу следует вывод о двух типах неоднозначности, которая может появляться в задачах коррекции статики. Первый тип связан с внутренним взаимодействием между факторами модели. Он имеет хорошо выраженную полиномиальную структуру. Второй тип определяется особенностями системы наблюдений, т. е. структурой плана $Q^\diamond(40,12)$. Этот тип неоднозначности вызван краевыми областями системы наблюдений, где имеются наблюдения с $\rho(i, j) > 1$. Он проявляется в векторах нуль-многообразия как высокочастотная компонента.

О возможном влиянии структуры наблюдений на единственность решения системы линейных уравнений указывалось ранее (см. разд 3.5.2), а впервые на этот аспект было обращено внимание в совместной работе автора настоящей монографии с С.В. Гольдиным [34]. Но только разработка предлагаемого алгоритма позволила наиболее полно рассмотреть данную проблему и предложить способы ее решения. В частности, просто показать, что для регулярных и плотных систем наблюдений второй тип неоднозначности элементарно устраняется путем усечения краевых частей системы наблюдения и переходом к плану $Q^6(40,12,-6)$ (рис. 3.11, а). При этом число векторов нуль-многообразия существенно сокращается до пяти, и они представляют собой полиномы третьей степени по параметрам источников, приемников и ОЦТ, а также нулевой степени по параметру вариаций скорости. Аналогичный результат был получен при использовании аппроксимационного подхода для анализа структуры неединственно определяемых составляющих модели коррекции статики [272].

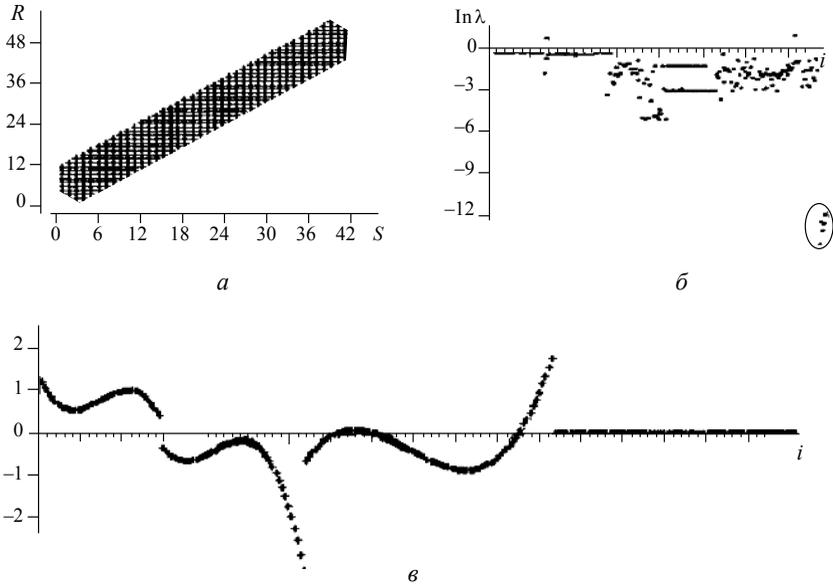


Рис. 3.11. Анализ структуры векторов нуль-многообразия для усеченной на краях регулярной системы наблюдений (а) с определением значений логарифмов сингулярных чисел (б) и нормированных значений векторов нуль-многообразия (в)

Более интересный результат по влиянию структуры системы наблюдений на структуру неединственно определяемых составляющих параметров модели иллюстрируют результаты, представленные на рис. 3.12. Здесь рассматривается нерегулярная система наблюдений, имеющая пропуск четырех источников в центральной части. Такой план наблюдений приводит к увеличению сингулярных чисел, отвечающих векторам нуль-многообразия, до девяти значений (рис. 3.12, б). Также изменилась и структура векторов нуль-многообразия для части параметров модели. Как следует из рис. 3.12, в, в данном случае значительно усложняется структура векторов нуль-многообразия по параметрам источников и ОЦТ. Такое усложнение связано с влиянием, которое оказывает данное нарушение в регулярности системы наблюдений. Его можно интерпретировать как переход к двум планам наблюдений, имеющим частичную связь на



уровне приемников и параметров c_{i+j}^2 . В результате повышается неоднозначность в определении параметров источников и ОЦТ, что требует дополнительной априорной информации, устраняющей такой тип неоднозначности.

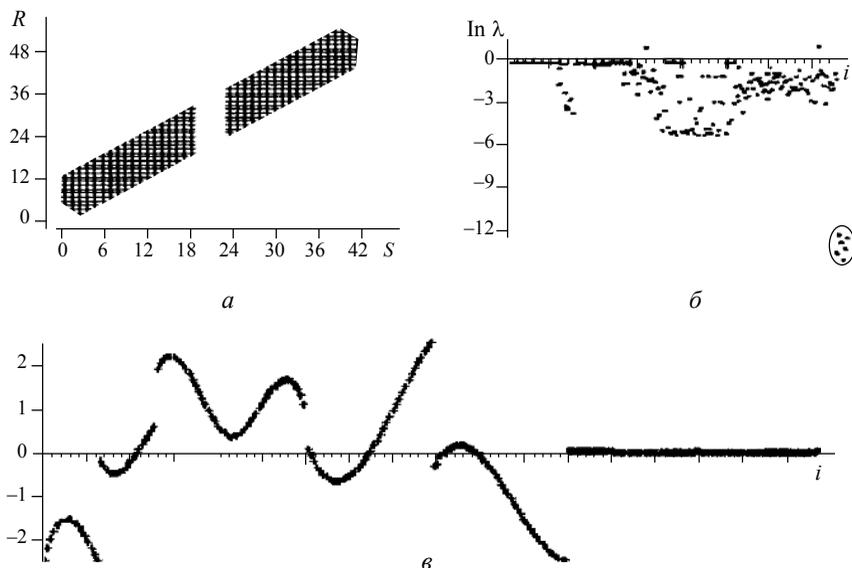


Рис. 3.12. Анализ структуры векторов нуль-многообразия для системы наблюдений с нарушенной регулярной структурой (а) с определением значений логарифмов сингулярных чисел (б) и нормированных значений векторов нуль-многообразия (в)

Появление дополнительной неоднозначности за счет нарушения регулярности может быть объяснено недостаточным взаимодействием наблюдений в этой части профиля, что проявляется при решении соответствующей системы. На интуитивном уровне такой тип неоднозначности понятен. Однако только анализ структуры векторов нуль-многообразия дает возможность определить вид и объем требуемой дополнительной информации. При этом по параметрам приемников и скоростных вариаций взаимодействие наблюдений для данной системы оказывается вполне достаточным, что не нарушает структуры соответствующих составляющих векторов нуль-многообразия.



Подобные усложнения структуры нуль-многообразия необходимо иметь в виду при рассмотрении многих вопросов обработки и интерпретации данных, полученных в реальном эксперименте, когда могут происходить подобные нарушения регулярности систем наблюдения (к примеру, при пересечении русла рек). В этом случае требуется проведение специального исследования с целью уточнения структуры векторов нуль-многообразия. Такие исследования важны для формирования априорной информации, необходимой для однозначного определения оценок целевых факторов. Они также могут играть существенную роль при обработке и выделении обменных волн, когда возникают ситуации нарушения регулярности системы наблюдений в силу несимметричности их годографов. Подобные ситуации могут появляться при трансформации наблюдений в случае решения обратной задачи для локальных объектов среды.

3.6. Процесс последовательного уточнения оценок факторов

3.6.1. Матричная форма процесса

Эта форма процесса применялась на ранних этапах развития методов определения параметров факторных моделей и использовалась наряду с другими итерационными методами, которые являлись классическими численными схемами. Более того, пока не удалось понять природу неоднозначно определяемых составляющих (см. разд. 4.1), он являлся одним из немногих инструментов, позволяющих получать оценки факторов при обработке больших совокупностей реальных наблюдений. Сам по себе рассматриваемый процесс привлекает внимание по двум причинам. Во-первых, он служит примером того, как эвристические по своей сути алгоритмы могут приводить вполне к обоснованному решению задачи, которое соответствует строгому математическому уравнению. Во-вторых, на его основе можно продемонстрировать, каким образом неформализованные процедурные построения могут быть представлены в математической форме, дающей возможность проводить требуемые исследования.

Интересным представляется происхождение процесса. Его появление было связано с вопросами разделения волн [38] и предшествовало



задачам коррекции временных статических поправок. Алгоритмически процесс построен следующим образом. На сейсмограмме, т.е. двумерной дискретной решетке, выбирается некоторое направление. Оно обычно отвечает предполагаемому годографу некоторой волны. Вдоль выбранного направления осуществляется суммирование полученных значений сейсмограммы. В результате получается оценка формы сигнала, отвечающего заданной волне. Этот сигнал вычитается из значений сейсмограммы, после чего переходят к аналогичному определению формы сигнала другой волны уже по значениям разностной сейсмограммы. Проведя такую операцию столько раз, сколько волн требуется разделить, заканчивают первую итерацию. Затем возвращаются к оцениванию формы сигнала первой волны, вычитая предварительно из исходных наблюдений полученные оценки форм сигналов остальных волн. Далее определяют оценку формы сигнала второй волны с учетом новой оценки формы первого сигнала и оценок других форм сигналов, полученных на предыдущей итерации. Так продолжается до конца второй итерации. Затем следует третья, уточняющая, итерация. Обычно число таких итераций невелико.

Процесс давал хорошие результаты при точном задании годографов разделяемых волн. При неточных годографах приходилось выполнять перебор по различным годографам, использовать разные критерии, позволяющие фиксировать наиболее вероятные направления суммирования, которые отвечают истинным годографам. Это утяжеляло весь процесс, понижало его эффективность и было связано с проблемами интерпретации реальных данных. Нужно учесть, что тогда еще не было $\tau - p$ -преобразования, идея которого была предложена значительно позже [168]. К возможному совмещению этого преобразования с рассматриваемым процессом вернемся в конце разд. 3.6.3.

Задачи коррекции статики оказались более подходящими для процесса последовательного уточнения, так как здесь имеется строгая определенность задания направлений для разделяемых факторов. Поэтому при построении требуемых решений активно использовался рассматриваемый итерационный процесс [107, 138].

Для исследования процесса придадим ему матричную форму [89]. Начнем с моделей (3.24) при $\varphi_p \equiv 1$, которые наиболее близки к моделям разделения плоских волн. Введем следующие блочные матрицы:



$$\mathbf{E}_p = \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbf{O} \dots \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \dots \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{O} \dots \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \dots \mathbf{O} \\ \mathbf{O} \dots \mathbf{O} & (\mathbf{X}_p^T \mathbf{X}_p)^{-1} \mathbf{O} \dots \mathbf{O} & \\ \mathbf{O} \dots \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \dots \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{O} \dots \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \dots \mathbf{O} \end{array} \right\} \leftarrow p \tag{3.41}$$

↑ p

и

$$\mathbf{R}_{f \dots d}^p = \left\{ \begin{array}{cccc} \mathbf{O} \dots \mathbf{O} & \mathbf{O} & \dots & \mathbf{O} & \mathbf{O} \dots \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \mathbf{O} \dots \mathbf{O} & \mathbf{O} & \dots & \mathbf{O} & \mathbf{O} \dots \mathbf{O} \\ \mathbf{O} \dots \mathbf{O} & \mathbf{X}_p^T \mathbf{X}_f & \dots & \mathbf{X}_p^T \mathbf{X}_d & \mathbf{O} \dots \mathbf{O} \\ \mathbf{O} \dots \mathbf{O} & \mathbf{O} & \dots & \mathbf{O} & \mathbf{O} \dots \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \mathbf{O} \dots \mathbf{O} & \mathbf{O} & \dots & \mathbf{O} & \mathbf{O} \dots \mathbf{O} \end{array} \right\} \leftarrow p, \tag{3.42}$$

↑ f ↑ d

где $\mathbf{X}_p^T \mathbf{X}_k$ являются блоками матрицы \mathbf{A} (3.32), а \mathbf{O} являются подматрицами соответствующих размерностей, состоящие из одних нулей.

Рассмотрим, каким операциям отвечают введенные матрицы. Учитывая, что элементы вектора $\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{X}^T \mathbf{z}$ (3.21) для рассматриваемых моделей соответствуют суммам наблюдений, в которые входит определенное значение фиксированного линейного фактора, получаем следующее. Произведение $\mathbf{E}_p \hat{\mathbf{z}}$ задает средние арифметические по



наблюдениям, принадлежащим планам $Q_p^{(k)}$, которые являются под-планами плана Q и содержат наблюдения, отвечающие k -му значению фактора γ_p . Произведение $\mathbf{R}_{f\dots d}^p \boldsymbol{\theta}$ задает вектор, у которого только элементы, отвечающие значениям фактора γ_p , отличны от нуля и равны суммам значений факторов $\gamma_f, \dots, \gamma_d$, входящим в наблюдения плана $Q_p^{(k)}$.

Тогда процесс последовательного уточнения можно представить в следующей матричной форме:

$$\boldsymbol{\theta}^{(l)} = \mathbf{T} \boldsymbol{\theta}^{(l-1)} + \mathbf{B} \hat{\mathbf{z}}, \quad (3.43)$$

где

$$\mathbf{B} = \mathbf{E}_p + \sum_{j=1}^{P-1} \mathbf{C}_j^P \mathbf{E}_j, \quad \mathbf{T} = - \sum_{j=1}^{P-1} \mathbf{C}_j^P \mathbf{E}_j \mathbf{R}_{j+1\dots P}^j$$

$$\text{и } \mathbf{C}_j^P = \prod_{i=P}^{j+1} (\mathbf{I}_{i-1} - \mathbf{E}_i \mathbf{R}_{1\dots i-1}^i).$$

Здесь $\boldsymbol{\theta}^{(l)}$ – вектор оценок факторов, полученный на l -й уточняющей итерации; \mathbf{I}_k – единичная матрица для k -го фактора. Данное представление основано на выражении

$$\boldsymbol{\theta}_p^{(l)} = \mathbf{E}_p \left[\hat{\mathbf{z}}_p - \mathbf{R}_{p+1\dots P}^p \boldsymbol{\theta}^{(l-1)} - \mathbf{R}_{1\dots p-1}^p \boldsymbol{\theta}_{1\dots p-1}^{(l)} \right], \quad (3.44)$$

реализующем в матричной форме процедуру оценивания значений фактора γ_p на l -й итерации процесса [89], где

$$\boldsymbol{\theta}_{k\dots n}^{(l)} = \{0, \dots, 0, \boldsymbol{\theta}_k^{(l)}, \dots, \boldsymbol{\theta}_n^{(l)}, 0, \dots, 0\}^T,$$

а $\boldsymbol{\theta}_k^{(l)}$ – вектор-строка оценок значений фактора γ_p , полученного на l -й уточняющей итерации, и

$$\hat{\mathbf{z}}_{k\dots n} = \{0, \dots, 0, \hat{\mathbf{z}}_k, \dots, \hat{\mathbf{z}}_n, 0, \dots, 0\}^T$$



представляет часть вектора $\widehat{\mathbf{z}}$ в форме вектор-строк, которая отвечает факторам $\gamma_k, \dots, \gamma_n$.

Несложно показать, что выражение (3.44) остается справедливым и для общего случая моделей (3.24). Это связано с тем, что часть уравнений системы (3.21), которые относятся к фактору $\gamma_p (c_1^p i + c_2^p j)$, представляются равенствами

$$\begin{aligned} & \sum_{(i,j) \in Q_p^{(k)}} \gamma_p (c_1^p i + c_2^p j) \varphi_p^2 (c_3^p i + c_4^p j) z_{ij} = \\ & = \sum_{(i,j) \in Q_p^{(k)}} \left[z_{ij} - \sum_{s=1}^{p-1} \gamma_s (c_1^s i + c_2^s j) \varphi_s (c_3^s i + c_4^s j) \varphi_p (c_3^p i + c_4^p j) - \right. \\ & \quad \left. - \sum_{s=p+1}^P \gamma_s (c_1^s i + c_2^s j) \varphi_s (c_3^s i + c_4^s j) \varphi_p (c_3^p i + c_4^p j) \right], \end{aligned}$$

или в эквивалентной матричной форме

$$\mathbf{X}_p^T \mathbf{X}_p \boldsymbol{\theta}_p = \widehat{\mathbf{z}}_p - \sum_{s=1}^{p-1} \mathbf{X}_p^T \mathbf{X}_s \boldsymbol{\theta}_s - \sum_{s=p+1}^P \mathbf{X}_p^T \mathbf{X}_s \boldsymbol{\theta}_s.$$

Отсюда сразу следует выражение (3.44). Таким образом, для общего случая моделей (3.24) также может быть построена матричная форма процесса последовательного уточнения, совпадающая с представлением (3.43). Поэтому результаты дальнейшего анализа свойств рассматриваемого процесса будут справедливы для всех случаев моделей (3.24).

3.6.2. Связь с процессом верхней релаксации

Процесс относится к распространенным итерационным методам решения систем линейных уравнений. Свойства этого процесса хорошо изучены в работах [84, 85]. Процесс определяется выражением

$$(\eta^{-1} \mathbf{D} - \mathbf{F}) [\boldsymbol{\theta}^{(l+1)} - \boldsymbol{\theta}^{(l)}] = -\mathbf{A} \boldsymbol{\theta}^{(l)} + \widehat{\mathbf{z}}, \quad (3.45)$$



где $\mathbf{A} = \mathbf{D} - \mathbf{F} - \mathbf{F}^T$; \mathbf{D} – представляет собой блочно-диагональную матрицу, а \mathbf{F} – является строго нижнетреугольной матрицей. В случае $\eta=1$ настоящий процесс называется блочным методом Гаусса–Зейделя. Для системы (3.21) имеем

$$\mathbf{D} = \left\{ \begin{array}{cccc} \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1 & \mathbf{O} & \mathbf{O} \dots & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2 & \mathbf{O} \dots & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{X}_3^T \mathbf{X}_3 & \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \dots & \mathbf{X}_p^T \mathbf{X}_p \end{array} \right\},$$

$$\mathbf{F} = - \left\{ \begin{array}{cccc} \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{O} \dots & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1 & \mathbf{O} & \mathbf{O} \dots & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1 & \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1 & \mathbf{O} \dots & \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1 & \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1 & \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1 \dots & \mathbf{X}_p^T \mathbf{X}_p & \mathbf{O} \end{array} \right\}.$$

Докажем справедливость следующего утверждения.

Утверждение 3.3. Процесс последовательного уточнения оценок линейных факторов является процессом верхней релаксации с параметром $\eta=1$.

Положив $\eta=1$ и воспользовавшись указанным представлением матрицы \mathbf{A} , перепишем выражение (3.45) в виде

$$\mathbf{D}\boldsymbol{\theta}^{(l+1)} = \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{F}^T \boldsymbol{\theta}^{(l)} + \mathbf{F}\boldsymbol{\theta}^{(l+1)}. \quad (3.46)$$

Затем определим матрицу \mathbf{E}_p^{-1} , получаемую путем замены в \mathbf{E}_p блока $(\mathbf{X}_p^T \mathbf{X}_p)^{-1}$ на $\mathbf{X}_p^T \mathbf{X}_p$. Учитывая, каким операциям отвечают матрицы \mathbf{E}_p^{-1} и $\mathbf{R}_{f\dots d}^p$ (см. разд. 3.6.1), представим вектор $\mathbf{D}\boldsymbol{\theta}^{(l+1)}$ как сумму



векторов $\mathbf{E}_p^{-1}\boldsymbol{\theta}_p^{(l+1)}$ и воспользуемся равенством (3.44). В результате получаем

$$\mathbf{D}\boldsymbol{\theta}^{(l+1)} = \sum_{p=1}^P \mathbf{E}_p^{-1}\boldsymbol{\theta}_p^{(l+1)} = \sum_{p=1}^P \left[\hat{\mathbf{z}}_p - \mathbf{R}_{p+1\dots P}^p \boldsymbol{\theta}^{(l-1)} - \mathbf{R}_{1\dots p-1}^p \boldsymbol{\theta}_{1\dots p-1}^{(l)} \right].$$

Отсюда, положив $\mathbf{R}_{P+1\dots P}^P \equiv \mathbf{O}$, $\mathbf{R}_{1\dots 0}^1 \equiv \mathbf{O}$, приходим к равенству (3.46). Таким образом, оба процесса совпадают.

Удобство процесса последовательного уточнения по сравнению с процессом верхней релаксации, имеющим произвольные η , заключалось в его алгоритмической простоте и отсутствии необходимости работы с большими блочными матрицами. Это обеспечивало его простую реализацию на компьютерах низкого уровня, что было особенно существенно при обработке реальных данных, обладающих значительными объемами.

Ниже будет показано, что выбор оптимального значения параметра η значительно увеличивает скорость сходимости процесса. Это существенно при построении оценок факторов для протяженных планов наблюдений, к которым относятся реальные сейсмические профили. Тогда целесообразно переходить к процессу верхней релаксации. Но при таком переходе имеет смысл воспользоваться блочной структурой матрицы \mathbf{A} (3.32) и построить выражение для матрицы \mathbf{B}_η , которая связана с выражением (3.45) и соответствует процессу последовательного уточнения

$$\mathbf{B}_\eta = \left(\frac{1}{\eta} \mathbf{D} - \mathbf{F} \right)^{-1} = \left\{ \begin{array}{cccc} \mathbf{b}_{11}(\eta) & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \dots \mathbf{O} \\ \mathbf{b}_{21}(\eta) & \mathbf{b}_{22}(\eta) & \mathbf{O} & \dots \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{b}_{P1}(\eta) & \mathbf{b}_{P2}(\eta) & \mathbf{b}_{P3}(\eta) & \dots \mathbf{b}_{PP}(\eta) \end{array} \right\}, \quad (3.47)$$

где $\mathbf{b}_{kk}(\eta) = \eta (\mathbf{X}_k^T \mathbf{X}_k)^{-1}$, а остальные блоки определяются на основе рекуррентных формул [89] $\mathbf{b}_{kf}(\eta) = -\eta \sum_{s=f+1}^k \mathbf{b}_{ks}(\eta) \mathbf{X}_s^T \mathbf{X}_f (\mathbf{X}_f^T \mathbf{X}_f)^{-1}$.



При представлении матрицы \mathbf{A} в девятиклеточной форме выражения для матриц $\mathbf{b}_{21}(\eta)$, $\mathbf{b}_{31}(\eta)$, $\mathbf{b}_{32}(\eta)$ имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{21}(\eta) &= -\eta^2 (\mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2)^{-1} \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_1 (\mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1)^{-1}, \\ \mathbf{b}_{32}(\eta) &= -\eta^2 (\mathbf{X}_3^T \mathbf{X}_3)^{-1} \mathbf{X}_3^T \mathbf{X}_2 (\mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2)^{-1}, \\ \mathbf{b}_{31}(\eta) &= \eta^2 (\mathbf{X}_3^T \mathbf{X}_3)^{-1} \left[\eta \mathbf{X}_3^T \mathbf{X}_2 (\mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2)^{-1} \times \right. \\ &\quad \left. \times \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_3^T \mathbf{X}_1 \right] (\mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1)^{-1}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Если матрицы $(\mathbf{X}_k^T \mathbf{X}_k)^{-1}$ ($k = 1, 2, 3$) существуют, то построение матрицы \mathbf{B}_η не вызывает затруднения. Тогда в силу стационарности процесса [84] может быть построена матрица \mathbf{T}_η , определяемая равенством $\mathbf{T}_\eta = \mathbf{I} - \mathbf{B}_\eta \mathbf{A}$. Это позволяет реализовывать процесс верхней релаксации в матричной форме (3.43) процесса последовательного уточнения, что особенно удобно при обработке стандартных схем наблюдения. Тогда матрицы \mathbf{B}_η и \mathbf{T}_η могут быть подготовлены заранее.

3.6.3. Свойства процесса последовательного уточнения

Эти свойства в основном являются следствиями утверждения 3.3 и связаны со свойствами процесса верхней релаксации.

Известно, что матрица системы МНК $\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$ является положительно полуопределенной. Следовательно, из сходимости процесса верхней релаксации при $\eta \in (0, 2)$ для систем линейных уравнений, обладающих такими матрицами [84, с. 37], получаем

- **свойство 1.** Процесс последовательного уточнения независимо от числа линейных факторов и вида плана Q сходится к одному из решений системы МНК.

Теперь остановимся на виде решения, к которому сходится данный процесс. Согласно (3.43) и показанной выше возможности использова-



ния матриц $\mathbf{B}_\eta, \mathbf{T}_\eta$ при его формировании такое решение представим равенствами

$$\begin{aligned} \widehat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta}_\eta^{(\infty)} &= \mathbf{T}_\eta^\infty \boldsymbol{\theta}^{(0)} + \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{T}_\eta^i \mathbf{B}_\eta \widehat{\mathbf{z}} = \mathbf{T}_\eta^\infty \boldsymbol{\theta}^{(0)} + \\ &+ \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{T}_\eta^i \mathbf{B}_\eta \mathbf{A} \boldsymbol{\theta}^* = \mathbf{T}_\eta^\infty \boldsymbol{\theta}^{(0)} + (\mathbf{I} - \mathbf{T}_\eta^\infty) \boldsymbol{\theta}^*, \end{aligned} \quad (3.49)$$

так как $\mathbf{T}_\eta = \mathbf{I} - \mathbf{B}_\eta \mathbf{A}$. Здесь $\eta \in (0, 2)$, а \mathbf{T}_η^i – i -я степень матрицы \mathbf{T}_η , т. е. \mathbf{T}_η^∞ определяется бесконечным произведением таких матриц. $\boldsymbol{\theta}^*$ обозначает истинные значения параметров. Использование специального обозначения подчеркивает его исключительность, так как может быть получено много эквивалентных решений (см. разд. 4.1.1).

Обозначим через L_η линейное пространство, которому принадлежат $\boldsymbol{\theta}^*$ и $\widehat{\mathbf{z}}$. Очевидно, что $\widehat{\mathbf{z}} = \mathbf{X}^T \mathbf{z} \in L_\eta$. Представим L_η как сумму двух непересекающихся подпространств (многообразий): $\text{im}(\mathbf{B}_\eta \mathbf{A})$ и $\text{ker}(\mathbf{B}_\eta \mathbf{A})$.

Тогда $\boldsymbol{\theta}_\eta^{(\infty)}$ определяет истинные значения параметров $\boldsymbol{\theta}^*$ с точностью до векторов нуль-многообразия матрицы \mathbf{A} , так как справедливы равенства [84, с. 24]

$$\mathbf{T}_\eta^\infty E_n = \text{ker}(\mathbf{B}_\eta \mathbf{A}) = \text{ker}(\mathbf{A}). \quad (3.50)$$

Таким образом, при использовании рассматриваемого процесса получаем одно из эквивалентных решений системы МНК.

Далее, воспользовавшись равенством $\mathbf{T}_\eta^\infty \text{im}(\mathbf{B}_\eta \mathbf{A}) = \mathbf{0}$, где $\mathbf{0}$ – вектор-столбец, состоящий из нулей, имеем

- **свойство 2.** Если вектор начального приближения $\boldsymbol{\theta}^{(0)} \in \text{im}(\mathbf{B}_\eta \mathbf{A})$, то в вектор оценок факторов $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ не добавляются составляющие, принадлежащие $\text{ker}(\mathbf{A})$, а по остальным составляющим он совпадает с $\boldsymbol{\theta}^*$.



Отметим, что свойство 2 справедливо при условии, когда процесс последовательного уточнения выполнялся по наблюдениям, отвечающим допустимому плану Q .

Из свойства 2 следует практическое удобство выбора $\theta^{(0)} = \mathbf{0}$. Это позволяет без проведения дополнительных исследований получать решения, удовлетворяющие данному свойству. Как было показано выше, часто векторы $\ker(\mathbf{A})$ состоят из полиномиальных составляющих малой степени. Следовательно, они и должны устраняться из $\theta^{(0)}$.

Однако неортогональность подпространств $\text{im}(\mathbf{B}_\eta \mathbf{A})$ и $\ker(\mathbf{B}_\eta \mathbf{A})$ не позволяет на основании свойства 2 утверждать, что оценки $\hat{\theta}$ единственны и совпадают с θ^* по всем составляющим. В итерационном процессе согласно свойству 2 при $\theta^{(0)} = \mathbf{0}$ такие векторы будут просто перераспределяться между оценками факторов, что подтверждается проведенными численными экспериментами (см. разд. 3.6.4). Поэтому важным является следующее свойство, получаемое из равенств (3.49) и (3.50),

- **свойство 3.** Матрицы \mathbf{T}_η^∞ позволяют анализировать структуру $\ker(\mathbf{A})$ для произвольных планов Q и линейных факторных моделей.

Таким образом, процесс последовательного уточнения наряду с предложенным алгоритмом определения векторов нуль-многообразия (см. разд 3.5.3) обладает большей универсальностью при исследовании неоднозначно определяемых составляющих факторных моделей, чем подход с использованием полиномиальных разложений, который будет рассмотрен в разд. 4.1.2. Но каждый из способов обладает своими преимуществами и ограничениями. Так, уже отмечалось, что интерпретация результатов алгоритма определения векторов нуль-многообразия не всегда бывает простой. Использование же итерационного процесса иногда требует значительного времени и правильного выбора начального приближения. В то же время полиномиальные разложения дают возможность аналитических исследований не для всех классов функций. Поэтому правильным представляется то, что все три предложенных способа могут дополнять друг друга.

Простота процесса последовательного уточнения и его свойства позволяют указать еще на одно возможное приложение. Оно связано



с $\tau - p$ -преобразованием, позволяющим достаточно точно определять годографы (или направления) разделяемых волн, особенно для случая плоских волн, но у него имеются проблемы с точностью определения форм разделяемых сигналов при небольших базах и близких годографах. Поэтому рассматриваемый процесс может быть использован для уточнения форм разделяемых сигналов по полученным годографам волн. Численные эксперименты показывают, что при этом достаточным может оказаться небольшое число уточняющих итераций.

3.6.4. Пример двухфакторной модели

Рассмотрим элементарную двухфакторную модель коррекции статистики (3.23), содержащую факторы α_i, β_j . Она близка к классическим моделям дисперсионного анализа, а также наиболее изучена в геофизических приложениях. Кроме того, подобная модель с вычислительных позиций исследовалась в работе [84]. Поэтому имеется возможность сравнения результатов, получаемых посредством процесса последовательного уточнения, с ранее известными.

При проведении численных экспериментов использовались различные планы наблюдений. В качестве первого плана брался $Q_1 = Q^{\text{П}}(12)$, показанный на рис. 3.8, также были взяты планы $Q_2 = Q^6(12, 12, -6)$ и $Q_3 = Q^6(12, 6, -3)$. Несложно показать, что два «шестиугольника» вписываются в выбранный квадрат. Это позволяло совмещать оценки факторов, получаемые по наблюдениям, относящимся к различным планам. Такое совмещение давало возможность исследовать влияние структуры плана (вытянутость, изменение кратности) на характеристики процесса.

Для определения нормы вектора θ воспользуемся обычной формой, принятой для линейных векторных пространств:

$$\|\theta\|_2 = \left(\sum_k \theta_k^2 \right)^{1/2}, \quad (3.51)$$

где θ_k являются компонентами вектора. В нашем случае $\theta = \{\alpha_1, \dots, \alpha_{12}, \beta_1, \dots, \beta_{12}\}^T$, т. е. компонентами θ являются значения рассматриваемых факторов.



Теперь выполним процесс последовательного уточнения для определения оценок факторов, показанных на рис. 3.14, *а*. В качестве характеристики сходимости процесса будем использовать величину $\Delta\theta^{(p)} = \|\theta^{(p)} - \theta^{(p-1)}\|_2$. Ее стремление к нулю указывает на сходимость процесса, а быстрота уменьшения характеризует скорость сходимости. Значения этой величины, полученные для двух из рассматриваемых планов, представлены на рис. 3.13, *а*. Они демонстрируют, что скорость сходимости процесса может существенно зависеть от структуры плана наблюдений.

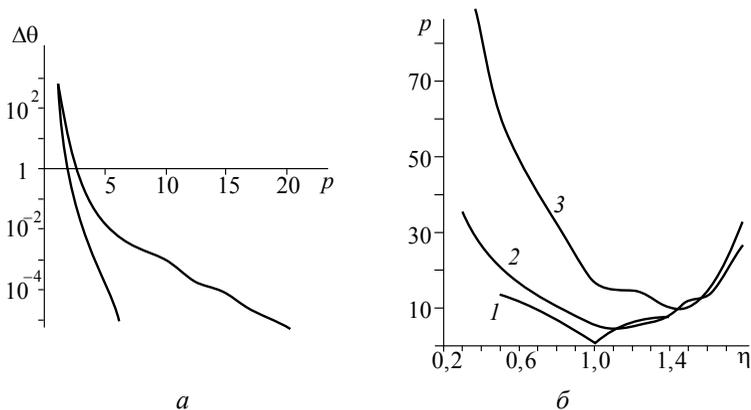


Рис. 3.13. Скорость сходимости процессов последовательного уточнения и верхней релаксации при двухфакторной модели и различных планах наблюдений:

а – значения $\Delta\theta^{(p)}$; *б* – число итераций, требуемое для выполнения условия $\Delta\theta^{(p)} < 10^{-4}$. Здесь обозначены результаты: 1 – для Q_1 ; 2 – для Q_2 и 3 – для Q_3

Уже отмечалось, что выбор значения параметра η в процессе верхней релаксации (3.45) позволяет увеличивать его скорость сходимости. Продемонстрируем это на рассматриваемой модели и планах наблюдений. Согласно результатам приводимой работы [84, с. 41] при двух группах значений факторов



$$\eta_{\text{опт}} = 2\left(1 + \sqrt{1 - \rho(\mathbf{G})}\right)^{-1},$$

где $\rho(\mathbf{G})$ является максимальным собственным значением матрицы

$$\mathbf{G} = \left(\mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2\right)^{-1} \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_1 \left(\mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1\right)^{-1} \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_2,$$

отличным от единицы. Когда оценивание факторов α_i, β_j выполняется на плане $Q^{\Pi}(n)$ произвольной размерности n , то матрица \mathbf{A} будет подобна (3.20) и представляется четырехклеточной формой

$$\mathbf{A} = \begin{Bmatrix} n\mathbf{I} & \mathbf{J} \\ \mathbf{J} & n\mathbf{I} \end{Bmatrix}, \quad (3.52)$$

где блоки \mathbf{I}, \mathbf{J} имеют размерность $(n \times n)$ и являются соответственно единичной матрицей и матрицей, состоящей из одних единиц. Тогда

$$\left(\mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1\right)^{-1} = \left(\mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2\right)^{-1} = (n\mathbf{I})^{-1} = n^{-1}\mathbf{I}, \quad \mathbf{G} = n^{-1}\mathbf{J}.$$

Отсюда на основе равенств

$$\det(\lambda\mathbf{I} - k\mathbf{J}) = \lambda^n - nk\lambda^{n-1} = \lambda^{n-1}(\lambda - nk), \quad (3.53)$$

следующих из свойств определителей [82], что $k = n^{-1}$, получаем $\rho(\mathbf{G}) = 0$. Следовательно, в данном случае $\eta_{\text{опт}} = 1$. Таким образом, здесь процесс последовательного уточнения будет оптимален по скорости сходимости, что подтверждается результатами, представленными на рис. 3.13, б.

Рассмотрим, что произойдет, когда план наблюдений не совпадает с планом «квадрат». Отбросив в таком плане одно угловое наблюдение, например левое, как показано на рис. Г3, а (см. графическое приложение), и применяя его к соответствующему характеристическому уравнению (3.53), получаем $\rho(\mathbf{G}) = n^{-2}$. Следовательно,

$\eta_{\text{опт}} = 2n\left(n + \sqrt{n^2 - 1}\right)^{-1}$ и при $n = 2$ $\eta_{\text{опт}} = 1,07$. Таким образом, даже небольшое отличие Q от «квадрата» приведет к неоптимальности процесса последовательного уточнения по его скорости сходимости.



Переход к более усеченным планам – «шестиугольникам» усиливает это отличие, о чем свидетельствуют результаты, представленные на рис. 3.13, б. Здесь наблюдается следующая закономерность: чем более усеченным по отношению к «квадрату» и вытянутым в соотношении длины профиля к кратности ОЦТ является используемый план, тем существеннее значение $\eta_{\text{опт}}$ превышает единицу.

Продемонстрируем возможность применения процесса последовательного уточнения для анализа структуры нуль-многообразия матрицы \mathbf{A} . Взяв в качестве $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$ вектор $\boldsymbol{\theta}^*$, содержащий самые различные полиномиальные составляющие (рис. 3.14, а), и положив $\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{0}$, выполним процесс, проведя 100 уточняющих итераций. Эксперименты показали (см. рис. 3.3), что такое число итераций позволяет для трех рассматриваемых планов получать значения вектора $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, близкие к вектору $\boldsymbol{\theta}_{\eta}^{(\infty)}$, который при $\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{0}$ совпадает с $\mathbf{T}_{\eta}^{\infty} \boldsymbol{\theta}^{(0)} \in \ker(\mathbf{A})$.

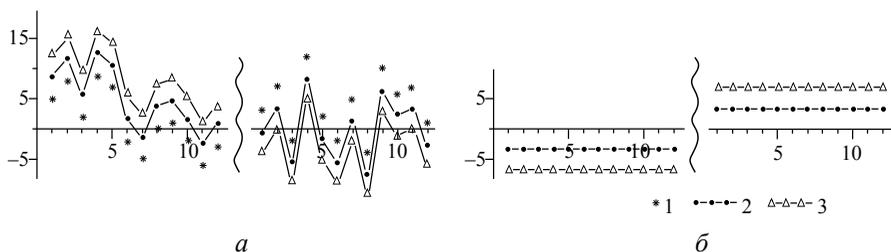


Рис. 3.14. Значения факторов, полученные на основе процесса последовательного уточнения для различных $\hat{\mathbf{z}}$ и $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$:

$a - \hat{\mathbf{z}} \neq \mathbf{0}, \boldsymbol{\theta}^{(0)} = \mathbf{0}$; $b - \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{0}, \boldsymbol{\theta}^{(0)} = \boldsymbol{\theta}^*$; здесь обозначены: 1 – истинные значения; 2 – оценки для Q_1 и 3 – для Q_3 . Волнистой линией разделены значения факторов α_i и β_j

Показанные на рис. 3.14 результаты характеризуют несколько моментов в использовании рассматриваемого процесса. Основными из них являются два.

(1) Если вектор $\hat{\mathbf{z}}$ соответствует моделируемым значениям факторов, то неоднозначно определяемые составляющие входят во все значения получаемого решения $\hat{\boldsymbol{\theta}}$. Величина этих составляющих может



зависеть от плана наблюдений, по которому производится определение параметров модели, т. е. происходит их некоторое внутреннее перераспределение по получаемым оценкам факторов, что было отмечено в разд. 3.6.3.

(2) Значения $\hat{\theta}$, полученные при $\hat{z} = \mathbf{0}$ и $\theta^{(0)} = \theta^*$, содержат только постоянные составляющие, которые в данном случае полностью представляют векторы $\ker(\mathbf{A})$.

В силу того, что в экспериментах производилось изменение величины параметра η , можно было наблюдать вариации величин постоянных составляющих, входящих в различные факторы, в зависимости от η . Это также служило подтверждением их внутреннего перераспределения. Можно отметить и то, что при определении значений $\hat{\theta}$ в процессе их построения неоднозначные составляющие в большей мере относятся к значениям первого из определяемых факторов. Поэтому иногда возникало ощущение, что рассматриваемый процесс позволяет их зафиксировать и отнести к данному фактору. Однако это было ошибочным представлением.

3.6.5. О природе проблемы длиннопериодной статики

Различные модели и задачи коррекции временных статических поправок рассматривались уже в нескольких разделах (см. разд. 3.4.3 и 3.5.3). Там же отмечалась общность этих задач при обработке динамических характеристик сейсмических сигналов. Ярким подтверждением такой общности служат результаты, полученные совместно с Н.А. Горевым при анализе данных высокоточной морской инженерной сейсморазведки [128]. Анализ проводился с целью исследования изменений формы исходного сейсмического импульса и влияния на эти изменения условий возбуждения и приема, при этом рассматривались сигналы прямой волны. Тщательность проводимых работ, заглубленность косы и однородность акустической среды, позволили предположить, что изменения сигналов будут минимальными. Однако результаты показали значимость таких вариаций [43], на что указывалось во введении (см. разд. В2.2). Существенные изменения гистограмм значений амплитудных спектров анализируемых сигналов по частоте и пространственным переменным потребовали использования процедур факторной декомпозиции.



Именно на этом этапе проявилась одна из проблем, существующих в коррекции временных статических поправок. Она состоит в том, что длиннопериодные составляющие факторов определяются неоднозначно. Этой проблемой занимались длительное время [201, 139] и даже имелось эмпирическое правило о невозможности точного определения составляющих статических поправок, превышающих полторы длины расстановки приборов. Это правило вступало в противоречие с нашими знаниями о неоднозначно-определяемых векторах нуля-многообразия для подобных моделей. Таким образом, сформировалось желание разобраться с природой указанной проблемы.

Из постановки эксперимента следовало, что форма сигнала прямой волны может определяться преимущественно двумя импульсными характеристиками: источника и приемника. Поэтому можно было воспользоваться простейшим вариантом модели (2.1), где $m_k(t) \equiv 1$. Такая модель после перехода к логарифмам спектров на фиксированной частоте совпадала с элементарной двухфакторной моделью коррекции статики (3.23). Оценивание ее параметров с применением процесса последовательного уточнения рассматривалось в предыдущем разделе. Там было показано, что получаемые оценки отличаются от истинных значений на некоторую константу. Этот результат совпадал с аналогичным выводом для подобных моделей дисперсионного анализа [141]. В то же время наши тестовые эксперименты свидетельствовали о том, что для систем наблюдений, применяемых в инженерных морских работах, получались существенно другие результаты. Дальнейшее изучение показало, что причина такого различия заключается в структуре системы наблюдений. В модельных экспериментах, рассматриваемых в разд. 3.6.4, соотношение длин расстановки и числа расстановок на профиле было небольшим. В реальных же экспериментах число приемников в расстановке равнялось 16, а число таких расстановок на профиле достигало нескольких тысяч.

Для понимания того, как структура наблюдений влияет на формирование низкочастотных пространственных вариаций, когда нуля-многообразие состоит всего из одного вектора, составленного из одной константы, рассмотрим следующую серию экспериментов. Пусть имеется две системы наблюдений, имеющих различные длины расстановок, как показано на рис. 3.15.

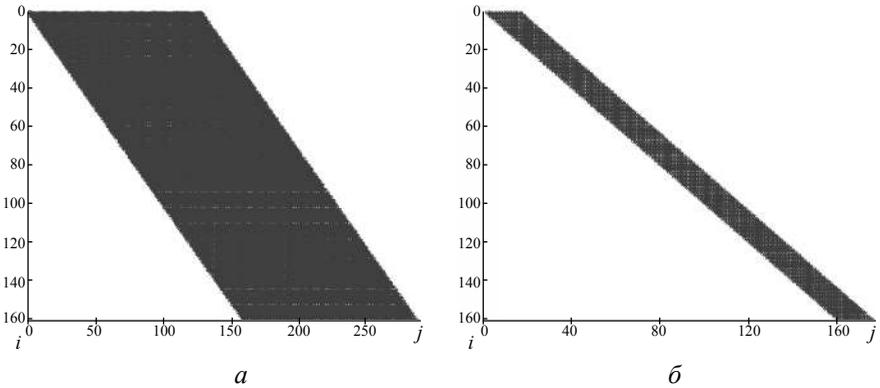


Рис. 3.15. Системы наблюдений, обладающие равным числом расстановок с различным числом приемников в расстановке:

$a - 128$; $b - 16$

Сформируем для наблюдений, отвечающих каждой из систем, модельные данные. Используем в качестве значений факторов Δt_i и Δt_j пространственные синусоиды различной частоты. Модельные значения Δt_i и Δt_j показаны на рис. Г4, а (см. графическое приложение), соответственно синим и красным цветом, а на рис. Г4, б (см. графическое приложение) даны результаты их определения с применением процесса последовательного уточнения на десятой итерации. Видно существенное отличие полученных оценок от исходных значений.

Согласно проведенному эксперименту, для системы наблюдений, содержащей 128 приемников в расстановке, удастся с высокой точностью определить значения моделируемых параметров. Для второй же системы наблюдений, где период вариаций параметров в несколько раз превышает длину расстановки приемников, получаемые оценки обладают низкой точностью. В процессе проведения большого числа различных экспериментов было отмечено, что в получаемых значениях факторов удастся разделять пространственные частоты. Но при определенных соотношениях длин расстановки и рассматриваемого профиля в оценках начинают проявляться некоторые трендовые составляющие, обладающие периодической структурой.

В связи с тем, что реальная система наблюдений содержала 16-канальную расстановку, содержащую значительное число источников,



были в основном выполнены эксперименты, ориентированные именно на такие системы наблюдений. На рис. 3.16 показаны результаты по двум экспериментам. В правой части рисунка представлены модельные значения факторов, в левой – даны результаты их определения на основе процесса последовательного уточнения.

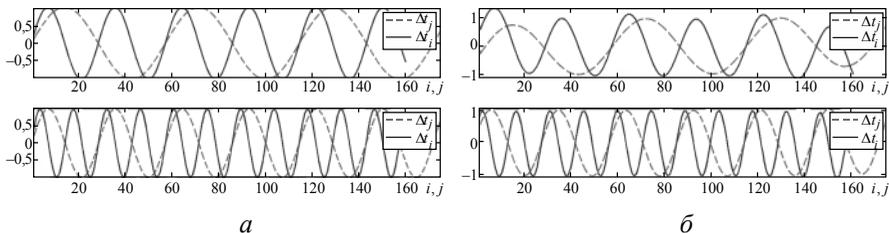


Рис. 3.16. Модельные значения с разными пространственными частотами (а) и результаты их оценивания (б)

Приведенные результаты характеризуют возможности разделения факторов для различных пространственных частот, присутствующих в наблюдениях и связанных с вариациями формы сигнала в источниках и приемниках. Они подтверждают выводы, полученные по результатам, представленным на рис. Г4 (см. графическое приложение), и позволяют сформулировать некоторое эвристическое соображение о природе трендовых составляющих, проявляющихся в формировании ложных низкочастотных значений параметров. При повышении пространственных частот у разделяемых факторов для системы наблюдений (см. рис. 3.15, б) происходит их определение в процессе итерационного оценивания, о чем свидетельствует результат, показанный на рис. 3.16, б. В том случае, когда период вариаций фактора источника близок к длине расстановки, получаемые оценки факторов обладают высокой точностью (нижняя часть рисунка). Однако при увеличении периода вариаций этого фактора до полутора расстановок и соответственно периода вариаций фактора приемника до трех расстановок происходит ухудшение качества определяемых параметров с заметной корреляцией изменений фактора источника с более медленными изменениями фактора приемника (верхняя часть рисунка). Эта зависимость устойчиво сохранялась при переходе к системам наблюдений, содержащим большее число источников. Выявленная зависимость



свидетельствует о том, что при реализации процесса последовательного уточнения для систем наблюдений с подвижной расстановкой и большим числом источников, многократно превышающим длину расстановки приемников, происходит локализация неединственно определяемых составляющих факторной модели.

В частности, для двухфакторной модели (3.23), где неоднозначно определяется только постоянная составляющая, такая локализация приводит к перераспределению ее величины вдоль профиля. Как результат, формируется дополнительная неоднозначно-определяемая низкочастотная составляющая факторов в том случае, когда длиннопериодные составляющие присутствуют одновременно как в источниках, так и в приемниках. Но эта неоднозначность определяется не самой факторной моделью, а системой наблюдений, не обеспечивающей достаточную связность различных наблюдений и параметров модели между собой. Далее в главе 4 будут сформулированы условия, позволяющие связывать наблюдения, и таким образом устранять указанные дополнительные неоднозначности.

ГЛАВА 4

АПРИОРНАЯ ИНФОРМАЦИЯ И СВОЙСТВА ОЦЕНОК

4.1. Эквивалентность решений

4.1.1. Отличие по векторам нуль-многообразия матриц

Выполненные автором к середине 80-х годов прошлого столетия исследования численных особенностей матриц для различных факторных моделей и планов наблюдений [88, 89, 97], позволили ясно понять причины возникающих сложностей при решении рассматриваемых систем линейных уравнений (см. раздел 3.5). Это дало возможность классифицировать проблемы и разграничить их по вырожденности и плохой обусловленности. Отметим, что ставшая классической работа [290] сыграла двойственную роль, одновременно продемонстрировав возможности линейно-алгебраического подхода при решении задач коррекции временных статических поправок и смещения нескольких проблем, связанных с этими задачами. С одной стороны, это линейные зависимости, которые появляются между различными факторами, а с другой – это структура наблюдений, участвующих в процессе оценивания значений факторов. Совместное влияние указанных особенностей и большие размерности систем линейных уравнений оказали существенное влияние на численные характеристики матриц и «маскировали» их вырожденность, придавая ей форму плохой обусловленности.

Именно независимость наших исследований позволила сформулировать главные моменты, определяющие свойства формируемых



систем, и предложить эффективные способы определения параметров факторных моделей согласно схеме, приведенной на рис. 4.1. Эта схема не только разделяет возникающие особенности матриц по свойствам, но и показывает, как они могут взаимодействовать. Так, вырожденность матриц, вызванная линейными зависимостями между факторами, через вводимые дополнительные условия может приводить к плохой обусловленности. Здесь необходимо отметить, что указанные моменты относились к тем моделям, с которыми приходилось работать. Для более широкого круга моделей возможны еще большие пересечения вырожденности с плохой обусловленностью. Например, на интуитивном уровне понятно, что при использовании факторной декомпозиции для разделения волн возможны случаи, когда их годографы будут близки. Такие случаи могут одновременно давать как вырожденность, так и плохую обусловленность матриц. Не останавливаясь подробнее на этих усложнениях, обратимся к тем моментам, которые даны на приведенной схеме (см. рис. 4.1).

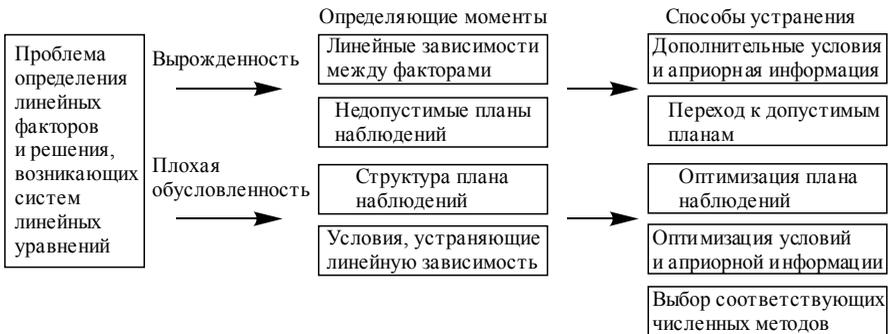


Рис. 4.1. Классификация причин вырожденности и плохой обусловленности матриц в проблеме определения параметров линейных факторных моделей

Если ограничиться только допустимыми планами наблюдений, то самыми существенными являются линейные зависимости между факторами и условия, которые позволяют их фиксировать. Они определяют единственность и устойчивость решения задачи оценивания параметров факторной модели. Очевидно, что условия являются следствием линейных зависимостей. Для рассмотрения имеющихся зависимостей воспользуемся общими представлениями факторных моделей (3.35) и



(3.38), которые опирались на дискретность задания факторов и наблюдений. Такие представления использовались при определении допустимых планов наблюдений (см. разд. 3.5.2), но они также позволяют переформулировать задачу определения или оценивания параметров моделей следующим образом.

- По наблюдениям z_{ij} , заданным на допустимом плане Q , требуется определить или оценить значения коэффициентов d_s^p .

При решении задачи можно воспользоваться системами МНК. Они определяются равенствами

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_d \boldsymbol{\theta}_d &= \mathbf{X}_d^T \mathbf{X}_d \boldsymbol{\theta}_d = \mathbf{X}_d^T \mathbf{z} = \mathbf{b}_d; \\ \mathbf{A}_q \boldsymbol{\theta}_d &= \mathbf{X}_q^T \mathbf{X}_q \boldsymbol{\theta}_d = \mathbf{X}_q^T \mathbf{q} = \mathbf{b}_q, \end{aligned} \quad (4.1)$$

которые отвечают соответственно моделям (3.35), (3.38). Уже отмечалось (см. разд. 3.5.2), что при переходе к данным представлениям требуется находиться в одном классе функций $f_r(i, j)$, по которым осуществляется разложение как факторов, так и наблюдений. При выполнении этого требования справедливы следующие два утверждения, представляющие интерес в теоретическом и практическом плане.

Утверждение 4.1. Решения систем (4.1) совпадают с точностью до векторов нуль-многообразия любой из матриц систем.

Обозначим $\text{im } \mathbf{A}$ подпространство образов оператора (матрицы) \mathbf{A} , а $\text{ker } \mathbf{A}$ – нуль-многообразие этого оператора. Для доказательства утверждения достаточно показать, что если $\boldsymbol{\theta}'_d$ является решением системы $\mathbf{A}'_d \boldsymbol{\theta}'_d = \mathbf{X}'_d{}^T \mathbf{z}$, то решение $\boldsymbol{\theta}''_d$ системы $\mathbf{A}''_d \boldsymbol{\theta}''_d = \mathbf{X}''_d{}^T \mathbf{z}$ представлено суммой векторов $\boldsymbol{\theta}'_d$ и $\Delta \boldsymbol{\theta}$, где $\Delta \boldsymbol{\theta} \in \text{ker } \mathbf{A}'_d$. Здесь матрицы $\mathbf{X}''_d, \mathbf{A}''_d$ отвечают другому разложению, чем $\mathbf{X}'_d, \mathbf{A}'_d$.

Предположим противное, т. е. $\Delta \boldsymbol{\theta} = \Delta \widehat{\boldsymbol{\theta}} + \Delta \widetilde{\boldsymbol{\theta}}$ и $\Delta \widehat{\boldsymbol{\theta}} \in \text{im } \mathbf{A}'_d$, а $\Delta \widetilde{\boldsymbol{\theta}} \in \text{ker } \mathbf{A}'_d$. Тогда имеем равенства

$$\begin{aligned} \mathbf{A}'_d \boldsymbol{\theta}''_d &= \mathbf{A}'_d (\boldsymbol{\theta}'_d + \Delta \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{A}'_d (\boldsymbol{\theta}'_d + \Delta \widehat{\boldsymbol{\theta}} + \Delta \widetilde{\boldsymbol{\theta}}) = \\ &= \mathbf{A}'_d \boldsymbol{\theta}'_d + \mathbf{A}'_d \Delta \widehat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{A}'_d \Delta \widetilde{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{X}'_d{}^T \mathbf{z} + \mathbf{A}'_d \Delta \widehat{\boldsymbol{\theta}}. \end{aligned}$$



По определению $\text{im } \mathbf{A}'_d$, $\mathbf{A}'_d \Delta \widehat{\boldsymbol{\theta}} \neq \mathbf{0}$, где $\mathbf{0}$ – вектор-столбец, состоящий из нулей. Поэтому второе слагаемое в правой части равенств можно представить как

$$\mathbf{A}'_d \Delta \widehat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{X}'_d{}^T \Delta \mathbf{z},$$

где $\Delta \mathbf{z}$ представляет собой некоторый вектор, отличный от $\mathbf{0}$ и совпадающий по размерности с \mathbf{z} . Следовательно, получаем, что

$$\mathbf{A}'_d \boldsymbol{\theta}''_d = \mathbf{X}'_d{}^T (\mathbf{z} + \Delta \mathbf{z}).$$

Таким образом, выполнение указанного предположения возможно только в том случае, когда вектор наблюдений отличен от исходного. Но это не так. Полученное противоречие доказывает справедливость утверждения.

Аналогичное доказательство можно провести для матриц \mathbf{A}_q . В этом случае приходим к вектору $\mathbf{q} + \Delta \mathbf{q}$, который в силу единственности разложений (3.36) приводит опять к изменению вектора \mathbf{z} .

Утверждение 4.2. Нуль-многообразия матриц систем (4.1) совпадают.

Для его доказательства представим каждый из векторов $\boldsymbol{\theta}'_d$ и $\boldsymbol{\theta}''_d$, являющихся решением соответствующих систем, в виде суммы

$$\boldsymbol{\theta}'_d = \widehat{\boldsymbol{\theta}}'_d + \widetilde{\boldsymbol{\theta}}'_d \text{ и } \boldsymbol{\theta}''_d = \widehat{\boldsymbol{\theta}}''_d + \widetilde{\boldsymbol{\theta}}''_d,$$

где $\widehat{\boldsymbol{\theta}}'_d \in \text{im } \mathbf{A}'_d$, $\widehat{\boldsymbol{\theta}}''_d \in \text{im } \mathbf{A}''_d$, $\widetilde{\boldsymbol{\theta}}'_d \in \text{ker } \mathbf{A}'_d$, $\widetilde{\boldsymbol{\theta}}''_d \in \text{ker } \mathbf{A}''_d$. Согласно утверждению 4.1 $\widehat{\boldsymbol{\theta}}'_d = \widehat{\boldsymbol{\theta}}''_d$, а разность $\boldsymbol{\theta}''_d - \boldsymbol{\theta}'_d = \widetilde{\boldsymbol{\theta}}''_d - \widetilde{\boldsymbol{\theta}}'_d \in \text{ker } \mathbf{A}'_d$. Это возможно только тогда, когда $\widetilde{\boldsymbol{\theta}}''_d \in \text{ker } \mathbf{A}'_d$. Иначе в векторе $\widetilde{\boldsymbol{\theta}}''_d$ имелась бы составляющая, принадлежащая $\text{im } \mathbf{A}'_d$. В этом случае $\mathbf{A}'_d (\widetilde{\boldsymbol{\theta}}''_d - \widetilde{\boldsymbol{\theta}}'_d) \neq \mathbf{0}$, что противоречит принадлежности разности $\boldsymbol{\theta}''_d - \boldsymbol{\theta}'_d$ подпространству $\text{ker } \mathbf{A}'_d$.

Аналогично показывается, что $\widetilde{\boldsymbol{\theta}}''_d - \widetilde{\boldsymbol{\theta}}'_d \in \text{ker } \mathbf{A}''_d$. Из этого получаем равенство $\text{ker } \mathbf{A}'_d = \text{ker } \mathbf{A}''_d$.

Таким образом, эквивалентность решений систем (4.1) может быть обеспечена с точностью до векторов нуль-многообразия матрицы



любой из систем. При этом каждая отдельная система позволяет получить решение именно с такой точностью. Как следствие, получаем понятие *эквивалентности решения* систем линейных уравнений, возникающих при анализе факторных моделей.

- Решения, полученные при определении параметров факторных моделей, считаются эквивалентными, если они совпадают с точностью до векторов нуль-многообразия соответствующих матриц, построенных для заданной модели и плана Q .

Сами же решения могут быть получены произвольным образом, в том числе обобщенная инверсия [4] или эвристические построения, примером которых является процесс последовательного уточнения (см. разд. 3.6). Если решения отвечают системам (4.1), то достаточно показать, что они эквивалентны до векторов нуль-многообразия матрицы \mathbf{X}_q , так как $\ker \mathbf{X}_q = \ker \mathbf{X}_q^T \mathbf{X}_q = \ker \mathbf{A}_q$ [4, с. 19].

Очевидно, что эквивалентность решений в теоретическом плане не означает эквивалентности построений в вычислительном отношении. Иногда переход к иной структуре представления (4.1) может привести к более простой и удобной численной схеме, дающей существенное увеличение в скорости и устойчивости построения решения. Так, в работе [124] использовалось разложение по тригонометрическим функциям для получения представлений (3.35), (3.38) в случае модели спектрально-статистического метода. Такой же прием использовался при решении целого ряда задач компенсации неоднородности верхней части разреза [126]. Он позволил существенно улучшить технологичность разрабатываемых программных комплексов для обработки сейсмических данных. Однако в силу перехода к другому классу функций возник целый ряд новых проблем. К ним относятся: изменение свойств формируемых матриц (это один из примеров, когда переход к другому классу функций переводит вырожденные матрицы в плохо обусловленные), сложности использования дискретного преобразования Фурье по ограниченной апертуре и существенное увеличение требуемой априорной информации.

Удобство представлений (3.35) и (3.38), а также (4.1) заключается именно в возможности использования их различных видов при решении конкретных задач. Выберем класс функций $f_r(i, j)$ при построениях



таким образом, чтобы на основе матрицы X_q было наиболее удобно проанализировать структуру ее нуль-многообразия, а следовательно, и нуль-многообразия матрицы A_q системы МНК.

4.1.2. Одно частное представление

Возьмем в качестве f_r, ψ_s, φ_p степенные функции. Использование типа функций при анализе линейных зависимостей, возникающих между факторами, было инициировано книгой [13]. В ней матрицы активно применяются для анализа свойств функций нескольких переменных, а интерпретация некоторых свойств матриц выполняется с использованием таких функций.

Для указанных функций несложно построить соответствующие разложения. Они имеют вид [44, 114]:

$$\begin{aligned} \gamma_p(c_1^p i + c_2^p j) &= \sum_{s=0}^{Np-1} d_s^p (c_1^p i + c_2^p j)^s = \\ &= \sum_{s=0}^{Np-1} d_s^p \sum_{k=0}^s \binom{s}{k} (c_1^p)^{s-k} (c_2^p)^k i^{s-k} j^k, \quad (4.2) \\ z_{ij} &= \sum_s \sum_k q_{sk} i^s j^k, \end{aligned}$$

где коэффициенты $\binom{s}{k} = \frac{s!}{k!(s-k)!}$.

Выражения (4.2) позволяют построить эквивалентную форму (3.37) для некоторых частных случаев общей факторной модели (3.24) при рассмотрении наблюдений, относящихся к допустимым планам Q . Допустимость плана обеспечивает единственность определения значений коэффициентов q_{sk} , достаточных для нахождения составляющих факторов, кроме тех, которые относятся к векторам нуль-многообразия матриц X и A .



Вначале рассмотрим случай $\varphi_p(c_3^p i + c_4^p j) \equiv 1$. Подставив выражения (4.2) в (3.24), при выполнении этого тождества получаем

$$\sum_s \sum_k q_{sk} i^s j^k = \sum_{p=1}^P \sum_{s=0}^{N_p-1} \sum_{k=0}^s \binom{s}{k} (c_1^p)^{s-k} (c_2^p)^k i^{s-k} j^k d_s^p + \varepsilon_{ij}. \quad (4.3)$$

Отметим, что величины s, k в суммах слева и справа не совпадают, что следует из вида (4.2). Поэтому данное равенство должно использоваться только как основа для приравнивания коэффициентов при одинаковых функциях $i^s j^k$, находящихся в его левой и правой части. В результате приходим к системе

$$q_{(s-k)k} = \sum_{p=1}^P \delta_p \binom{s}{k} (c_1^p)^{s-k} (c_2^p)^k d_s^p + v_{(s-k)k}. \quad (4.4)$$

Здесь $v_{(s-k)k}$ относится к разложению помехи ε_{ij} , а символ

$$\delta_p = \begin{cases} 1, & \text{если } s \leq N_p, \\ 0, & \text{если } s > N_p, \end{cases}$$

т. е. учитывается различие в порядках разложения у различных факторов γ_p в силу разницы в величинах N_p .

Вторую эквивалентную форму построим для факторной модели коррекции статики (3.27), которая будет использоваться и при рассмотрении мультипликативных моделей коррекции формы сейсмического сигнала. При построениях для факторов источников и приемников используются $c_1^1 = 1$, $c_2^1 = 0$, $c_1^2 = 0$, $c_2^2 = 1$, $\varphi_p \equiv 1$ и специальные обозначения для коэффициентов их разложения: a_s, b_s соответственно. Для факторов ОЦГ c_{i+j}^{2l} полагаем $c_1^p = c_2^p = 1/2$ и используем обозначения коэффициентов разложения d_s^{2l} . При этом в качестве функций, учитывающих удаления источника от приемника, возьмем



$\Phi_p(c_3^p i + c_4^p j) = 2^{-2l} (i - j)^{2l}$, т. е. положим $c_3^p = 1/2$, $c_4^p = -1/2$.

С формальной позиции все последующие выводы не зависят от множителя $1/2$. Но для реальных вычислений и интерпретации получаемых результатов этот множитель будет существенным.

Тогда форма имеет вид

$$\sum_s \sum_k q_{sk} i^s j^k = \sum_{s=0}^{Ni-1} a_s i^s + \sum_{k=0}^{Nj-1} b_k j^k + \sum_{l=0}^L \sum_{p=0}^{2l} \sum_{s=0}^{Nc-1} \sum_{k=0}^s (-1)^p \binom{s}{k} \binom{2l}{p} \frac{i^{s+2l-k-p} j^{k+p}}{2^{s+2l}} d_s^{2l} + \varepsilon_{ij}. \quad (4.5)$$

Приравнивая в (4.5) также коэффициенты при одинаковых функциях $i^s j^k$, находящихся в левой и правой части равенства, получаем

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{r0} = \delta_i a_r + \sum_{l=0}^L \delta_c 2^{-r} d_s^{2l} + v_{r0}; \quad s = r - 2l, \\ q_{0t} = \delta_j b_t + \sum_{l=0}^L \delta_c 2^{-t} d_s^{2l} + v_{0t}; \quad s = t - 2l, \\ q_{rt} = \sum_{l=0}^L \sum_{p=0}^{2l} \sum_{s=0}^{Nc-1} \sum_{m=0}^s \frac{(-1)^p \delta_c}{2^{r+t}} (-1)^p \binom{s}{m} \binom{2l}{p} d_s^{2l} + v_{rt}; \\ s + 2l - m - p = r, \quad m + p = t. \end{array} \right. \quad (4.6)$$

Здесь, как и в (4.4), символом δ учитывается различие в порядках разложения у различных факторов. Заметим, что факторы ОЦТ имеют одинаковую величину N_c , поэтому для них использован единый символ δ_c . Также укажем, что условия на индексы обеспечивают отбор соответствующих коэффициентов d_s^{2l} при построении уравнений. Например, s не должно быть отрицательным, поэтому при $r = 0, 1$



значение l может быть только 0. В работе [97] приведен вид систем (4.5) и (4.6) для двух частных случаев факторных моделей.

Воспользуемся построенными эквивалентными формами для анализа нуль-многообразий четырехфакторных моделей. Ими являются:

- **(I)** трехфакторная модель, которая следует из модели Гурвича (см. разд. 1.2.1), в ней факторы источников и приемников определяются обычным образом, а для фактора ОЦТ берем $c_1^3 = c_2^3 = 1/2$;

- **(II)** четырехфакторная модель (см. разд. 2.1.3), где к предыдущей модели (I) добавлен фактор за удаления со значениями $c_1^4 = 1/2, c_2^4 = -1/2$;

- **(III)** классическая модель коррекции временных статических поправок, введенная и использованная выше (см. разд. 3.4.3 и 3.5.3), с величинами $c_3^p = 1/2, c_4^p = -1/2$, как было взято при построении эквивалентной формы (4.5);

- **(IV)** к классической модели (III) добавлено еще одно слагаемое, отвечающее четвертой степени по удалениям источник–приемник, т. е. $L = 2$.

Первые две модели отвечали форме (4.3), а модели (III), (IV) – форме (4.5).

Теперь выполним построение соответствующих матриц \mathbf{X}_q для указанных моделей на основе полученных выражений (4.4) и (4.6). Эти матрицы не могут быть представлены в полном виде, так как не определены планы наблюдений. Поэтому будем ограничиваться только их элементами, отвечающими левому верхнему углу, что будет достаточным для проведения соответствующего анализа. При построении матриц будем считать, что элементы вектора $\boldsymbol{\theta}_d$ упорядочены по коэффициентам d_s^p от меньших степеней s к большим степеням. В каждом конкретном случае соответствующий порядок указывается.

Для модели (I) $\boldsymbol{\theta}_d = (d_0^1, d_0^2, d_0^3, d_1^1, d_1^2, d_1^3, d_2^1, d_2^2, d_2^3, \dots)^T$, а матрица имеет вид



$$\mathbf{X}_q^{(I)} = \frac{1}{4} \begin{Bmatrix} 444 & 000 & 000 & 0\dots \\ 000 & 402 & 000 & 0\dots \\ 000 & 042 & 000 & 0\dots \\ 000 & 000 & 401 & 0\dots \\ 000 & 000 & 002 & 0\dots \\ 000 & 000 & 041 & 0\dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots \end{Bmatrix}. \quad (4.7)$$

Из полученной структуры $\mathbf{X}_q^{(I)}$ следует, что для нулевой степени может быть определен только один из трех коэффициентов d_0^1, d_0^2, d_0^3 . Два других должны быть фиксированы. Это приводит к двум требуемым условиям классического дисперсионного анализа (см. разд. 3.4.1). Не могут быть определены и все три коэффициента при первой степени d_1^1, d_1^2, d_1^3 . Их определение требует еще одного условия. Именно отсутствие такого условия приводит к дополнительной зависимости между факторами в линеаризованной модели Гурвича (см. разд. 1.2.3). При этом коэффициенты второй степени уже определяются однозначно.

Для модели (II) $\boldsymbol{\theta}_d = (d_0^1, d_0^2, d_0^3, d_0^4, d_1^1, d_1^2, d_1^3, d_1^4, d_2^1, d_2^2, d_2^3, d_2^4, d_3^1, \dots)^T$ и матрица будет

$$\mathbf{X}_q^{(II)} = \frac{1}{4} \begin{Bmatrix} 4444 & 000 & 0 & 000 & 0 & 0\dots \\ 0000 & 402 & 2 & 000 & 0 & 0\dots \\ 0000 & 042 & -2 & 000 & 0 & 0\dots \\ 0000 & 000 & 0 & 401 & 1 & 0\dots \\ 0000 & 000 & 0 & 002 & -2 & 0\dots \\ 0000 & 000 & 0 & 041 & 1 & 0\dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots \end{Bmatrix}. \quad (4.8)$$

Видно, что здесь коэффициенты при второй степени не могут быть определены единственным образом. Это связано с вхождением четырех коэффициентов $d_2^1, d_2^2, d_2^3, d_2^4$ только в три независимых уравнения



Анализ этой матрицы, как и уравнений соответствующей системы (4.6), показывает, что в модели (IV) не могут быть однозначно определены коэффициенты полиномиального разложения до пятой степени включительно. При этом необходимо учитывать попарную линейную зависимость строк (или соответствующих уравнений) с номерами 8 и 9, 12 и 14, 17 и 20, 18 и 19. Как уже указывалось, данная матрица позволяет проанализировать и модель (III). В этом случае неоднозначность будет ограничиваться коэффициентами полиномов третьей степени, где требуется учитывать только линейную зависимость строк с номерами 8 и 9.

Интересным представляется распределение неоднозначности по различным факторам в случае использования разных типов моделей. Для моделей (I) и (II) неоднозначность будет одного степенного порядка для всех факторов, а для двух последних имеем иную ситуацию. В них факторы источников Δt_i (или α_i), приемников Δt_j (или β_j) и ОЦТ c_{i+j}^0 имеют один степенной порядок, а факторы ОЦТ c_{i+j}^2 и c_{i+j}^4 — уже другой. Такое различие может быть существенным. Так, для модели (III), где $\alpha_i, \beta_j, c_{i+j}^0$ имеют третью степень неоднозначности, у c_{i+j}^2 неоднозначность будет нулевой степени. Такое различие считается существенным при решении задачи о требуемой априорной информации, ее объеме и возможности получения в реальном эксперименте.

Сделаем один небольшой комментарий, касающийся исследования неоднозначно определяемых составляющих линейных факторных моделей, их размерности и структуры. С формальных линейно-алгебраических позиций данные составляющие и их характеристики полностью определяются базисом нуль-многообразия матриц соответствующих систем линейных уравнений. Понимание этого факта способствовало развитию алгоритма определения векторов нуль-многообразия (см. разд. 3.5.3). Он помог в проведении многих исследований. В частности, на его основе были получены результаты, иллюстрирующие указанные выше степенные особенности неоднозначно определяемых составляющих, отличающихся по степеням для разных факторов (см. рис. 3.11). Однако интерпретация получаемых результатов облегчалась благодаря пониманию полиномиальной природы



составляющих, принадлежащих нуль-многообразию. В то же время в работе [290] на основе формального сингулярного разложения были получены существенные различия в значениях сингулярных чисел, но не удалось понять причины, приводящие к малости части значений. Таким образом, опираться только на формальные построения не всегда хорошо. Они дают общее представление, но не помогают определиться в конкретной ситуации. Это подобно определению нашего положения в сферических земных координатах, когда мы пытаемся понять, где находимся. Гораздо лучше знать наше положение относительно населенного пункта, который нам известен и откуда просто добраться до нужного места.

Предложенный путь использования степенных разложений, опирающийся на дискретность решеток, где заданы наблюдения, и направления, которые определяют факторы, является достаточно конструктивным. Он позволяет определить минимальную степень полинома s^* для каждого из факторов модели, начиная с которой полиномиальные составляющие в разложениях (4.2) будут определяться единственным образом. Учитывая линейную независимость полиномиальных разложений, из этого факта получаем, что полиномиальные составляющие рассматриваемого фактора до степени $s^* - 1$ будут соответствовать векторам нуль-многообразия.

Не удалось получить общего выражения, определяющего степень s^* , для произвольной модели (3.24). Но выполненные исследования указывают, что в большинстве случаев этой модели при $\varphi_p \equiv 1$ справедливым является равенство

$$s^* = P - 1. \quad (4.10)$$

Также для общего случая модели коррекции временных статических поправок (3.27), которая может быть ассоциирована с мультипликативными факторными моделями коррекции формы сейсмического сигнала, имеем

$$s^* \leq 2L + 2. \quad (4.11)$$

Этим неравенством учтено возможное отличие в степенном порядке для различных факторов моделей.



4.1.3. Псевдоаприорная информация

Введение такого типа информации [97] определялось тремя моментами. Первый момент, как уже отмечалось, связан со сложностью получения достаточного объема требуемой информации в реальном эксперименте. В основе второго момента лежит понимание того, что задачу введения оптимальных условий, обеспечивающих хорошую устойчивость решения систем или построения обратных матриц, можно разделить на две подзадачи: 1 – обеспечение устойчивости и 2 – получение истинных значений параметров. Третий момент – полученные выше результаты по исследованию структуры неоднозначно определяемых составляющих линейных факторных моделей.

Учитывая указанные моменты, было введено следующее понятие.

- *Псевдоаприорной информацией* называются условия, добавление которых в исходную систему линейных уравнений обеспечивает единственность и устойчивость решения расширенной системы.

Таким образом, данный тип информации должен не только устранять линейные зависимости между факторами модели, но и приводить к хорошей обусловленности матрицы расширенной системы. Он также никоим образом не связан с априорной информацией, которая может быть получена в реальности.

Отметим, что основное назначение псевдоаприорной информации состояло в построении обратных матриц и представления решения в форме (3.17), так как современные методы позволяют различным образом получать устойчивые эквивалентные решения исходной системы линейных уравнений. Но, как уже указывалось (см. разд. 3.4.1), использование обратных матриц может существенно улучшить технологичность методов факторной декомпозиции волнового поля или других геофизических данных.

Обычно значения факторов определены с равномерным шагом, который зависит от величин шагов решетки и линий $c_1^p i + c_2^p j = \text{const}$. Если векторы нуль-многообразия имеют вид полиномов некоторой степени, то псевдоаприорная информация может быть построена на основе линейных комбинаций значений факторов, которые аналогичны конечным разностям [25]. Известно [15], что конечные разности k -го порядка функции $f(x)$ представимы через ее значения как



$$\begin{aligned}
 f_i^k = & f_{i+k/2} - \binom{k}{1} f_{i-1+k/2} + \binom{k}{2} f_{i-1+k/2} - \dots + \\
 & + (-1)^m \binom{k}{m} f_{i-m+k/2} + \dots + (-1)^k f_{i-k/2}.
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Частными случаями этого представления будут выражения:

$$\begin{aligned}
 f_{i+1/2}^1 &= f_{i+1} - f_i, \\
 f_i^2 &= f_{i+1/2}^1 - f_{i-1/2}^1 = (f_{i+1} - f_i) - \\
 & - (f_i - f_{i-1}) = f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}, \\
 f_{i+1/2}^3 &= f_{i+1}^2 - f_i^2 = (f_{i+3/2}^1 - f_{i+1/2}^1) - \\
 & - (f_{i+1/2}^1 - f_{i-1/2}^1) = f_{i+2} - 3f_{i+1} + 3f_i - f_{i-1}.
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Здесь $f_i = f(x_i)$ обозначает значение функции в точке x_i . Несложно показать, что коэффициенты полинома k -й степени равны нулю, когда разности до k -го порядка включительно тождественно равны нулю, при этом значения f_i , участвующие в формировании этих разностей, не отвечают корням данного полинома.

Аналоги разности первого порядка использовались в качестве одного из дополнительных условий при построении обратных матриц в случае трехфакторной модели в ранних работах по спектрально-статистическому методу [34, 88]. Как показывают численные эксперименты, непосредственное использование частных видов представления (4.12) для формирования требуемых условий не обеспечивает достаточной вычислительной устойчивости в случае больших планов наблюдений. Поэтому целесообразно модифицировать используемые выражения.

Идея модификации выражений (4.13) для получения условий, обеспечивающих устранение линейных зависимостей между факторами и хорошую обусловленность обращаемой матрицы, носит статистический характер. Она состоит в использовании для построения разностных соотношений не исходных значений функции, а их осред-



ненных величин. Данное осреднение осуществляется следующим образом. Вся область определения функции разбивается на количество интервалов, которые необходимы для построения разности k -го порядка. Несложно показать, что для этого требуется 2^k интервала. На каждом из интервалов формируется среднее значение функции, которое участвует в построении разности.

Предположим, что функция определена на достаточном числе дискретов, кратных 2^k . Тогда каждый из интервалов содержит $N = N_f / 2^k$ значений функции, где N_f определяет общее число значений. Выполнив процесс формирования разностей с использованием осредненных величин, приходим к следующему аналогу представления (4.12):

$$f_i^k = \widehat{f}_{i+k/2} - \widehat{f}_{i-1+k/2} + \widehat{f}_{i-1+k/2} - \dots + (-1)^m \widehat{f}_{i-m+k/2} + \dots + (-1)^k \widehat{f}_{i-k/2}, \quad (4.14)$$

где для получения осредненных значений функции $\widehat{f}_{i-m+k/2}$ используются интервалы различной длительности, содержащие $N_m = \binom{k}{m} N$ значений функции. Таким образом, здесь кратным значениям функции, которые имеются в представлении (4.12), будут отвечать кратные расширения интервалов, на которых происходит осреднение функции. В результате приходим к выражениям, аналогичным (4.13), имеющим форму

$$f^0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i, \quad f^1 = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=N+1}^{N_f} f_i - \sum_{i=1}^N f_i \right),$$

$$f^2 = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=3N+1}^{N_f} f_i - \sum_{i=N+1}^{3N} f_i + \sum_{i=1}^N f_i \right), \quad (4.15)$$

$$f^3 = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=7N+1}^{N_f} f_i - \sum_{i=4N+1}^{7N} f_i + \sum_{i=N+1}^{4N} f_i - \sum_{i=1}^N f_i \right).$$



Здесь убран нижний индекс у разностей, так как используются все значения функции. Очевидным является и то, что величина N будет различна в каждом из приведенных равенств, потому что она определяется порядком разности.

Модифицированные выражения (4.15) в дальнейшем будут выступать в роли псевдоаприорной информации. В силу того что задаваемые условия будут определяться равенствами $f^k = 0$, может быть опущен множитель N^{-1} и изменен порядок сумм, чтобы происходило увеличение индекса суммирования i от 1 до N_f при формировании f^k . Отметим также, что проведенная модификация почти полностью исключает возможность попадания на точки, являющиеся корнями полинома. Несложным является и выполнение требования о кратности значений фактора величине 2^k при рассмотрении реальных планов наблюдений и возникающих факторных моделей, где степень s^* обычно бывает невелика. Поэтому всегда удастся выбрать необходимое число значений факторов. Для малых Q , согласно приведенным результатам численного эксперимента (см. разд. 3.6.4), можно воспользоваться немодифицированными выражениями (4.13). Здесь достаточность значений факторов будет обеспечиваться допустимостью Q .

Выполненные исследования по анализу структуры нуль-многообразия матриц не только дали возможность построить условия, устраняющие линейные зависимости между факторами, но и позволяют определить их необходимое и достаточное число. Так, для моделей (3.24) при $\varphi_p \equiv 1$ необходимое и достаточное число условий обычно составляет $P(P-1)/2$. Но важным представляется даже не их общее число, а как они должны быть распределены по факторам. Это определяется величиной степени полиномиальных составляющих каждого из факторов модели, которые не могут быть определены однозначно, т. е. величиной $s^* - 1$. При этом важную роль могут играть соображения целесообразности и возможности фиксирования полиномиальных составляющих у конкретных факторов. Например, в условиях модели (3.28), содержащей только три первых фактора: источника (ПВ),



приемника (ПП) и общей центральной точки (ОЦТ), для приводимого ниже численного эксперимента постоянные составляющие фиксировались у факторов ПВ и ПП, а линейная составляющая фиксировалась у фактора ОЦТ.

Важность введения таких условий иллюстрируется на примерах коррекции длиннопериодной статики, рассматриваемых в разд. 3.6.5. В нем показывалось, что слабая связанность наблюдений на протяженных профилях, где длительность расстановки существенно меньше длительности профиля, приводит к возникновению ложных длиннопериодных вариаций в оцениваемых значениях факторов.

На рис. 4.2 представлены результаты численного эксперимента, где моделировались пространственные вариации статических поправок за ПВ (Δt_i), ПП (Δt_j) и ОЦТ (Δt_k). Модельные значения факторов показаны в верхней части рисунка. Ниже даны результаты оценивания значений факторов с применением процесса последовательного уточнения (см. разд. 3.6), где отчетливо прослеживаются возникающие ложные длиннопериодные составляющие. Они имеют более сложную структуру, чем составляющие, возникающие в двухфакторной модели, использованной в разд. 3.6.5. В некотором смысле это был ожидаемый результат, так как трехфакторная модель обладает неоднозначно определяемыми линейными составляющими. При слабой связанности наблюдений это приводит к локальной неоднозначности определения линейных составляющих, что и дает усложнение длиннопериодных составляющих. Введение же условий (4.15), фиксирующих линейные составляющие для всего профиля, позволяет одновременно связать все рассматриваемые наблюдения. В результате обеспечивается устранение ложных длиннопериодных составляющих (см. нижнюю часть рис. 4.2) с оставшимися неоднозначными линейными компонентами на всем обрабатываемом профиле. Способы введения соответствующих условий будут обсуждаться в следующем разделе настоящей главы.

В заключение приведем небольшой комментарий о возможном выборе других классов функций при исследовании и определении параметров факторных моделей. Возможно, предложенные выше разложения по полиномиальным составляющим не являются наилучшими или для каких-то моделей могут быть предложены другие классы функций, которые с некоторых точек зрения обладают преимуществами. При



этом необходимо понимать комплексный характер задачи определения параметров факторных моделей. Она включает в себя не только построение одного из решений систем (3.18) или (3.21), но и вопросы определения неоднозначных составляющих.

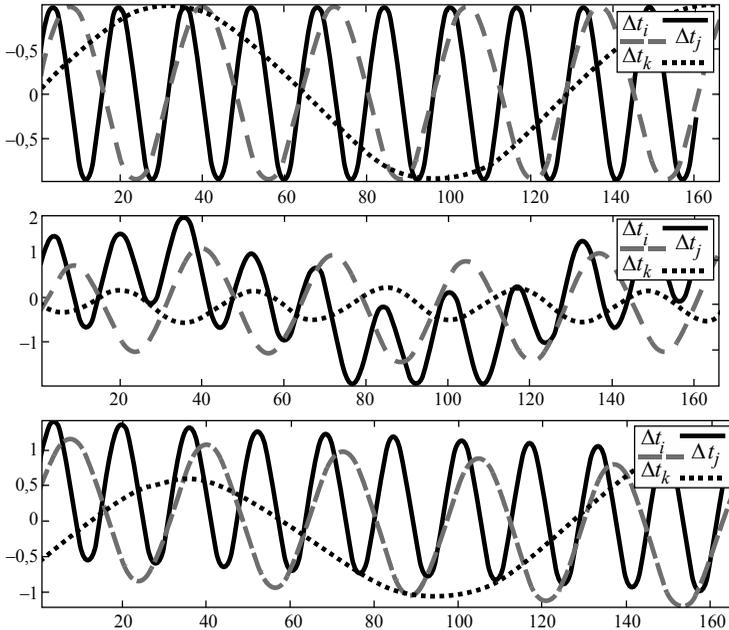


Рис. 4.2. Пример определения значений трех факторов в задаче коррекции временных статических поправок с использованием условий, фиксирующих неоднозначные составляющие модели

При введении других классов может быть полезно использовать полученные результаты. Так, указанное выше разложение по тригонометрическим функциям создает иллюзию исключения из нульмногообразия составляющих полиномиальной природы, кроме постоянной составляющей. Это возможно только для класса функций $L_2(-\infty, \infty)$, т. е. при бесконечно длинных интервалах изменения параметров. Для реальных данных такие изменения ограничены размерами системы наблюдений. Поэтому имеющая место неединственность определения полиномиальных составляющих проявится в неоднознач-



ности определения части спектра фиксированного фактора γ_p . Такие спектральные составляющие будут иметь вид

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!} (a)^{2k} \sum_{s=0}^{s^*-1} \frac{d_s^p a^s}{s+2k},$$

где a – ширина области изменения параметра γ_p . Они войдут в значения спектра определяемого фактора на всех частотах («размажутся» по его спектру), что в вычислительном отношении приведет к проблеме устойчивости. Ее решение потребует использования дополнительных регуляризирующих процедур, подавляющих соответствующие части спектра. Такие составляющие удастся согласовать между собой в случае площадных систем наблюдения [125]. Но даже при эффективной работе данного типа процедур с их помощью не решается проблема однозначного определения параметров и ввода необходимой априорной информации, так как процедуры способствуют подавлению неоднозначных составляющих, но не их определению.

4.2. Оптимизация использования априорной информации

4.2.1. Виды априорной информации

При решении обратных геофизических задач виды априорной информации могут быть самыми различными. Кроме того, могут различаться и способы ее использования. Все зависит от данных, которыми располагают геофизики в процессе обработки и интерпретации реальных материалов. Отметим, что интерпретацию можно воспринимать как решение обратных задач в расширенном смысле. Поэтому вопросы использования априорной информации актуальны для многих областей геофизики, в частности при интерпретации и решении обратных задач в области потенциальных полей [214, 266].

Существенным моментом для определения априорной информации является возможность проведения дополнительных геофизических исследований изучаемых объектов. При этом эффективное использование априорной информации в процессе обработки и интерпретации



сейсмических данных представляет собой нетривиальную проблему. Обычно ее решение строится исходя из интуитивных соображений и опыта работы с конкретным материалом, полученным в определенных сейсмогеологических условиях. Иногда удается рассматривать эту проблему на формальном уровне в рамках рафинированной математической постановки исходной обратной задачи, что дает лучшее понимание ее особенностей и позволяет построить эффективные процедуры введения априорной информации в процессе решения соответствующей обратной задачи. Это повышает объективность получаемых результатов и может существенно оптимизировать затраты на получение требуемой информации. Как правило, такие исследования основываются на анализе структуры модели, используемой при решении задачи, а также особенностей наблюдений, применяемых для получения исходных данных (их структуры, характеристик и пр.).

Одним из классических примеров, где исследование вопросов эффективного использования априорной информации может быть выполнено формально, является задача определения параметров двухслойной среды с плоской границей по годографам преломленных волн [14]. Задача коррекции временных статических поправок также относится к классической области, где проблема введения априорной информации обсуждалась длительное время и является актуальной до настоящего времени. При ее решении необходимо определять объем требуемой априорной информации, а также ее структуру [88, 89, 126, 211, 268, 272, 290]. Аналогичные исследования требуется проводить и для задач частотно-зависимой статики [97, 98, 217, 260]. Они также актуальны для проблем коррекции амплитуд и формы сигналов при современных многокомпонентных исследованиях [285, 286]. Эти задачи близки по своим постановкам к рассматриваемой задаче многомерной гомоморфной фильтрации и структурной декомпозиции волнового поля, которые возникают при оценивании параметров локальных целевых объектов, в частности тонкослоистых нефтяных и газовых резервуаров [79, 230]. Поэтому воспользуемся идеями и предлагаемыми решениями всех перечисленных работ, чтобы проанализировать общие способы введения априорной информации и разработать оптимальный алгоритм ее использования для однозначного определения параметров факторных моделей.



Выделим два основных типа априорной информации, которые чаще всего использовались в указанных выше задачах. Они различаются способами ее получения и представления. Первый тип априорной информации включает в себя данные дополнительных геофизических исследований или результатов предварительной обработки сейсмических материалов. Например, при коррекции временных статических поправок может использоваться информация, получаемая путем микросейсмокаротажа, а при оценивании формы сейсмического сигнала в качестве такой информации могут выступать скважинные наблюдения ВСП или данные моделирования, которые получаются на основе априорной модели, построенной по скважинным данным. Другим примером этого типа информации служат условия совпадения корректирующих статических поправок или формы сигнала в точках пересечения различных профилей при обработке площадных систем наблюдения.

Второй тип априорной информации основывается на модельных и теоретических предположениях или допущениях, которые связаны с обрабатываемым сейсмическим материалом или базируются на теории, лежащей в основе сейсмических методов. Например, при обработке отраженного сигнала, полученного от опорного горизонта с выдержанными сейсмогеологическими характеристиками, можно предполагать, что его форма будет слабо меняться вдоль линии горизонта. Это связано с малой изменчивостью его отражающих характеристик по пространственной переменной, хотя характеристики самого сигнала и его формы могут обладать достаточно сложной структурой.

Каждый из приведенных типов априорной информации может принимать различные виды. Укажем только на некоторые из ее возможных видов. Одним из простейших видов априорной информации первого типа, которая может быть в реальном сейсмическом эксперименте, является следующая ситуация. В некоторых точках профиля известны или могут быть получены на основе проведения дополнительных сейсмических исследований значения части определяемых параметров. К этой же ситуации относится случай, когда из результатов предварительной обработки данных следует, что на некоторых участках площади или по отдельным горизонтам удастся получать устойчивые оценки для определенной группы искомых параметров. Такие оценки также могут выступать в роли априорной информации.



Простейшим видом второго типа информации являются статистические характеристики или соответствующие условия, которые могут быть применены для некоторых неизвестных параметров модели. Примером является условие о равенстве нулю средней величины изменений некоторого параметра. Существенной априорной информацией второго типа служат предположения о том, что у определенных параметров отсутствуют составляющие малой степени, т. е. в задаче могут определяться только высокочастотные вариации соответствующих параметров. Такой вид априорной информации обобщается условиями, накладываемыми на класс функций, которые могут участвовать в представлении (разложении) параметров задачи. В случае линейных моделей эти условия позволяют существенно уменьшить размерность нуль-многообразия в пространстве параметров модели для соответствующего оператора за счет исключения части неоднозначно определяемых составляющих.

Оба указанных типа априорной информации обладают рядом преимуществ и недостатков. Первый – при обеспечении высокой точности значений определяемых параметров является предпочтительным. Но его не всегда удастся реализовать на практике. Так, для указанной выше задачи коррекции частотно-зависимой статики необходимо обеспечить знание спектральных свойств зон возбуждения и приема в некоторых точках площади. Это требует проведения дополнительных дорогостоящих работ, которые обычно не выполняются в реальных полевых экспериментах. Для второго типа информации, как правило, нельзя гарантировать выполнения модельных предположений, используемых при ее формулировании для реальных данных, но он просто реализуется при обработке материала. Кроме того, второй тип информации может обладать наиболее помехоустойчивой формой. Как будет показано далее, в рамках предлагаемого алгоритма оба типа априорной информации могут использоваться совместно и дополнять друг друга.

Достаточно часто априорная информация может быть представлена в виде системы линейных уравнений

$$\mathbf{H}\boldsymbol{\theta}_m = \mathbf{c}, \quad (4.16)$$

где $\boldsymbol{\theta}_m$ обозначает вектор неизвестных параметров модели; матрица \mathbf{H} задает известные линейные комбинации этих параметров; \mathbf{c} – вектор, построенный на основе априорной информации. Обычно в качестве $\boldsymbol{\theta}_m$



берется исходный вектор параметров θ , но возможно использование и других модельных представлений, которые обеспечивают взаимно однозначное соответствие между θ_m и θ . Поэтому в дальнейшем при построении алгоритмов будем предполагать общее представление для векторов θ_m .

Желательным условием для априорной информации является ее полнота, т. е. возможность получения однозначных значений параметров модели. Формально это означает, что априорная информация должна обеспечивать единственность совместного решения системы уравнений

$$\begin{cases} L \theta_m = y, \\ H \theta_m = c, \end{cases} \quad (4.17)$$

где первое уравнение отвечает исходной постановке задачи с оператором L и вектором правых частей y , который формируется на основе исходных данных z . Формирование y может включать изменение исходных данных в результате их преобразования (см. разд. 3.3.3) или в связи с использованием иного представления вектора параметров θ_m .

Полнота геофизической информации не является обязательным условием в ряде алгоритмов, которые используются при построении решения обратных задач или оценивании неизвестных параметров модели (к примеру, в алгоритмах итерационного типа). Ее отсутствие необходимо учитывать на этапах интерпретации полученных результатов, чтобы сделать правильные заключения об их достоверности.

В том случае, когда исходная модель задачи представима в линейной форме, т. е. оператор L может быть представлен соответствующей матрицей \mathbf{L} , то указанное условие полноты просто формулируется на основе определения векторов нуль-многообразия матрицы \mathbf{L} системой (4.16). При этом векторы нуль-многообразия матрицы \mathbf{L} будут обладать наиболее простой структурой для допустимых планов наблюдений Q . В дальнейшем условие допустимости Q всегда считается выполненным.



4.2.2. Различные способы введения априорной информации

Для рассматриваемых факторных моделей свойство линейности оператора задачи для исходных или преобразованных данных может быть выполнено. Поэтому будем рассматривать требуемые способы введения априорной информации для случаев, когда первое из операторных уравнений (4.17) является линейной системой уравнений. В случае факторных моделей оператор $L = \mathbf{X}$. Не претендуя на полноту рассмотрения проблемы, укажем четыре возможных способа, которые можно считать наиболее распространенными при решении соответствующих задач.

(1) Последовательное решение системы (4.17). Предварительно решив второе матричное уравнение, находим часть значений вектора θ_m . Затем, подставляя их в первое матричное уравнение, определяем оставшиеся значения неизвестных параметров модели, что подобно классическому алгоритму обратной подстановки [23]. Способ можно реализовать иначе при знании линейно-зависимых уравнений в первом матричном равенстве. Тогда, выполнив их замену уравнениями из второго равенства, решаем преобразованное матричное уравнение.

Недостатки способа:

- малая технологичность в случае изменения матрицы \mathbf{H} при неизменной матрице исходной задачи \mathbf{L} ;
- трудности анализа статистических свойств получаемых оценок при наличии помех в исходных наблюдениях;
- сложность определения линейно-зависимых строк у матрицы \mathbf{L} при больших размерностях исходной задачи. Это же проявляется и в трудности проверки имеющейся априорной информации на полноту.

(2) Построение некоторого решения $\hat{\theta}_m$ первого матричного уравнения системы (4.17) на основе итерационных процессов (примером служат [89, 290]) или посредством обобщенной инверсии [4], которое совпадает с истинным решением задачи θ_m^* с точностью до векторов нуль-многообразия матрицы \mathbf{L} . Затем решаем систему

$$\mathbf{H}(\theta_m^* - \hat{\theta}_m) = \mathbf{c} - \mathbf{H}\hat{\theta}_m \quad (4.18)$$



и с учетом полноты априорной информации находим значения вектора разностей $\Delta \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_m^* - \widehat{\boldsymbol{\theta}}_m \in \ker(\mathbf{L})$. Далее определяем требуемое решение задачи.

Недостатки способа:

– малая скорость сходимости итерационного процесса при значительных различиях в значениях максимального и минимального (отличного от нуля) собственного значения матрицы \mathbf{L} ;

– сложность анализа свойств получаемых оценок как статистического, так и вычислительного характера.

(3) При минимизации целевого функционала исходной задачи используются множители Лагранжа для условий в форме (4.16). Как известно, в этом случае приходим к системе матричных уравнений вида [13]

$$\begin{cases} \mathbf{L}^T \mathbf{L} \boldsymbol{\theta}_m + \mathbf{H}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{L}^T \mathbf{y}, \\ \mathbf{H} \boldsymbol{\theta}_m = \mathbf{c}, \end{cases} \quad (4.19)$$

где $\boldsymbol{\lambda}$ – вектор множителей Лагранжа; Γ – обозначает операцию транспонирования. Когда априорная информация обладает полнотой, то расширенная матрица данной системы является невырожденной и решение МНК получается на основе g -обратной матрицы [119]. При этом строится соответствующая обратная матрица

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{L}^T \mathbf{L} & \mathbf{H}^T \\ \mathbf{H} & \mathbf{O} \end{Bmatrix}^{-1} = \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 & \mathbf{a}_4 \end{Bmatrix},$$

которая определяет некоторое решение системы (4.19) в виде $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_m = \mathbf{a}_1 \mathbf{L}^T \mathbf{y} + \mathbf{a}_2 \mathbf{c}$. Несложно показать [97], что данное решение является одним из эквивалентных и совпадает с решением исходной задачи с точностью до векторов нуль-многообразия матрицы \mathbf{L} . Поэтому можно воспользоваться вторым матричным уравнением для определения соответствующих разностей, как было сделано во втором способе, и на их основе построить точное решение задачи.



Недостатки способа:

- малая технологичность при изменении матрицы \mathbf{H} ;
- снижение качества оценок параметров модели при плохой обусловленности расширенной матрицы. Это существенно зависит от вида матрицы \mathbf{H} , который определяется структурой и объемом реально имеющейся априорной информации. Последнее часто приводит к необходимости увеличения требуемой информации.

(4) При построении системы линейных уравнений исходной модели для векторов θ_m используется некоторое разложение по набору базисных функций $\{f_r\}$. При этом в качестве функций f_r выбираются такие, которые позволяют максимально сузить нуль-многообразие матрицы \mathbf{L} посредством исключения из него составляющих, не принадлежащих к соответствующему классу функций. Примером является использование тригонометрических функций в случае факторных моделей линейного типа, как отмечалось в разд. 4.1.1. Комментарии о возможных ограничениях и недостатках такого разложения приведены в разд. 4.1.3.

Перечисленные способы и краткий анализ их недостатков позволяют сформулировать основные требования, которым должны удовлетворять эффективные алгоритмы использования априорной информации.

1. Технологичность. Они должны обеспечивать простую перестройку решения исходной задачи при изменении или дополнении априорной информации.

2. Эффективность вычислительных процедур. Алгоритмы должны обладать высоким быстродействием и устойчивостью по отношению ко всей процедуре определения параметров модели.

3. Эффективность использования информации. Алгоритмы должны способствовать минимизации количества априорных данных, которые обеспечивают единственность решения задачи с фиксированным уровнем точности.

Ниже рассматривается метод и предлагается алгоритм, который может удовлетворять указанным требованиям. В основе метода лежит понятие псевдоаприорной информации, которое было введено выше (см. разд. 4.1.3).



4.2.3. Оптимальный метод использования априорной информации

Существенным моментом при рассмотрении и использовании априорной информации является линейность исходной задачи. Вопросы анализа требуемой априорной информации могут быть рассмотрены на основе исследования структуры векторов нуль-многообразия соответствующей системы линейных уравнений. Такое исследование, выполняемое с формальных позиций, позволяет построить оптимальные схемы использования априорных данных для различных моделей и реальных систем наблюдения. Подобный подход может быть обобщен на широкий круг геофизических задач, в которых наблюдения или их трансформации представимы в виде системы линейных уравнений с прямоугольной матрицей. В частности, такими задачами могут быть линеаризованные задачи томографии. Поэтому предлагаемый ниже метод введения априорной информации обладает достаточной универсальностью и может использоваться при решении других задач.

Общая идея метода состоит в двухэтапной процедуре формирования и применения априорной информации, где на первом этапе обеспечивается единственность и устойчивость получаемых решений, а на втором – их корректировка с использованием минимального объема априорных данных, получаемых в реальных экспериментах. Последний этап метода дает возможность существенно оптимизировать затраты на проведение дополнительных исследований, требуемых для получения соответствующих данных. Кроме того, предлагаемая процедура позволяет обеспечить высокую технологичность построения оценок неизвестных параметров, но не обладает указанным недостатком способа (2). При этом существующие методы построения решений систем линейных уравнений [23, 118, 131, 133] дают возможность осуществлять первый этап процедуры без больших затруднений. На обоих этапах существенную роль будет играть анализ структуры векторов нуль-многообразия.

Рассмотрим первый этап предлагаемого метода. При выполнении этого этапа, исходя из знания структуры нуль-многообразия матрицы \mathbf{L} для исходной системы, строится система уравнений, аналогичная (4.16),

$$\mathbf{H}^+ \boldsymbol{\theta}_m = \mathbf{c}^+, \quad (4.20)$$



которая отвечает псевдоаприорной информации, задаваемой посредством матрицы \mathbf{H}^+ . При этом требуется только, чтобы матрица \mathbf{H}^+ обеспечивала хорошую обусловленность расширенной матрицы системы (4.17). Важным является то, что псевдоаприорная информация может быть сформулирована совершенно вне зависимости от реальных особенностей геофизического эксперимента на основе формальных принципов. Затем строится обратная матрица

$$\left\{ \begin{array}{cc} \mathbf{L}^T \mathbf{L} & \mathbf{H}^{+T} \\ \mathbf{H}^+ & \mathbf{O} \end{array} \right\}^{-1} = \left\{ \begin{array}{cc} \mathbf{a}_1^+ & \mathbf{a}_2^+ \\ \mathbf{a}_3^+ & \mathbf{a}_4^+ \end{array} \right\}, \quad (4.21)$$

как в способе с неопределенными множителями Лагранжа. Это позволяет определить некоторое эквивалентное решение исходной задачи. Когда псевдоаприорная информация задается посредством конечных разностей (4.15), то можно положить $\mathbf{c}^+ = \mathbf{0}$, и решение представимо в форме $\hat{\boldsymbol{\theta}}_m^+ = \mathbf{a}_1^+ \mathbf{L}^T \mathbf{y}$.

При полном отсутствии априорной информации построенное решение $\hat{\boldsymbol{\theta}}_m^+$ может считаться окончательным. Оно может быть использовано для различных целей с учетом того, что неоднозначные составляющие параметров модели были определены или зафиксированы на основе некоторой псевдоаприорной информации, которая выбиралась из эвристических соображений и не была подтверждена реальными наблюдениями.

Для сохранения общности построений здесь используется обозначение матрицы \mathbf{L} , которая для факторных моделей совпадает с матрицей \mathbf{X} . Поэтому в выражении (4.21) для таких моделей $\mathbf{L}^T \mathbf{L} = \mathbf{X}^T \mathbf{X} = \mathbf{A}$. Также при работе с факторными моделями можно воспользоваться полученными выше результатами при формировании псевдоаприорной информации и соответствующих матриц \mathbf{H}^+ (см. разд. 4.1.3). При задании такого вида псевдоаприорной информации матрица \mathbf{H}^+ будет состоять только из нулей и единиц. Примеры матриц (4.21) для различных факторных моделей были построены в работах [88, 97].



Второй этап процедуры уже непосредственно использует имеющуюся априорную информацию. Он начинается с нахождения вектора разности $\Delta\theta^+ = \theta_m^* - \hat{\theta}_m^+$ через решение системы (4.18). Современные методы позволяют построить некоторое решение системы линейных уравнений с прямоугольными матрицами при любом объеме априорных данных. Однако лучше, если априорная информация обладает полнотой. Тогда значения вектора $\Delta\theta^+ \in \ker(\mathbf{L})$ определяются однозначно и можно полностью определить вектор истинных значений параметров модели как $\theta_m^* = \hat{\theta}_m^+ + \Delta\theta^+$.

При определении значений векторов $\Delta\theta^+ \in \ker(\mathbf{L})$ полезно использовать результаты изучения структуры векторов нуль-многообразия соответствующей матрицы \mathbf{L} . Это позволяет подойти к их определению с менее формальных позиций, что дает возможность уменьшить требуемый объем априорных данных. Пример такого определения будет дан в разд. 4.3.

У предлагаемого подхода имеется следующий положительный момент. Если при обработке реальных данных структура исходной матрицы сохраняется, например в случае стандартных схем наблюдения или рассмотрения набора частот, то можно заранее подготовить матрицы \mathbf{a}_1^+ . Это существенно повышает быстродействие всей процедуры. При этом также упрощается анализ статистических свойств получаемых оценок, так как свойства $\hat{\theta}_m^+$ хорошо изучены во многих работах по статистике. Таким образом, требуется только рассмотрение изменений этих свойств за счет характеристик вводимых априорных данных, т. е. вектора \mathbf{c} .

Схема предложенного оптимального метода ввода априорной информации создает хорошую алгоритмическую основу для разработки программных модулей, обеспечивающих ее эффективное использование в задаче декомпозиции формы сигнала и общих методах нелинейной минимизации целевого функционала [152]. При этом достигается несколько целей. Укажем две из них, которые, по нашему мнению, являются наиболее значимыми.

- **(1)** Вычислительная устойчивость решений полностью определяется свойствами матриц расширенных систем линейных уравнений, аналогичных (4.19).



• (2) Введение имеющейся априорной информации не изменяет устойчивости получаемого решения вне зависимости от ее вида, а точность окончательного решения будет полностью соответствовать точности априорных данных.

Важным представляется также и то, что свойства окончательного решения задачи $\hat{\theta}_m$ при использовании псевдоаприорной информации определяются следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_m = \hat{\theta}_m^+ + \Delta\theta_m, \\ \hat{\theta}_m^+ = \mathbf{a}_1^+ \mathbf{L}^T \mathbf{y}, \\ \mathbf{H} \Delta\theta_m = \mathbf{c} - \mathbf{H} \hat{\theta}_m^+, \end{cases} \quad (4.22)$$

где \mathbf{H} – матрица имеющейся априорной информации. Второе равенство этой системы может быть преобразовано к виду, связанному с истинным решением задачи θ_m^* и аддитивной помехой ε исходной модели (3.18), как

$$\hat{\theta}_m^+ = \theta_m^* - \mathbf{a}_2^+ \mathbf{H}^+ \theta_m^* + \mathbf{a}_1^+ \mathbf{L}^T \varepsilon. \quad (4.23)$$

Здесь необходимо учесть, что $\mathbf{L}^T \mathbf{y} = \mathbf{L}^T \mathbf{L} \theta_m + \mathbf{L}^T \varepsilon$ при любом эквивалентном решении задачи, в том числе и истинном, а также $\mathbf{a}_1^+ \mathbf{L}^T \mathbf{L} = \mathbf{I} - \mathbf{a}_2^+ \mathbf{H}^+$, где \mathbf{I} является единичной матрицей требуемого порядка, что следует из определения обратной матрицы и выражения (4.21).

Система (4.22) и равенство (4.23) дают возможность рассмотреть все особенности решения. В частности, их анализ позволяет дать статистические характеристики решения $\hat{\theta}_m$ (см. разд. 4.4.2). Такие характеристики могут оказать существенное влияние на качество и свойства оценок параметров, получаемых при использовании данного алгоритма в задачах факторной декомпозиции (см. разд. 5.1), а также многомерной гомоморфной фильтрации и блайнд-деконволюции (см. разд. 1.3.2).

При реализации программных модулей наилучшей представляется их организация по следующим действиям. Первое действие – сформи-



ровать матрицы исходной системы линейных уравнений \mathbf{L} для различных моделей факторной декомпозиции и структуры исходных наблюдений. Второе – определить и проанализировать векторы нуль-многообразия этих матриц, что позволит сформулировать условия для минимального объема требуемых априорных данных. Третье – задать псевдоаприорную информацию, обеспечивающую устойчивое и единственное решение задачи. Четвертое – зафиксировать неоднозначно определяемые составляющие модели на основе имеющихся априорных данных.

При разработке программных модулей следует учесть два важных момента, которые повышают их универсальность и эффективность. Первый момент относится к способам получения векторов $\hat{\theta}_m^+$. Они могут быть получены любым эффективным способом, а не только на основе псевдоаприорной информации, например с использованием процесса последовательного уточнения (см. разд. 3.6). Однако для всех таких векторов должно выполняться условие о сохранении в их значениях неоднозначно определяемых составляющих параметров.

Вторым моментом является определение требуемого объема априорных данных, необходимых для однозначного определения $\Delta\theta_m$. Он основан на понимании причин, приводящих к линейным зависимостям, которые вызваны связями между различными группами параметров или факторами, входящими в модель. Если анализ векторов нуль-многообразия дает возможность выявить тип этих связей, например полиномиальную зависимость до определенной степени, то можно уменьшить объем требуемой априорной информации. Тогда нет необходимости фиксировать каждую неоднозначно определяемую составляющую в отдельной группе параметров. Достаточно зафиксировать только часть этих составляющих, чтобы устранить линейные зависимости между различными группами параметров. Оставшаяся часть неоднозначно определяемых составляющих параметров находится из условия их принадлежности к векторам заданного нуль-многообразия, что позволяет воспользоваться связями, которые существуют между векторами внутри многообразия. В результате удастся почти в два раза сократить объем априорных данных. Это иллюстрирует модельный эксперимент, рассмотренный в следующем разделе.



4.3. Эксперимент по оптимальному использованию априорной информации

4.3.1. Назначение эксперимента и подготовка исходных данных

Эксперимент был специально выполнен для демонстрации особенностей и возможностей методов многомерной гомоморфной фильтрации, а также важности алгоритмов эффективного использования априорной информации при решении задач, связанных с декомпозицией формы сигнала [231]. Рассмотренные в этом эксперименте вопросы касаются всех построенных методов вне зависимости от того, относятся они к процедурам обработки, направленным на устранение вариаций условий возбуждения и приема, или к процедурам подготовки данных для решения обратных задач, когда основной целью является импульсная характеристика целевого объекта и исходный импульс посылки.

При подготовке модели и расчете модельных трасс применялась схема эксперимента, изображенная на рис. 4.3, *а*. Там же представлены структура модели среды и положение источников. Модель среды в данном случае представляла собой наиболее простой вариант месторождения «Альбокора» (шельф Бразилии) в области выклинивания целевого горизонта, когда покрывающая толща представляет собой однородную среду.

В рамках заданной модели на основе метода, рассматриваемого в работах [225, 227], были рассчитаны синтетические сейсмограммы для системы наблюдений, содержащей 19 источников. Каждому источнику отвечала расстановка, содержащая 13 приемников. Показанная на рис. 4.3, *а* расстановка приемников отвечала первому моделируемому источнику. Расстояние между источниками и приемниками составляло 25 м. Полная система наблюдений изображена на рис. 4.5.

В простейшем случае, когда условия возбуждения и приема являются идеальными, т.е. условия приема постоянны, а во всех источниках задана одна и та же форма сигнала $s(t)$, наблюдаемый отраженный сигнал от целевого горизонта имеет вариации формы сигнала, связанные только с особенностями строения целевого горизонта. Это хорошо видно на рис. 4.3, *б*.

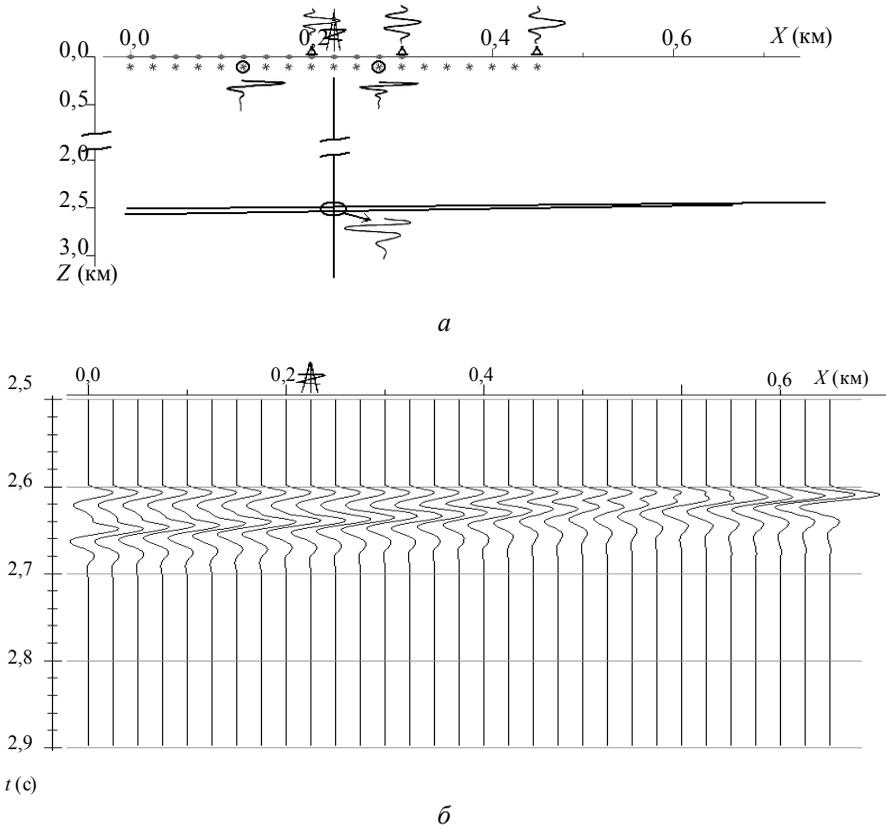


Рис. 4.3. Модельный эксперимент по использованию априорной информации в задаче декомпозиции формы сигнала:

а – схема эксперимента; б – часть временного разреза, содержащая отраженный сигнал от целевого горизонта

Однако если происходят вариации характеристик источников и приемников, то изменения формы сигнала могут быть существенно сложнее. Чтобы смоделировать эту ситуацию при расчете сейсмограмм, для каждого источника задавался свой импульс, т. е. $s_i(t)$. Примеры двух таких импульсов для 6-го и 12-го источников показаны на рис. 4.3, а. Кроме того, в процессе моделирования учитывалось, что для отдельных приемников могут наблюдаться вариации во временных и спектральных характеристиках, что моделировалось изменениями



импульсных характеристик $r_j(t)$. На рис. 4.3, *a* показаны примеры характеристик приема для трех таких областей: 9, 13 и 19. Получаемые при этом изменения формы отраженного сигнала хорошо видны на рис. 4.4. Сопоставление соответствующих трасс (рис. 4.3, *б* и 4.4) показывает, насколько такие изменения могут быть значимыми. Очевидно, что они будут играть существенную роль как при решении обратных задач, так и при интерпретации результатов обработки.

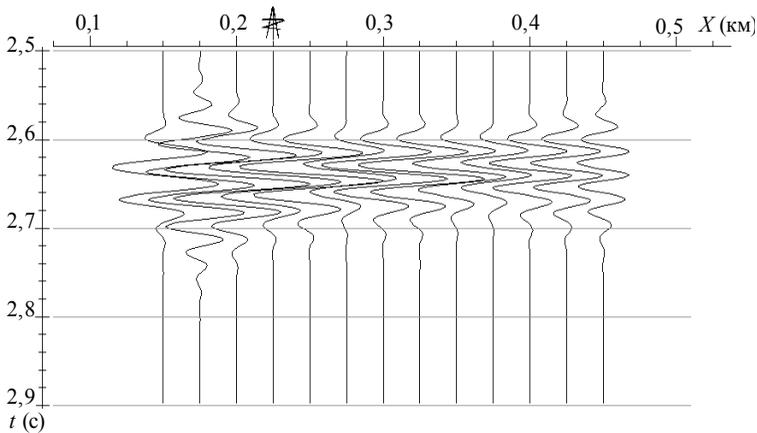


Рис. 4.4. Модельные трассы, содержащие отраженный сигнал от целевого горизонта и отвечающие нулевым удалениям источник–приемник для участка профиля, где проводилась коррекция формы сигнала

Показанные на рис. 4.3, *a* примеры временных характеристик, которые отвечали указанным областям источников и приемников, одновременно являлись и априорной информацией для данного эксперимента. Таким образом, они считались определенными на основе дополнительных исследований и участвовали в последующем процессе корректировки формы сигнала. В рамках эксперимента также предполагалось, что в точке профиля с координатой 0,225 км расположена скважина, позволяющая определить импульсную характеристику для зоны отражения от целевого горизонта при нормальном падении волны в данной точке, т. е. определялась $g_{i+j}(t)$ для соответствующей точки.



Основой для эксперимента служила четырехфакторная модель (2.13). Она являлась некоторым расширением модели Гурвича (см. разд. 1.2.1), когда дополнительная импульсная характеристика $l_{i-j}(t)$ позволяет учесть изменение формы сигнала, связанное с удалением источник–приемник. В основе интерпретации характеристики $l_{i-j}(t)$ лежат выражения (2.11).

Используемая модель обеспечивала хорошее приближение для отраженного сигнала в рассматриваемом модельном эксперименте. Это позволяло с высокой точностью выполнить декомпозицию формы моделируемых сигналов, что гарантировало и высокую надежность при проверке использования априорной информации. В случае более сложных моделей среды необходимо было бы использовать усложненные описания для импульсной характеристики отражения, в частности эффективную динамическую модель (см. разд. 2.1.1). Подобные усложнения повлияли бы на объем и вид требуемой априорной информации, а также потребовали бы исследований по точности декомпозиции.

4.3.2. Доопределение параметров на основе априорной информации

Согласно общей схеме гомоморфной декомпозиции (см. разд. 1.3.2) необходимо перейти к линеаризованному представлению используемой модели (2.13), которая описывает возможные изменения формы анализируемого сигнала. Такая линеаризация осуществлялась путем перехода от временного представления моделируемых трасс к логарифмам спектральных характеристик интервалов трасс, которые содержат сигнал, являющийся отражением от целевого горизонта. После логарифмирования соответствующих спектральных характеристик для четырехфакторной модели при отсутствии помехи имеем следующее линейное представление:

$$\ln \{ y_{ij}(\omega) \} = \ln \{ s_i(\omega) \} + \ln \{ r_j(\omega) \} + \ln \{ g_{i+j}(\omega) \} + \ln \{ l_{i-j}(\omega) \}. \quad (4.24)$$

Оно может быть представлено в эквивалентной форме

$$z_{ij}(\omega) = \alpha_i(\omega) + \beta_j(\omega) + \gamma_{i+j}(\omega) + \lambda_{i-j}(\omega) \quad (4.25)$$



или для фиксированной частоты в наиболее простой факторной форме

$$z_{ij} = \alpha_i + \beta_j + \gamma_{i+j} + \lambda_{i-j}, \quad (4.26)$$

которая совместно со структурой системы наблюдений определяет матрицу \mathbf{A} системы МНК и ее свойства (см. разд. 3.5). Аналогичная модель под номером (II) анализировалась выше (см. разд. 4.1.2), где было показано, что в ней неоднозначно определяются полиномиальные составляющие второй степени.

Основываясь на проведенном выше анализе влияния структуры наблюдений на свойства оценок и неоднозначно определяемых составляющих, выберем план наблюдений, как показано на рис. 4.5. Он являлся допустимым (см. разд. 3.5.2) для факторной модели (4.26).

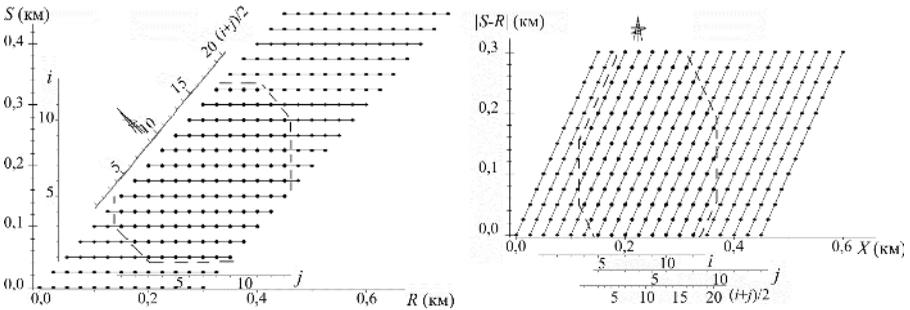


Рис. 4.5. Отбор наблюдений, используемых при декомпозиции формы сигнала:

a – представление отбираемых наблюдений в координатах источников и приемников; b – их представление в координатах удалений источник–приемник и линии профиля

При изображении отобранных наблюдений на рис. 4.5 даны два вида представления исходных наблюдений. Первый вид (рис. 4.5, a) является классическим и наиболее часто используется в зарубежной литературе. Второй вид (рис. 4.5, b) был традиционен для российских специалистов по сейсморазведке. По мнению автора, второе представление лучше отвечает задаче определения составляющих сигнала, характеризующих его изменения от положения ОЦТ и удаления источник–приемник. Комментарии к различиям этих представлений имеются в книге [295].



Учитывая допустимость плана наблюдений и неоднозначность в определении параболических составляющих факторов модели (4.26), воспользуемся псевдоаприорной информацией, позволяющей зафиксировать такие составляющие. Требуемая псевдоаприорная информация определяется выражениями (4.15) до второго порядка включительно. Это позволяет построить обратную матрицу в форме (4.21) для соответствующей расширенной системы линейных уравнений и определить значения факторов на каждой из рассматриваемых частот. Такие значения определялись в виде вектора параметров $\hat{\boldsymbol{\theta}}^+ = \mathbf{a}_1^+ \mathbf{X}^T \mathbf{z}$, который имел упорядоченные значения факторов: источников, приемников, ОЦГ и удалений, а вектор \mathbf{z} представлял собой значения логарифмов спектральных характеристик интервалов трасс для фиксированной частоты. Пример вектора $\hat{\boldsymbol{\theta}}^+$, полученного на одной из обрабатываемых частот, показан на рис. Г5, а (см. графическое приложение). Видно, что его значения отличаются от истинных на составляющие векторов нуль-многообразия матрицы $\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$. В данном случае – это параболы.

Цель проводимой декомпозиции формы сигнала – нахождение характеристик $g_{i+j}(t)$ и $l_{i-j}(t)$, которые определяют изменения формы сигнала, связанные с целевым горизонтом. Учитывая неоднозначность в определении параболических составляющих для каждого из рассматриваемых факторов, получаем, что для однозначного определения значений вектора разности $\Delta \boldsymbol{\theta} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^+ - \boldsymbol{\theta}^*$ по каждому из параметров модели требуется знание его значений не менее чем в трех точках наблюдения. Таким образом, исходя из формальных соображений нам необходимо иметь дополнительно 12 спектральных характеристик, отвечающих факторам $\alpha_i, \beta_j, \gamma_{i+j}, \lambda_{i-j}$. Однако использование шести уравнений, которые следуют из принадлежности соответствующих векторов к нуль-многообразию, дает возможность сократить их число до шести. При этом требуемые спектральные характеристики могут отвечать только трем из указанных факторов следующим образом: три отвечают одному из факторов, две – другому и одна – третьему. Поэтому мы можем воспользоваться, как было указано выше, тремя известными импульсными характеристиками областей приема, двумя



импульсными характеристиками источников, а также импульсной характеристикой области отражения в точке расположения скважины.

На рис. Г5, а (см. графическое приложение) соответствующие значения спектральных характеристик для частоты 20 Гц выделены красным цветом: $\alpha_4 \cong 12$, $\alpha_{12} \cong 18$, $\beta_3 \cong 8$, $\beta_7 \cong -10$, $\beta_{13} \cong -4$ и $\gamma_9 \cong 8$. Таким образом, воспользовавшись указанными значениями факторов, несложно определить значения вектора разностей $\Delta\theta$ в соответствующих точках профиля (рис. Г5, б, см. графическое приложение). Это позволяет нам первоначально найти неоднозначно определяемую параболическую составляющую у фактора приемника, т. е. β_j . Найденные при этом коэффициенты полинома и условие принадлежности соответствующих составляющих нуль-многообразию обеспечивают определение коэффициента при второй степени у полинома фактора источника, т. е. α_i . При этом использование двух значений разности по данному фактору совместно с этим коэффициентом позволяет определить всю неизвестную составляющую фактора источника. Продолжая этот процесс, находим все компоненты вектора $\Delta\theta$, что дает возможность полностью определить точные значения полного вектора параметров модели (4.26).

4.3.3. Влияние априорной информации на результаты восстановления импульсной характеристики отражающего объекта

Интересным представляется использование построенного решения для последующей интерпретации или решения задач инверсии формы сигнала. Для этой цели могут быть использованы полученные оценки факторов γ_{i+j} , λ_{i-j} . После потенцирования и перехода во временную область на их основе может быть получена либо импульсная характеристика $g_{i+j}(t)$, определяющая отклик целевого объекта при совмещенном источнике и приемнике, либо полная характеристика отражения $g_{i+j}(t) * l_{i-j}(t)$.

На рис. 4.7 представлены модельные трассы, отвечающие соответствующей части временного разреза (см. рис. 4.3, б), которые были получены на основе оценок параметров α_i , γ_{i+j} в случае использования



псевдоаприорной информации. Указанные оценки параметров позволяют создать сигнальные составляющие $s(t) * g_{i+j}(t) \equiv w(t) * g_{i+j}(t)$, представляющие отраженный сигнал от целевого горизонта при нормальном падении волны. Видно, что в результате декомпозиции формы сигнала и устранения вариаций, связанных с изменениями в условиях возбуждения и приема, форма сигнала улучшилась по сравнению с исходными трассами (см. рис. 4.4). Сопоставление их с трассами, которые отвечали истинным характеристикам отражения от целевого горизонта, представленного на рис. 4.3, б, свидетельствует об их значимом различии. Так, отраженный сигнал (рис. 4.6) обладает более низкой частотой и отличной от исходного сигнала формой, и происходит визуальное приближение области выклинивания к точке расположения скважины. Очевидно, что все эти моменты играли бы существенную роль как в задаче инверсии формы сигнала, так и при интерпретации результатов обработки.

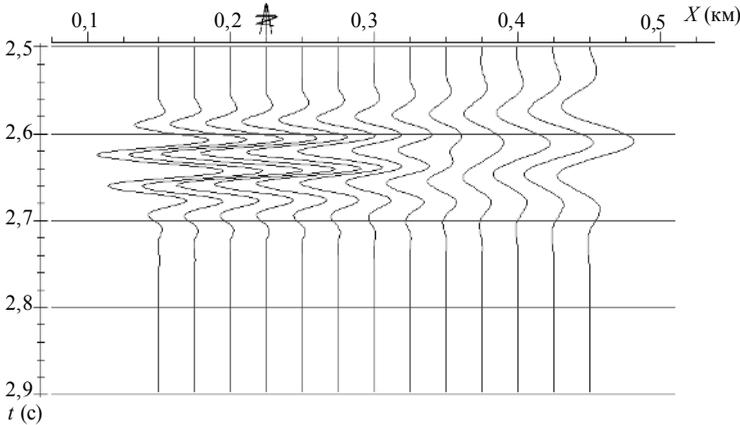


Рис. 4.6. Модельные трассы, содержащие отражения для целевого горизонта, полученные после декомпозиции формы сигнала, с использованием только псевдоаприорной информации

В то же время построение тех же сигналов с использованием оценок параметров α_i , β_j , γ_{i+j} , λ_{i-j} , полученных на основе предлагаемого алгоритма, обеспечивающего оптимальное использование имеющейся априорной информации, позволяет точно определить



характеристику отражения от целевого горизонта. На рис. 4.7 показано, что восстановленная таким образом форма отраженного сигнала полностью совпадает с истинной в области обрабатываемого участка профиля.

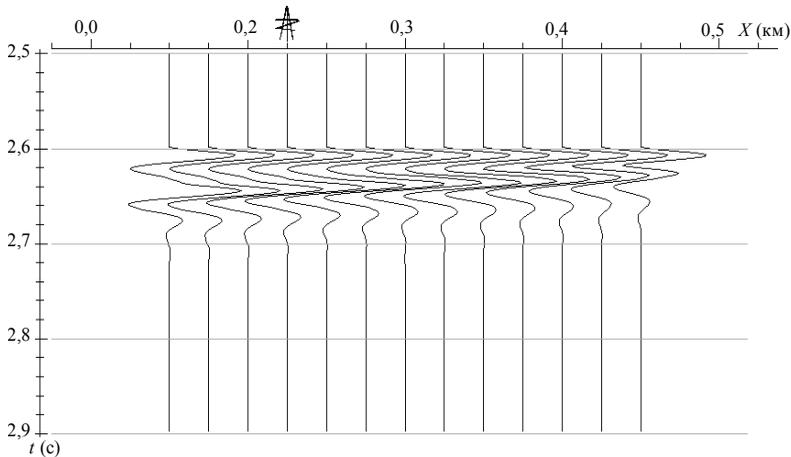


Рис. 4.7. Модельные трассы, содержащие отражения для целевого горизонта, полученные после декомпозиции формы сигнала с учетом априорной информации

Проведенный модельный эксперимент подтвердил эффективность предлагаемого метода и алгоритма. При этом существенным является его двухшаговость. Первый шаг выполняется достаточно формально без рассмотрения вопросов о возможности получения априорной информации и постановке дополнительных полевых исследований. На втором же шаге решение этих вопросов может быть получено исходя из возможностей проведения дополнительных исследований. Так, в выполненном эксперименте использовалась информация о трех импульсных характеристиках приемников и двух источниках. Однако если бы имелся достаточный объем скважинной информации, то основные априорные данные можно было бы получить на ее основе, уменьшив количество исследований, связанных с изучением условий возбуждения и приема.

В заключение отметим, что проблема получения и использования априорной информации в задачах инверсии формы сигнала сложна и



разнообразна. Возможно, она труднее подобной проблемы, существующей в задачах коррекции времен прихода отраженных волн. В ней возникают достаточно сложные вопросы, связанные с тем, как получать соответствующую информацию и оптимизировать ее объем. Если в процедурах, ориентированных на времена прихода волн, в частности коррекции статики, такая априорная информация может быть получена на основе проведения работ по микросейсмокаротажу или увязывании глубин со скважинными данными, то в задачах инверсии формы сигнала остается открытым вопрос о проведении дополнительных полевых исследований, сопровождающих основные сейсмические наблюдения. Одновременно результаты выполненного эксперимента показывают, что указанная проблема может быть одной из ключевых при практическом использовании различных инверсных алгоритмов. Сопоставив решение обратных динамических задач с инверсией времен прихода волн, можно утверждать, что решение данной проблемы будет настолько же важным, как решение задач коррекции временных статических поправок.

4.4. Свойства рассматриваемых преобразований

4.4.1. Свойства регулярного типа

Многие из свойств, сформулированных в этом разделе, уже рассматривались выше. Здесь они объединены и сжато определены, что позволяет лучше понять, как свойства взаимодействуют между собой, как они связаны с характеристиками исходных данных и какое влияние оказывают на результаты нелинейных преобразований. Такой анализ также важен для рассмотрения прикладных аспектов развиваемых нелинейных методов обработки сейсмических материалов.

Приводимые свойства условно разбиты на две группы: регулярные и статистические. Условность проявляется в том, что многие статистические характеристики могут давать регулярные особенности в результатах преобразования T^Φ (см. разд. 1.3.3). Например, как было показано (см. разд. 3.3.1), при малом отношении сигнал/помеха форма сигнальной составляющей, получаемой на выходе T^Φ , будет близка к корреляционной функции помехи. Имеется и обратный переход регулярных свойств в статистические характеристики результатов этого



преобразования. Например, одна из важнейших статистических характеристик – смещенность оценок существенно зависит от возможности определения векторов нуль-многообразия оператора L .

Принимая во внимание указанную условность, под регулярными свойствами в основном будем понимать те особенности, которые связаны с линейным преобразованием L для многомерных гомоморфных фильтров (см. разд. 1.3.2). Это говорит о том, что нелинейные преобразования позволяют получать решения, которые соответствуют определяемой сигнальной составляющей. С учетом того, что преобразование L совпадает для аддитивных и мультипликативных факторных моделей, получаем распространение формулируемых свойств на оба класса.

Сделаем еще один комментарий, прежде чем перейти к формулировкам конкретных свойств. Он касается гарантии полноты приводимых свойств, а также их следствий. Автор стремился обеспечить такую полноту, но, возможно, что в дальнейшем могут быть получены дополнительные свойства. Это будет только подтверждать интерес к рассматриваемым нелинейным преобразованиям и их нетривиальность.

В качестве первого регулярного свойства, которым обладают методы факторной декомпозиции (ФД), укажем следующее.

Свойство ФД-1. Составляющая $L\hat{\theta}$ факторных моделей аддитивного и мультипликативного типа, получаемая различными методами в процессе факторной декомпозиции, определяется единственным образом и совпадает с $L\theta^*$ с точностью до характеристик помехи.

Данное свойство опирается на три важных условия.

- **Условие ФД-1/1.** В случае мультипликативных моделей считается, что во всех используемых методах преобразования D и D^{-1} совпадают, т. е. обеспечена эквивалентность векторов \mathbf{z} для (3.3), а также эквивалентность результатов, когда они совпадают на уровне преобразования L .

- **Условие ФД-1/2.** Считается, что исходные данные совпадают, т. е. в них присутствует одна и та же мешающая компонента ξ . Это, как правило, определяется эквивалентностью процедур предварительной обработки.

- **Условие ФД-1/3.** При определении параметров линейной факторной модели используются различные линейные операторы H , но они обладают свойствами обобщенного обратного оператора [4],



в частности $LHL = L$, где L представляет собой линейный оператор факторной модели.

Для доказательства свойства достаточно рассмотреть вектор оценок факторов, который был получен одним из методов на уровне линейного представления данных, например, использовать процесс последовательного уточнения (см. разд. 3.6). Он имеет форму $\hat{\theta} = Hz$. Тогда выполнены следующие равенства:

$$L\hat{\theta} = LH z = LH (s^* + \varepsilon) = LHL\theta^* + LH\varepsilon = L\theta^* + LH\varepsilon, \quad (4.27)$$

где θ^* являются истинными значениями факторов, поэтому $L\theta^*$ определяет полную истинную сигнальную составляющую модели. Очевидно, что в случае аддитивных факторных моделей в качестве L берется матрица X .

Примером оператора H служит матрица $a_1^+ L^T$, которая получается через обращение расширенной матрицы (4.21), построенной на основе псевдоаприорной информации (см. разд. 4.1.3). Несложно показать, что данная матрица удовлетворяет условию ФД-1/3, так как относительно ее выполнены равенства

$$L a_1^+ L^T L = L I = L,$$

которые следуют из определения обратной матрицы, где I является единичной матрицей, совпадающей по размерности с $L^T L$.

Из свойства ФД-1 получаем

• **следствие ФД-1.1.** При использовании различных методов факторной декомпозиции, отвечающих условиям ФД-1/1–ФД-1/3, наилучшим будет являться тот, которые позволяет максимально уменьшить составляющую $LH\varepsilon$.

Это следствие может быть полезно при решении задач, связанных с оцениванием формы сигналов, которые отвечают определенным типам волн.

Однозначность определения полной сигнальной составляющей в процессе строящихся нелинейных преобразований позволяет доказать их инвариантность относительно любых видов линейной фильтрации, когда спектральная характеристика такого фильтра $K(\omega) \neq 0$ на интер-



вале частот $[\omega_1, \omega_2]$, который используется в T^Φ . Впервые доказательство этого свойства для спектрально-статистического метода в рамках трехфакторной модели и фиксированных условий, обеспечивающих однозначность решения системы линейных уравнений, было выполнено в работе [35]. Но свойство ФД-1 позволяет обобщить его на широкий класс моделей. Поэтому имеем

• **следствие ФД-1.2.** При выполнении условия ФД-1/3 нелинейное преобразование, построенное с использованием мультипликативных факторных моделей, инвариантно относительно линейного невырожденного преобразования.

Данное следствие эквивалентно равенству

$$K T^\Phi \{ x_{ij}(t) \} = T^\Phi K \{ x_{ij}(t) \}, \quad (4.28)$$

где наблюдения $x_{ij}(t)$ отвечают некоторому плану Q (см. разд. 3.5.1).

Для доказательства справедливости равенства (4.28) рассмотрим последовательность преобразований, входящих в его правую часть. Первое преобразование эквивалентно свертке $k(t) * x_{ij}(t)$, где $k(t)$ является импульсной характеристикой фильтра K . Далее согласно с (3.1) воспользуемся преобразованием D , которое дает представление, аналогичное (3.3), но имеющее форму $\mathbf{z} + \mathbf{k} = L\boldsymbol{\theta}^* + \boldsymbol{\varepsilon}$, где \mathbf{k} определяется значением $\ln K(\omega)$ при заданном ω . Переписав это представление в форме факторной модели $\mathbf{z} = \mathbf{k} + L\boldsymbol{\theta}^* + \boldsymbol{\varepsilon}$ и учитывая, что для фиксированной частоты \mathbf{k} является постоянным фактором, можно включить его в один из факторов сигнальной составляющей (см. разд. 2.1.1). Тогда имеем $\mathbf{z} = L\boldsymbol{\theta}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}$, где $\boldsymbol{\theta}_1$ совпадает с $\boldsymbol{\theta}^*$ по всем значениям, кроме значений одного фактора, куда добавлена величина \mathbf{k} . Применив оператор H , относительно которого выполнено условие ФД-1/3, получаем выражение, аналогичное (4.27). Это дает нам возможность из оценок $L\hat{\boldsymbol{\theta}} = L\boldsymbol{\theta}_1 + LH\boldsymbol{\varepsilon}$ выделить требуемую величину \mathbf{k} . Затем, выполнив преобразование D^{-1} , приходим к окончательному равенству

$$T^\Phi K \{ x_{ij}(t) \} = k(t) * T^\Phi \{ x_{ij}(t) \}.$$



Отметим, что при доказательстве инвариантности не рассматривались вопросы о возможном перераспределении отношения сигнал/помеха по частотному диапазону, где выполняется преобразование T^Φ . Уже в работе [35] указывалось, что проведение полосовой фильтрации перед выполнением спектрально-статистического метода может привести к неустойчивости. Детальный анализ ситуаций показывает, что могут быть и обратные эффекты, когда проведение фильтрации дает повышение устойчивости. Не будем здесь подробно останавливаться на данных особенностях рассматриваемых нелинейных преобразований, так как они относятся к статистическим свойствам.

Рассмотрим определение отдельных составляющих факторной природы, входящих в полную сигнальную компоненту модели. Для них справедливым является следующее

свойство ФД-2. Оценки значений отдельных факторов $\hat{\gamma}_p$, получаемые разными методами в процессе факторной декомпозиции при выполнении условий ФД-1/1–ФД-1/3, совпадают с истинными только при наличии априорной информации, обеспечивающей их однозначное определение.

Доказательство этого свойства основано на следующих моментах: эквивалентности получаемых решений с точностью до векторов нуль-многообразия матриц систем линейных уравнений (см. разд. 4.1.1), отвечающих оператору L ; отсутствию линейной зависимости между значениями отдельного фактора (см. разд. 3.5.1) и неортогональности многообразия образов и нуль-многообразия этих матриц. В результате при получении оценок факторов происходит неконтролируемое перераспределение составляющих векторов нуль-многообразия по отдельным факторам, входящим в модель сигнальной компоненты. Пример такого перераспределения приведен в разд. 3.6.4. Поэтому истинные значения факторов могут быть определены только на основе дополнительной априорной информации.

В свойстве ФД-2 неявно присутствует требование о необходимом объеме априорной информации. Оно может быть представлено как

- **условие ФД-2/1.** При нахождении $\hat{\gamma}_p$ необходимо иметь априорную информацию, объем которой достаточен для определения всех составляющих векторов нуль-многообразия, входящих в значения данного фактора.



На важность этого условия указывает следующее

- **следствие ФД-2.1.** При выполнении условий ФД-1/1–ФД-1/3 и невыполнении условия ФД-2/1 результаты факторной декомпозиции, получаемые с использованием различных методов для мультипликативных моделей, будут совпадать с точностью до некоторой фильтрации.

Получение произвольного фильтра, появляющегося в результатах факторной декомпозиции, связано с наличием произвольных частей $\Delta\gamma_p$ в значениях $\hat{\gamma}_p$, которые связаны с векторами нуль-многообразия. Так как декомпозиция выполняется по набору частот, получаем $\Delta\gamma_p(\omega)$, что и определяет спектральную характеристику такого фильтра. В отличие от спектральной характеристики фильтра $K(\omega)$, который фигурировал в ФД-1.2, $\Delta\gamma_p(\omega)$ будут различными для наблюдений, относящихся к различным значениям фактора, что приведет к искажению результата и его несоответствию истинной модели. Пример подобных несоответствий демонстрируется ниже в рамках модельного эксперимента (см. разд. 4.3), когда оценка формы отраженного сигнала получалась по значениям фактора γ_{i+j} , определенным только на основе псевдоаприорной информации. Следствие ФД-2.1 подчеркивает важность изучения вопросов формирования и использования априорной информации.

Условие ФД-2/1 может быть особенно существенным при дальнейшем использовании отдельных факторов или сигнальных составляющих в процессе обработки и интерпретации сейсмических данных, что проиллюстрировал указанный модельный эксперимент. При этом разные факторные составляющие могут потребовать разного объема априорной информации. Так, при коррекции временных статических поправок с использованием классической модели (3.28) для определения фактора c_{i+j}^0 требуется знание четырех значений этого фактора, а для фактора c_{i+j}^2 – только одно значение.

Требуемый объем априорной информации определяется посредством изучения структуры векторов нуль-многообразия, относящихся к заданному фактору (примеры имеются в разд. 3.5.3 и 3.6.4). Он, как правило, оказывается существенно меньше полного объема априорной



информации, необходимой для однозначного определения оценок всех факторов.

При определении объема априорной информации, требуемой для получения истинных значений оценок всех факторов, важным представляется анализ возможных связей между составляющими векторов нуль-многообразия. Если такие составляющие отвечают полиномиальным разложениям, то удастся уменьшить объем априорной информации. На такую возможность указывает

- **следствие ФД-2.2.** Для получения значений θ^* , которые отвечают всем факторам, входящим в $L\theta$, требуется объем априорной информации, который может быть меньше суммарного объема по отдельным факторам.

В модельном эксперименте разд. 4.3 показано, каким образом и насколько может быть уменьшена требуемая информации.

4.4.2. Статистические свойства

Они опираются на вероятностные характеристики мешающих аддитивных компонент моделей (3.1)–(3.3). Эти характеристики рассматривались в разд. 3.2 и 3.3. Ниже для вектора оценок параметров факторных моделей используется обозначение $\hat{\theta}_m$, которое применялось в разд. 4.2. Это дает возможность распространять полученные результаты на различные представления параметров, а также варьировать структурой модели при ее оптимизации. Кроме того, для вектора наблюдений используется представление (3.3), так как оно имеет линеаризованный вид сигнальной составляющей, аналогичный аддитивным факторным моделям, но подразумевается, что свойства помехи ε могут быть различными в зависимости от вида модели.

Выше уже указывалось, что статистические и регулярные свойства оценок связаны между собой. Это отражено в свойстве ФД-1. На статистические свойства также влияют и применяемые методы оценивания параметров.

Свойство ФД-3. Смещенность оценки $\hat{\theta}_m$ зависит от величины математического ожидания ε , а также от полноты и точности априорных данных.



Для доказательства нам необходимо рассмотреть разность $\theta_m^* - M\{\widehat{\theta}_m\}$.

Вначале, предположив полноту априорной информации, воспользуемся системой (4.19), чтобы представить $\widehat{\theta}_m$ следующими равенствами:

$$\begin{aligned}\widehat{\theta}_m &= \mathbf{a}_1 \mathbf{L}^T \mathbf{z} + \mathbf{a}_2 \mathbf{c} = \mathbf{a}_1 \mathbf{L}^T (\mathbf{L} \theta_m^* + \boldsymbol{\varepsilon}) + \mathbf{a}_2 \mathbf{c} = \\ &= \theta_m^* - \mathbf{a}_2 \mathbf{H} \theta_m^* + \mathbf{a}_1 \mathbf{L}^T \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{a}_2 \mathbf{c},\end{aligned}\quad (4.29)$$

где матрица \mathbf{L} отвечает линейному оператору L , задающему форму модели в случае аддитивных или мультипликативных факторов, а матрица \mathbf{H} определяется априорными данными. Представим априорные данные в виде суммы $\mathbf{c} = \mathbf{c}^* + \Delta \mathbf{c}$ идеальной части $\mathbf{c}^* = \mathbf{H} \theta_m^*$ и некоторых отклонений $\Delta \mathbf{c}$, которые могут быть вызваны различными причинами и характеризуют точность априорной информации. Тогда

$$\begin{aligned}M\{\widehat{\theta}_m\} &= \theta_m^* - \mathbf{a}_2 \mathbf{H} \theta_m^* + \mathbf{a}_1 \mathbf{L}^T M\{\boldsymbol{\varepsilon}\} + \mathbf{a}_2 \mathbf{H} \theta_m^* + \mathbf{a}_2 M\{\Delta \mathbf{c}\} = \\ &= \theta_m^* + \mathbf{a}_1 \mathbf{L}^T M\{\boldsymbol{\varepsilon}\} + \mathbf{a}_2 M\{\Delta \mathbf{c}\}.\end{aligned}\quad (4.30)$$

Следовательно, в этом случае смещение оценок определяется только $M\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$ и $M\{\Delta \mathbf{c}\}$.

Когда отсутствует полнота априорной информации, то оценки могут быть построены на основе псевдоаприорной информации (см. разд. 4.1.3). Воспользуемся выражениями (4.22) и (4.23), чтобы построить выражение для $M\{\widehat{\theta}_m\}$. Из первого матричного уравнения системы (4.22) получаем, что $M\{\widehat{\theta}_m\} = M\{\widehat{\theta}_m^+\} + M\{\Delta \theta_m\}$, где выражение для $M\{\widehat{\theta}_m^+\}$ определяется по (4.23) и имеет вид

$$M\{\widehat{\theta}_m^+\} = \theta_m^* - \mathbf{a}_2^+ \mathbf{H}^+ \theta_m^* + \mathbf{a}_1^+ \mathbf{L}^T M\{\boldsymbol{\varepsilon}\}.\quad (4.31)$$

Второе и третье уравнения (4.22) позволяют записать равенство $\mathbf{H} \Delta \theta_m = \Delta \mathbf{c} + \mathbf{H} \mathbf{a}_2^+ \mathbf{H}^+ \theta_m^*$, где $\Delta \mathbf{c}$, как и в предыдущем случае, характеризует точность априорных данных. Тогда можно построить



матрицу \mathbf{P} , которая определяет только некоторую часть составляющих вектора $\Delta\boldsymbol{\theta}_m$, так как априорные данные неполные. Следовательно, имеем

$$M\{\widehat{\boldsymbol{\theta}}_m\} = \boldsymbol{\theta}_m^* + (\mathbf{P}\mathbf{H} - \mathbf{I})\mathbf{a}_2^+ \mathbf{H}^+ \boldsymbol{\theta}_m^* + \mathbf{a}_1^+ \mathbf{L}^T M\{\boldsymbol{\varepsilon}\} + \mathbf{P}M\{\Delta\mathbf{c}\}, \quad (4.32)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица. Таким образом, кроме составляющих, связанных с $M\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$ и $M\{\Delta\mathbf{c}\}$, на смещение оценок влияет еще одна составляющая, определяемая неполнотой априорной информации.

Построенные выражения для $M\{\widehat{\boldsymbol{\theta}}_m^+\}$ и $M\{\widehat{\boldsymbol{\theta}}_m\}$ дают возможность исследовать, как смещения, вызванные различными причинами, входят в оценки параметров.

Свойство ФД-3 имеет несколько следствий, которые важно учитывать при практической реализации методов факторной декомпозиции:

- **следствие ФД-3.1.** Неполнота и низкое качество априорных данных могут приводить к смещенным оценкам даже при $M\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \mathbf{0}$;
- **следствие ФД-3.2.** При малых отношениях сигнал/помеха μ методы многомерной гомоморфной факторной декомпозиции могут дать смещенные оценки, получаемые по амплитудным спектрам, и несмещенные оценки, получаемые по фазовым спектрам, при полноте и высоком качестве априорных данных.

Остановимся на втором следствии. Оно связано с тем, что при некоторых условиях $M\{\operatorname{Re} \varepsilon_j(\omega | \boldsymbol{\theta})\} \neq 0$ (см. разд. 3.3). Но для фазовых спектров, однозначно определенных в интервале $(-\infty, \infty)$, имеется симметричность их распределения относительно значений фазового спектра сигнальной составляющей даже при малых μ , т. е. $M\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \mathbf{0}$. Это позволяет получать несмещенные оценки параметров по фазовым спектрам. Практическая важность состоит в том, что обработку фазовых спектров, куда входят, в частности, временные статические поправки, можно проводить при очень низких значениях μ . Их также можно использовать при решении обратных задач в тех случаях, когда амплитудные спектры в силу смещения получаемых оценок не дают достоверных результатов.

Укажем еще на одно следствие:

- **следствие ФД-3.3.** При наличии смещения в оценках $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_m$, полученных по различным планам наблюдений, требуются дополнительные



исследования, позволяющие устранять эти смещения, для сопоставления оценок.

Разнообразие причин, вызывающих смещения оценок, затрудняет их сопоставление или совместный анализ. При этом устранить такие смещения простыми способами, например путем простого осреднения оценок без понимания причин, которые привели к их появлению, нельзя, так как можно ухудшить качество отдельных оценок.

Теперь сформулируем не очень сильное статистическое свойство, характеризующее качество получаемых оценок.

Свойство ФД-4. Оценки $\hat{\theta}_m$, полученные в рамках факторных моделей и при выполнении условий ФД-1/3, ФД-2/1, а также при $M\{\varepsilon\} = \mathbf{0}$ и ограниченности дисперсии помех, обладают состоятельностью.

Это свойство распространяется на достаточно широкий круг факторных моделей. Так, для моделей коррекции временных статических поправок (см. разд. 3.4.3) распределение остаточных временных сдвигов ξ_{ij} часто близко к нормальному с нулевым математическим ожиданием. Даже в случае сложного распределения величин $\text{Re } \varepsilon_j(\omega | \theta)$, появляющихся в результате линеаризации мультипликативных факторных моделей, при значениях μ , превышающих 1,5, имеется ограниченность дисперсии и равенство нулю математического ожидания.

Очевидно, что могут быть сформулированы и другие вероятностные и статистические свойства, характеризующие получаемые оценки $\hat{\theta}_m$. В частности, из равенств (4.29) и соотношений (4.30)–(4.32) видно, что характеристики $\hat{\theta}_m$ отличаются от характеристик исходной помехи ε на линейное преобразование, определяемое матрицей $\mathbf{a}_1^+ \mathbf{L}^T$. Из свойств матрицы \mathbf{L}^T следует, что ее воздействие на вектор помехи эквивалентно суммированию помех, относящихся к наблюдениям, которые соответствуют определенному значению фактора (см. разд. 3.5.1 и 3.6.1). Для планов Q , отвечающих реальным сейсмическим экспериментам, в такую сумму могут входить десятки, а иногда и сотни наблюдений. Поэтому согласно центральной предельной теореме при $M\{\varepsilon\} = \mathbf{0}$ в результате такого преобразования свойства помех будут улучшаться, приближаясь к нормальному распределению.



Важность свойства ФД-4 состоит в том, что оно указывает на возможное улучшение качества оценок $\hat{\theta}_m$ при возрастании избыточности наблюдений плана Q (см. разд. 3.5.2). При этом распределения помех могут иметь достаточно произвольный вид. На это указывает

- **следствие ФД-4.1.** Нецентральность и неунимодальность распределения ε при его независимости от параметров модели не нарушают свойства ФД-4, а только могут дать дополнительную постоянную составляющую в оценках $\hat{\theta}_m$ при $M\{\varepsilon\} \neq \mathbf{0}$.

Плохим свойством распределения величин $\text{Re } \varepsilon_j(\omega | \theta)$ является именно зависимость его математического ожидания от μ , которое определяется параметрами модели. Поэтому увеличение избыточности наблюдений в плане Q при малых значениях μ не улучшает качества оценок, а может даже их ухудшать, если добавляемые наблюдения обладают меньшими значениями μ .

Когда характеристики распределения ε не зависят от параметров модели, то возникает другая ситуация при $M\{\varepsilon\} = \mathbf{d} \neq \mathbf{0}$, где компоненты вектора \mathbf{d} равны некоторой постоянной величине. Тогда $M\{\varepsilon\}$ может быть включено в сигнальную составляющую модели, т. е. смещение помехи переносится в факторную часть модели. Затем оно включается в один из факторов модели, как это было сделано при доказательстве следствия ФД-1.2. В результате получаем дополнительную постоянную составляющую в факторах модели, которая может быть определена из условия ФД-2/1.

Условие ФД-1/3, указанное в свойстве ФД-4, является достаточно типичным для исследуемых факторных моделей. Его выполнение относительно просто обеспечить с учетом полученных выше результатов по решению формируемых систем линейных уравнений, в частности можно воспользоваться псевдоаприорной информацией (см. разд. 4.2.2), как было сделано при доказательстве регулярного свойства ФД-1. Существенно сложнее при обработке реальных данных выполнять условие ФД-2/1. Поэтому практический интерес представляет следующее

- **следствие ФД-4.2.** При невыполнении условия ФД-2/1 сохраняется состоятельность оценки полной сигнальной составляющей, а также



вариаций значений факторов относительно их составляющих, принадлежащих нуль-многообразию.

Оценка сигнальной составляющей модели (3.3) имеет вид $\hat{\mathbf{s}}_m = L\hat{\boldsymbol{\theta}}_m$. При выполнении условия ФД-1/3 имеем равенства, аналогичные (4.27), которые обеспечивают несмещенность оценки $\hat{\mathbf{s}}_m$ при $M\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \mathbf{0}$. Поэтому при увеличении избыточности наблюдений плана Q получаем сходимость строящихся оценок к \mathbf{s}_m^* . На основе оценок полной сигнальной составляющей с использованием различных методов решения систем линейных уравнений может быть получено одно из эквивалентных решений, определяющее значения факторов с точностью до векторов нуль-многообразия. Качество построенного решения будет улучшаться по мере сходимости оценки сигнальной составляющей к \mathbf{s}_m^* .

Формулировка других более сильных статистических свойств, к примеру эффективности строящихся оценок, требует точного определения вероятностных характеристик помехи $\boldsymbol{\varepsilon}$ (ее распределения или нескольких первых моментов). Поэтому такие исследования должны проводиться при рассмотрении конкретных моделей. Отметим, что для геофизических наблюдений это сделать достаточно сложно с учетом большой вариабельности данных, получаемых в различных условиях.

В заключение остановимся на одном моменте, связанном с общими статистическими особенностями получения оценок в рамках факторных моделей. Это касается выбора факторной модели. Ее вид определяет структуру преобразования L и соответственно различных матриц: \mathbf{X} , $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$, $\mathbf{L}^T\mathbf{L}$, \mathbf{a}_1^+ и прочих, а также влияет на величину μ и объем требуемой априорной информации. Таким образом, он может быть определяющим для всего процесса оценивания параметров. Выбор сложной многофакторной модели повышает величину μ , но требует большего объема априорной информации и уменьшает избыточность первичных данных. Упрощение модели приводит к уменьшению величины μ и ухудшает качество оценок $\hat{\boldsymbol{\theta}}_m$ за счет недоучтенных моделью регулярных составляющих. Поэтому выбор оптимальной факторной модели, обеспечивающей наилучшее соответствие с имеющимися



данными, является одним из важных прикладных аспектов. Он может быть выполнен на основе анализа векторов разностей: $\Delta \mathbf{z} = \mathbf{z} - L\hat{\boldsymbol{\theta}}_m$ и $\Delta \boldsymbol{\theta}_p = \hat{\boldsymbol{\theta}}_p - \hat{\boldsymbol{\theta}}_p^{\text{ker}}$. Если два указанных типа векторов используются для построения квадратичных функционалов, то первые характеризуют дисперсию остаточной величины помехи, а вторые – вариабельность значений любого из факторов модели. Здесь $\hat{\boldsymbol{\theta}}_p$ – часть вектора $\hat{\boldsymbol{\theta}}_m$ со значениями фактора γ_p , а $\hat{\boldsymbol{\theta}}_p^{\text{ker}}$ – его составляющие, отвечающие нуль-многообразию. Построенные функционалы позволяют реализовать возможности дисперсионного анализа (см. разд. 3.4.1).

ГЛАВА 5

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МНОГОФАКТОРНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ ПРИ ОБРАБОТКЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ И РЕШЕНИИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

5.1. Анализ и учет вариаций формы сигнала

5.1.1. Значимость исследований

Задачи по устранению вариаций формы сигнала, вызванные неоднородностью условий возбуждения и приема сейсмических колебаний, являются одними из наиболее традиционных среди методов обработки. История их возникновения непосредственно связана с появлением многократных систем наблюдения и процессами выделения сигналов заданной природы. Первоначально их направленность относилась к коррекции времен прихода таких сигналов. Затем по мере развития сейсмических методов и построения алгоритмов решения обратных задач появилась необходимость в коррекции формы сигнала. По мнению автора, важным при рассмотрении этих задач является понимание того, что модели, используемые при коррекции временных статических поправок, могут быть применены для описания динамических особенностей сигналов в процессе многомерной гомоморфной фильтрации. При этом достаточно большое число из используемых моделей имеет вид факторных моделей, что дает возможность их исследования с общих позиций.

Следует отметить, что значимость задач коррекции при анализе, обработке и интерпретации сейсмических данных настолько высока,



что интерес к ним не ослабел до настоящего времени даже в классической области временных статических поправок [126, 268]. В рассматриваемых задачах коррекции временных статических поправок и (в более широком смысле) учета влияния поверхностных неоднородностей имеются самые разнообразные аспекты, начиная от корреляции волн при определении исходных временных сдвигов или формы наблюдаемых сигналов до неоднозначно определяемых составляющих и требуемой априорной информации. Актуальность таких задач поддерживается усложнением технологии получения сейсморазведочной информации, расширением областей, где проводятся соответствующие исследования, и повышением их глубинности. Однако в первую очередь она определяется усложнением решаемых задач и повышением требований к точности получаемых решений. Поэтому, если 20–30 лет тому назад точность структурных построений могла быть 20...40 м, то в настоящее время заказчики (добывающие компании) требуют точности 10...15 м. Кроме того, необходимо определять более широкий набор характеристик, связанных с целевыми промысловыми объектами, требующими изучения особенностей формы сигнала, что предполагает повышение точности ее определения.

Многоаспектность и сложность задач коррекции не дает возможности рассмотреть все их особенности. Кроме того, часто особенности решаемых задач связаны с конкретным материалом и проводимыми работами. Поэтому остановимся только на одном моменте, который относится к анализу получаемых оценок в рамках мультипликативных факторных моделей. В качестве основных будем использовать модель спектрально-статистического метода и эффективную динамическую модель (см. разд. 2.1.1). Построенные на их основе нелинейные методы обработки сейсмических данных позволяют эффективно анализировать и устранять имеющиеся вариации в форме сейсмических сигналов, связанные с неоднородностью условий возбуждения и приема колебаний почвы в реальном сейсмическом эксперименте. О важности такого учета свидетельствует подтверждение выполнения принципа взаимности [10] при работе с реальными данными [37].



5.1.2. Первые результаты применения факторной декомпозиции

Результаты были представлены автором в работах [32, 86]. Первоначальные исследования по влиянию мультипликативных факторов на форму сигнала и результаты обработки данных в методе ОГТ проводились с использованием модельных данных. Во всех экспериментах исходные сигналы $y_{ij}(t)$ формировались следующим образом:

$$y_{ij}(t) = f_{ij}(t) + \xi(t) \quad \text{при} \quad f_{ij}(t) = a_{ij} \exp(\alpha_{ij} t^2) \sin(\omega_{ij} t + \varphi_{ij}), \quad (5.1)$$

где i и j определяют номера источников и приемников соответственно, а t является временной переменной. Формирование значений параметров сигнальной составляющей осуществлялось на основе равенства $a_{ij} = a_0 \delta a_i \delta a_j$ и равенства $\theta_{ij} = \theta_0 + \delta \theta_i + \delta \theta_j$ для трех других параметров α , ω , φ . При этом вариации значений параметров по источникам и приемникам, т. е. δa_i , $\delta \theta_i$ и δa_j , $\delta \theta_j$, являлись случайными с нормальным законом распределения $N(0, \sigma^2)$, где σ^2 определяла величину дисперсии соответствующих вариаций. Помеха $\xi(t)$ представляла собой часть реализации случайного стационарного процесса с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией $R(\tau)$.

Сигнальная составляющая $f_{ij}(t)$ данных (5.1) достаточно просто моделировалась и имела мультипликативный факторный характер. Последнее несложно показать, воспользовавшись равенством $\text{Im}\{e^z\} = e^a \sin b$, где $z = a + ib$ является комплексным значением. Оба указанных момента позволяли на начальных этапах проанализировать следующие аспекты рассматриваемой проблемы.

- Насколько значимое влияние мультипликативные факторы могут оказывать на форму наблюдаемых сигналов и процедуры когерентного суммирования, в частности по выборкам ОГТ.
- Могут ли модели сверточного вида быть использованы при другой природе мультипликативных воздействий и насколько они эффективно позволяют устранять такие воздействия и улучшать выделение целевых сигналов.



- Какой помехоустойчивостью могут обладать процедуры многомерной гомоморфной фильтрации.

В процессе выполнения этих исследований удалось также осознать важность для многомерного гомоморфного преобразования перехода от определения главных значений фазовых спектров в интервале $[-\pi, \pi]$ к их однозначному определению в интервале $(-\infty, \infty)$. Следует подчеркнуть, что рассматриваемые модельные эксперименты проводились на самых начальных этапах исследования особенностей мультипликативных факторных моделей, когда не были известны изложенные выше теоретические результаты.

При построении модельных данных использовалась система многократных перекрытий с кратностью 6, когда шаг между источниками в два раза превышает шаг между приемниками, а число каналов в расстановке составляет 24. Такие системы наблюдений являлись обычными для того времени. Как правило, длительность моделируемых сигналов составляла 150 мс и они соответствовали семи сейсмограммам, что давало 168 наблюдений с 38 приемниками и 12 полнократными точками ОГТ. В проводимых экспериментах формируемые наблюдения имели различные вариации параметров сигнальной составляющей. Для различных экспериментов изменялся уровень помехи $\xi(t)$.

На рис. 5.1 показаны исходные данные и результаты одного из проведенных экспериментов. В этом эксперименте для формирования сигнальной составляющей использовались значения параметров и их дисперсий, указанные в табл. 5.1, а корреляционная функция помехи имела вид

$$R(\tau) = A \exp(-\beta^2 t^2) \cos(\Omega t)$$

с параметрами $\beta = 90$, $\Omega = 220$. Значение параметра A у $R(\tau)$ выбиралось таким образом, чтобы обеспечивалось отношение сигнал/помеха, равное 2.

Рис. 5.1, *а* дает представление о характере получаемых данных. Видно, что сигнальная составляющая претерпевает значимые изменения и плохо прослеживается по различным интервалам. Это приводит к ее разрушению при суммировании по трассам, относящимся к ОГТ. Результаты такого суммирования для 12 полнократных ОГТ показаны на рис. 5.1, *б*.

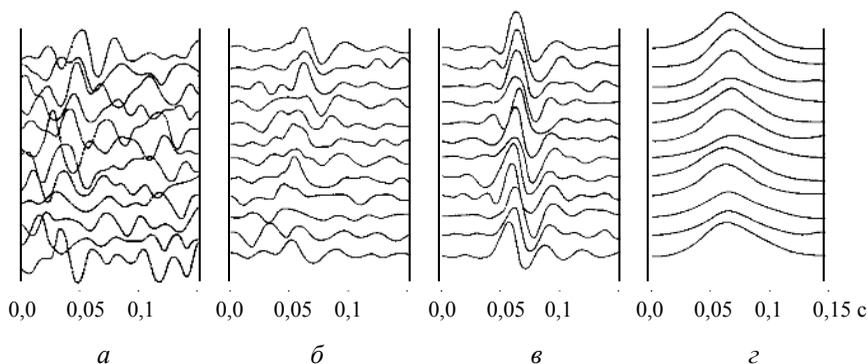


Рис. 5.1. Модельный эксперимент с мультипликативными факторами, отвечающими источникам и приемникам:

a – вид моделируемых данных; *б* – результат суммирования по ОГТ; *в* – результат вычисления сигнальной составляющей; *г* – его представление посредством огибающей

Таблица 5.1

Значения параметров сигнальной составляющей

Параметр	θ_0	$D\{\delta\theta_i\}$	$D\{\delta\theta_j\}$
<i>a</i>	60	5	5
α	150	15	7
ω	220	25	20
φ	0	1	1

Структура сигнальной составляющей моделируемых данных позволяла применить при декомпозиции формы сигнала одну из простейших мультипликативных факторных моделей (1.8) и (2.1) сверточного типа в предположении неизменности характеристик среды, которая представлена выражением

$$y_{ij}(t) = w(t) * s_i(t) * r_j(t) + \xi_{ij}(t). \quad (5.2)$$

Такой вид модели обеспечивал несколько благоприятных моментов при реализации многомерной гомоморфной фильтрации. Во-первых, линеаризованная факторная модель совпадала с классической двухфакторной моделью (3.20) дисперсионного анализа. Это позволяло использовать известные результаты и освобождало от многих проблем, связанных с вопросами однозначного определения составляющих



более сложных линейных факторных моделей. Во-вторых, можно было использовать последовательность простых планов наблюдений прямоугольного вида для организации процедуры оценивания факторов источников и приемников на основе подготовленных обратных матриц. Это существенно упрощало алгоритмы и ускоряло процесс обработки, что являлось важным моментом.

Результаты выполненной многомерной гомоморфной фильтрации, направленной на устранение вариации формы сигнала и восстановление составляющей $w(t)$, показаны на рис. 5.1, в. Как видно из рисунка, полученные оценки формы сигнала, несмотря на некоторое отличие моделируемых данных от используемой факторной модели, хорошо соответствуют импульсу $f(t) = \exp(\alpha_0 t^2) \sin(\omega_0 t)$ со значениями параметров из табл. 5.1. Кроме того, как следует из рисунка, при данном отношении сигнал/помеха выполненное нелинейное преобразование обеспечивает устойчивый результат. Имеющиеся вариации в форме сигнала, связанные с фазовой составляющей, могли быть компенсированы огибающей (рис. 5.1, г).

Таким образом, выполненные модельные эксперименты показали, что мультипликативные факторы могут существенно снижать эффективность процедур когерентного суммирования, а методами многомерной гомоморфной фильтрации можно устранять влияние этих факторов.

5.1.3. Обработка реальных сейсмических материалов

Результаты были получены в рамках совместных работ, проводимых Институтом геологии и геофизики СО АН СССР и Новосибирским территориальным геологическим управлением (НГТУ) в 1972–1974 гг. Они представлены в отчетах указанных организаций и опубликованы в работах [34, 87].

В качестве исходных сейсмических материалов были взяты наблюдения опытной партии 19/71 НГТУ. Они представляли собой обычные профили, отработанные по методике ОГТ с кратностью системы наблюдений, равной шести. Район работ находился в южной части Омской области. Результаты стандартной обработки показали, что в разрезе имеется несколько опорных горизонтов, отвечающих меловым и юрским отложениям. Горизонты обладали различной структурой с возможными областями выклинивания. Отраженные сигналы от всех



горизонтов устойчиво прослеживались в районе работ партии, кроме областей со сложными поверхностными условиями. Пример потери прослеживаемости отраженного сигнала для одного из опорных горизонтов, отвечающего кровли юрских отложений и обладающего выдержанной структурой, показан на рис. 5.2, *а*. Здесь же видна степень нарушения формы сигнала, получаемая в результате суммирования по ОГТ наблюдений, попадающих в такую область. Как показал анализ морфологических особенностей (отчет партии 19/71), в данной части профиля местность представляла собой сильно заболоченный участок с резкими перепадами высот и рекой, по берегам которой имелись мощные песчаные наносы.

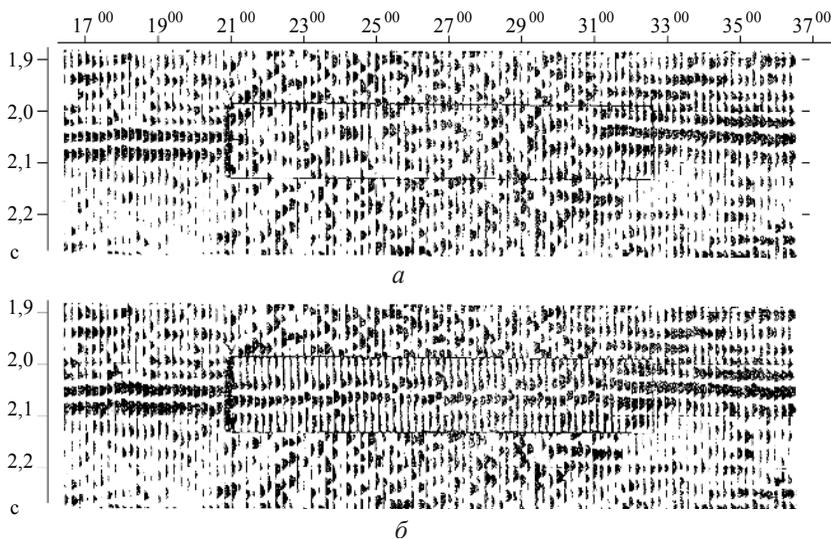


Рис. 5.2. Часть временного разреза, отвечающего значительным неоднородностям в условиях возбуждения и приема:

а – стандартная обработка; *б* – обработка на основе спектрально-статистического метода

На существенное влияние поверхностных условий указывали и спектры наблюдаемых отраженных сигналов, которые рассчитывались для различных участков профиля. Иллюстрацией служат амплитудные спектры, показанные на рис. 5.3. Они вычислялись по интервалам исходных трасс, которые имели длительность 150 мс и содержали



отраженные сигналы от двух опорных горизонтов (правая и левая колонка в каждом из рисунков), отстоящих один от другого на 200...250 мс. Показанные спектры говорят о следующем: на участке, где поверхностные неоднородности малы, спектры сигналов хотя и различаются между собой, но гораздо в меньшей степени, чем в области реки, где поверхностные условия имеют существенные вариации. Кроме того, видно, что изменения спектров в этой области носят не только амплитудный, но и частотный характер, что может приводить к значительным изменениям в форме сигналов.

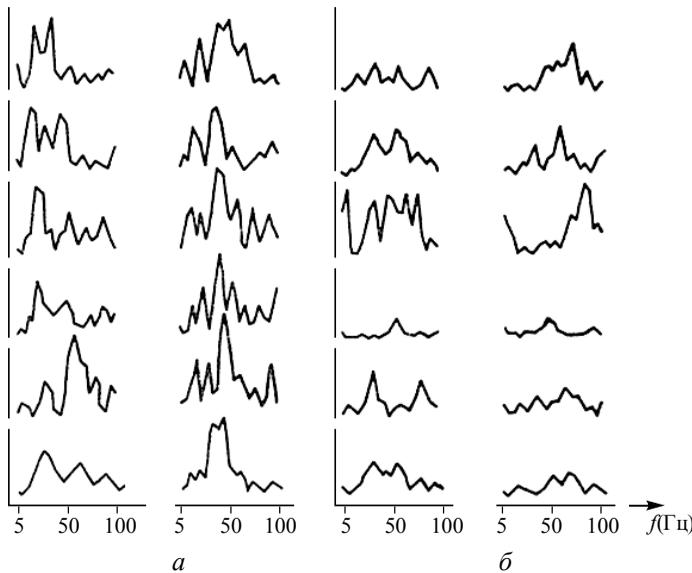


Рис. 5.3. Примеры амплитудных спектров, вычисленных по временным интервалам, для разных участков:

а – с выдержанными поверхностными условиями; *б* – области реки

Понимание того факта, что для опорных горизонтов возможно изменение характеристик отражения вдоль профиля наблюдений, потребовало использования более сложных факторных моделей, чем (5.2). В качестве альтернативной была взята модифицированная модель Гурвича в форме (2.1), позволяющая учитывать изменения формы сигнала в зависимости от k , являющегося номером ОЦТ или ОГТ. При



этом возникли вопросы единственности решения систем линейных уравнений, которые ранее на уровне дисперсионного анализа не решались. Теоретическое и алгоритмическое продвижение в решении этих вопросов (см. главу 4) позволило получить оценки линейных факторов, относящихся к источникам, приемникам и отражающей характеристике горизонта. Оценки послужили основой для проведения следующих исследований автора, которые сыграли ключевую роль в развитии всего подхода.

- Установление корреляционных связей между поверхностными условиями и изменением характеристик источников и приемников.
- Значимость таких изменений по отношению к изменениям, которые претерпевает форма сигнала при распространении волны через промежуточную среду от источника к приемнику, включая область отражения.
- Возможность многомерных гомоморфных преобразований устранять такие изменения и улучшать качество определения характеристик отражения.

На рис. 5.4 представлены значения факторов источников и приемников, полученные в результате декомпозиции формы сигнала в рамках модели (2.1) на различных частотах. С учетом ограниченных вычислительных возможностей и отсутствием эффективных алгоритмов оценивание факторов производилось с использованием пересекающихся планов наблюдений аналогично тому, как это делалось в модельном эксперименте (см. выше). При этом были построены явные выражения для g -обратных матриц [88], что существенно упрощало получение оценок требуемых факторов.

Приведенные значения оценок факторов демонстрируют выявленные в процессе исследования связи неоднородностей определенного типа с положительными или отрицательными отклонениями факторов. Так, факторы условий приема имеют резко отрицательные значения в болоте и реке, а факторы источников отрицательны с возрастающей аномальностью по частоте на берегах реки, где имелись мощные песчаные наносы. Из рисунка видно, что отклонения значений факторов от средней линии увеличиваются при приближении к зоне со сложными поверхностными условиями.

С целью объективности степени вариаций значений факторов для областей с различными поверхностными условиями были использованы



F -статистики (см. разд. 2.1.1). В табл. 5.2 и 5.3 приведены соответствующие значения. Здесь F_S , F_R отвечают факторам источников и приемников соответственно, а F_L отвечает фактору ОГТ. При этом значения F_{L1} , F_{L2} вычислялись по оценкам факторов, полученным для отраженных сигналов от границ с различной структурой: F_{L1} – для выдержанной структуры, а F_{L2} – для сложной структуры.

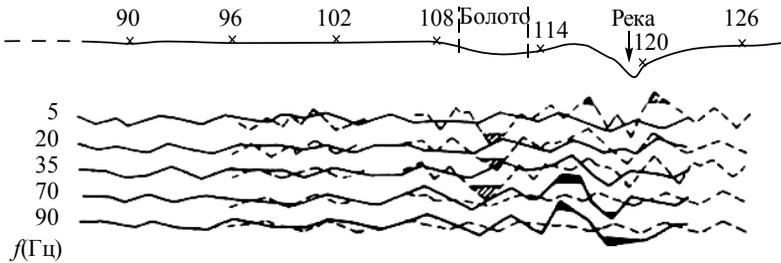


Рис. 5.4. Значения факторов источников (сплошная линия) и приемников (пунктир), полученные для указанных частот

Таблица 5.2

Значения F -статистик, построенные для области с выдержанными поверхностными условиями

F -статистика	Частота, Гц						
	5	15	25	35	55	75	95
F_S	0,5	0,6	1,1	1,0	1,5	1,9	2,1
F_R	1,3	1,8	1,8	1,4	0,8	0,7	1,0
F_{L1}	0,7	0,9	1,0	1,2	1,3	1,1	0,6
F_{L2}	1,8	2,0	2,3	4,1	4,3	2,1	1,4

Анализ значений F -статистик показывает, что для участка профиля с выдержанными поверхностными условиями значимыми вариациями обладает только фактор ОГТ для границы со сложной структурой. Он превосходит критическое значение, которое составляет 1,9 с уровнем значимости 0,05, практически для всех частот наблюдаемого отраженного сигнала. Для участка со сложными поверхностными



Таблица 5.3

**Значения F -статистик, построенные для области со сложными
поверхностными условиями**

F -статистика	Частота, Гц						
	5	15	25	35	55	75	95
F_S	1,9	1,6	2,1	3,5	4,0	5,0	4,7
F_R	2,9	2,5	3,4	2,6	2,0	1,7	1,6
F_{L1}	0,8	0,6	0,9	1,1	1,0	0,8	0,7

условиями вариации фактора источников будут значимы для высоких частот сигнала, начиная с 35 Гц, когда превышает критическое значение, равное 3,3, а вариации фактора приемников являются значимыми для более низких частот 5 и 25 Гц, где превышает критическое значение, равное 2,7. Возможными объяснениями для полученных результатов служат свойства пород, слагающих поверхностную часть разреза в рассматриваемой области, а также то, что спектральная характеристика источника обладает более высокочастотным характером, чем у системы почва–приемник.

Отметим, что на связь между поверхностными условиями и вариациями факторов, связанных с источниками и приемниками, указывалось в работе [50]. Однако, обрабатывая только значения амплитуд колебаний, авторы не смогли исследовать поведение свойств областей возбуждения и приема в зависимости от частоты. Возможность использования дисперсионного анализа при изучении значимости вариаций факторов рассматривалась в работе [51]. Но предлагаемая в ней схема линеаризации обладала ограничениями и не была реализована на практике (см. разд. 1.2.3).

Кроме указанного анализа влияния поверхностных особенностей на спектр наблюдаемого сейсмического сигнала оценки фактор ОГТ совместно с оценкой импульса посылки может использоваться для построения оценки формы целевого отраженного сигнала, т. е. $\hat{f}_k(t) = \hat{w}(t) * \hat{m}_k(t)$. Такая оценка существенно очищена от влияния поверхностных неоднородностей и аддитивных помех. Пример таких оценок показан на рис. 5.2, б. В связи с тем что при расчете спектров и



разделении факторов использовались временные интервалы с длительностью 150 мс, то и оценки $\widehat{f}_k(t)$ отвечали выделенному на рисунке интервалу времен.

5.2. Развитие спектрально-статистического метода

5.2.1. *G*-корректирующая фильтрация

Непосредственно спектрально-статистический метод учета поверхностных неоднородностей (ССМ) появился в результате проводимых исследований к 1975 году [34]. Его дальнейшее развитие осуществлялось совместно с сотрудниками Сибирской геофизической экспедиции МНП СССР [92]. Эти исследования способствовали появлению эффективной динамической модели [91], которая позволяла точнее представить изменения формы сигнала, связанные с его распространением через промежуточную среду до объекта отражения и от него (см. разд. 2.1.1). Очевидно, что это влияло на точность определения характеристик источников, приемников и отражения.

Одновременно усложнение мультипликативной модели потребовало рассмотрения вопросов оценивания ее параметров (см. главу 4), а также усовершенствования способов совместной обработки фазовых спектров (см. разд. 3.2.2). Решение указанных вопросов способствовало появлению и развитию методов CCD «complex convolution decomposition» [202, 210, 216, 218] и CSD «complex seismic decomposition» [219]. Указанные нелинейные методы позволяли не только устранить вариации формы сигнала, вызванные неоднородностью условий возбуждения и приема сейсмических колебаний, но и определять характеристики отражения целевых объектов, отвечающие различным удалениям источник–приемник или углам подхода. Это существенно повышало точность определения характеристик отражения при нулевых удалениях источник–приемник, которые отвечали нормальным лучам падения на границу и могли интерпретироваться подобно стандартным разрезам ОГТ.

Еще одним важным аспектом развития ССМ было построение *G*-корректирующей фильтрации [124]. Смысл последней заключался в том, что на основе оценок факторов источников и приемников, т. е.



$s_i(t)$ и $r_j(t)$, построенных при мультипликативной факторной декомпозиции формы одного или нескольких отраженных сигналов, строились корректирующие фильтры $s_i^{-1}(t)$ и $r_j^{-1}(t)$, используемые для коррекции исходных сейсмических трасс. Существенным здесь являлось то, что исходное факторное разложение выполнялось для интервалов небольшой длительности, а корректирующие фильтры использовались для фильтрации всей трассы, обладающей существенно большей длительностью. Идеи такой корректирующей фильтрации опередили появление поверхностно-согласованной деконволюции [208] и на много лет – многоканальной блайнд-деконволюции [286], позволяющей устранять влияние различных мультипликативных факторов и получать очищенный целевой сигнал на исходных трассах.

5.2.2. Опробование G-корректирующей фильтрации на материалах физического моделирования

Основные результаты, полученные в процессе этих исследований, приведены на рис. 5.5, который взят из работы [124] с разрешения авторов. Здесь показаны результаты трех экспериментов (отвечающие им разрезы располагаются на рисунке сверху вниз). Эксперименты проводились под научным руководством автора настоящей монографии в 1983–1984 гг. на базе тематической партии № 6 Сибирской геофизической экспедиции МНП СССР. Их цель состояла в выяснении возможностей коррекции формы сигнала, выполняемой на основе спектрально-статистического метода. Выбор физического моделирования обосновывался тем, что волновые процессы в данном случае наиболее близки к реальным экспериментам. При этом условия проводимых экспериментов контролируются в большей степени, чем при выполнении полевого эксперимента.

Все используемые модели представляли собой однородный лист плексигласа, где объекты, обладающие аномальными скоростями и затуханием упругих волн, создавались путем перфорации отверстий по регулярной решетке. Такие объекты, моделирующие неоднородности, имели форму прямоугольников, вытянутых вдоль профиля наблюдений. Расположение объектов показано в левой части рис. 5.5. Три приведенные модели характеризовались последовательным усложнением:



модель М1 включала только аномалию А1 в верхней части разреза; М2 содержала две приповерхностные аномалии А1 и А2; модель М3 обладала неоднородностями А1, А2, а также аномальным объектом А3, расположенным вблизи отражающей границы.

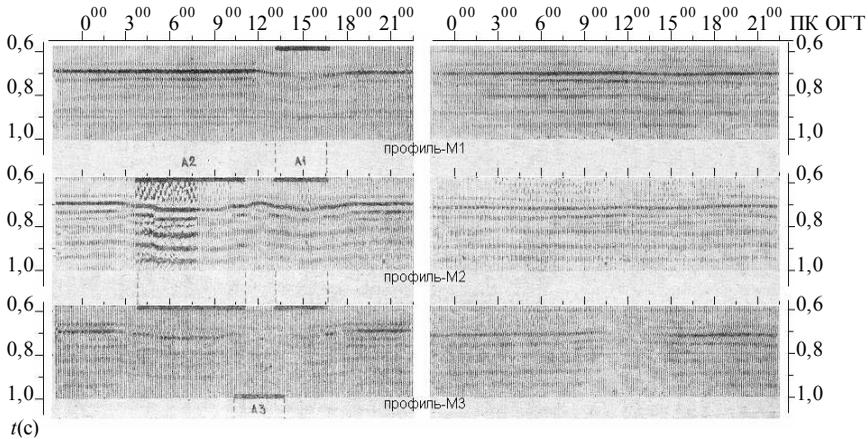


Рис. 5.5. Исходные временные разрезы (слева) и результаты G эффективной фильтрации (справа) для трех типов моделей

Для каждой из моделей выполнены наблюдения по методике ОГТ с 12-кратным перекрытием при длине расстановки 810 м (размеры даны с учетом трансформации частот в сейсмический диапазон). В силу специфики физического моделирования наблюдения выполнялись одноканальной расстановкой, т.е. при закрепленном излучателе приемник последовательно устанавливался на все пикеты приема данной расстановки. Такая особенность эксперимента не совсем отвечала факторной модели, требующей повторяемости параметров приемника при его повторных установках. Поэтому было интересно оценить, насколько указанное отличие проводимого эксперимента скажется на точности определяемых корректирующих фильтров. Кроме того, для модели М2 вследствие сбоя аппаратуры три сейсмограммы ОТВ (ПК: 5.40–6.00) были получены со значительно большим усилением, что привело к появлению дополнительных динамических аномалий в факторах ПВ. Влияние всех указанных неоднородностей на динамику и кинематику отраженной волны можно оценить по исходным временным разрезам, показанным на рис. 5.5.



Так как неоднородности моделей сосредоточены вблизи поверхности и отражающей границы, для описания процесса формирования сигнала использовались четырехфакторная модель (2.3), а также ее линейризованный аналог для логарифмов спектров интервалов трасс. Детальное описание получаемых оценок факторов в рамках проведенных экспериментов приведено в работе [124]. В качестве некоторого комментария к полученным результатам следует отметить, что к моменту выполнения работ не были до конца разработаны методы однозначного определения параметров факторных моделей [97]. Поэтому использовались способы, основанные на пространственных спектральных разложениях, которые позволяли разделять факторы с точностью до низкочастотных пространственных составляющих (см. разд. 4.1.3).

Результаты, полученные при использовании G -корректирующей фильтрации трасс первичного материала, представлены на рис. 5.5 в виде временных разрезов. Видно, что эти разрезы значительно достоверней, чем исходные, воссоздают структуру и динамику отражающего горизонта. Тем самым была продемонстрирована возможность и эффективность применения описанного способа обработки для решения задачи коррекции формы и получения более точной информации об отражающих свойствах целевых горизонтов.

К настоящему времени широкое использование поверхностно согласованной деконволюции полностью подтвердило важность применения подобных фильтраций при анализе динамических особенностей отраженных сигналов.

5.2.3. Исследования возможностей ССМ по выделению локальных особенностей в строении отражающих горизонтов

Они были выполнены автором при решении важной производственной задачи определения малоамплитудных сбросов. Такие нарушения продуктивных горизонтов могут существенно ухудшать свойства нефтеотдачи пласта, приводить к его обводнению, закупорке и пр. Также они осложняют заложение горизонтальных скважин. Между тем их определение по результатам обработки очень затруднено небольшой локальностью эффектов, которые искажаются и затушевываются в процессе обработки исходных данных. Пример использования ССМ при решении указанной задачи рассмотрен в работе [93].



В первой части этой работы на модельных данных с использованием представлений, приведенных в разд. 2.3.2, демонстрировалась эффективность выделения аномалий, связанных со сбросами малой амплитуды (12 м). Выполненные исследования подтвердили теоретический вывод о локальности динамических аномалий от сбросов [63], что обеспечивало возможность их выделения по фактору, относящемуся к ОГТ. При этом с высокой точностью удавалось получать оценки амплитудного и фазового спектра отраженной волны (сигнала $S(t)$), которые важны для оценивания параметров сброса методами нелинейной оптимизации [75]. Было показано также, что при наличии значимых поверхностных неоднородностей такие аномалии сложно выделять и интерпретировать по результирующим временным разрезам, прошедшим только стандартную обработку, не включающую процедуры мультипликативной декомпозиции формы сигнала.

Затем при обработке реальных данных, которые отвечали двум параллельным профилям, было показано, насколько использование ССМ может повысить точность и достоверность выделения аномалий, связанных со сбросами. Оба обрабатываемых профиля располагались в 7 км к северо-востоку от соляного купола «Антипов» в зоне опущенного крыла крупного сброса с амплитудой около 180 м. Зона разломов простирается почти перпендикулярно линиям профилей. Геолого-сейсмический разрез типичен для межкупольных зон Прикаспийской впадины. В осадочной толще сверху вниз прослеживается несколько отражающих горизонтов. Для анализа малоамплитудных сбросов наибольший интерес представляли два первых: горизонт А – контакт терригенных отложений неогена ($V_p = 1,7$ км/с) и палеогена ($V_p = 2,3$ км/с) и горизонт I – контакт терригенных отложений палеогена и карбонатных сенон-туронских отложений ($V_p = 3,75$ км/с). Толщина и относительная однородность в сейсмогеологическом отношении залегающих выше этих горизонтов слоев позволяют использовать при обработке материалов четырехфакторную модель (2.13).

Отметим, что применяемая схема наблюдений была нетипична для производственного варианта метода ОГТ (рис. 5.6, а), хотя и представляла собой наблюдения с многократными перекрытиями. В качестве основы использовалась фиксированная расстановка приборов, связанных со спаренными 48-канальными станциями. Источники же



изменяли свое положение на профиле наблюдений. В современных исследованиях подобные схемы используются при выполнении морских сейсморазведочных работ с донными многокомпонентными кабелями (ОВС).

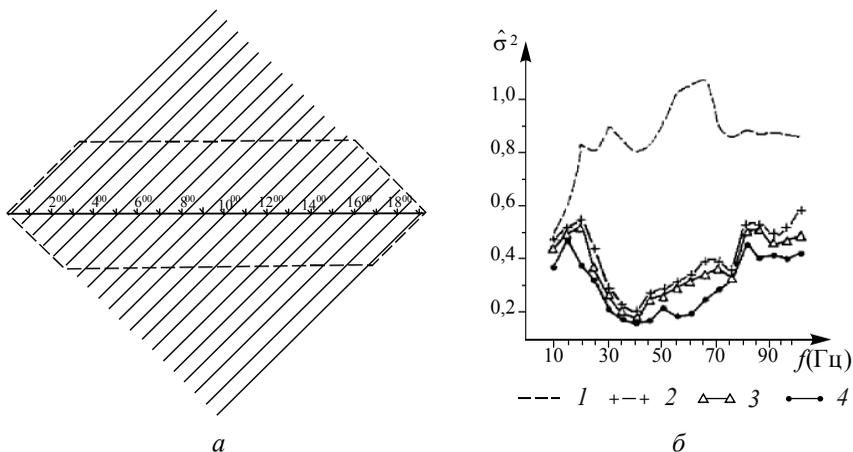


Рис. 5.6. Система наблюдений (а) и значения оценок дисперсии (б), полученные при выделении динамических аномалий от сбросов по горизонту I на втором профиле. Цифрами обозначены результаты, полученные в условиях:

1 – без дополнительных процедур; 2, 3, 4 – с процедурами П₁, П₂, П₃ соответственно (пояснения даны в тексте)

Возбуждение колебаний производилось взрывами малых зарядов (пара детонаторов) в скважинах глубиной 17 м. При регистрации колебаний на станциях были выключены ПРУ, АРУ и смесители, что обеспечивало минимальные искажения динамических характеристик сигналов. Расстояние между приборами составляло 20 м, а между источниками – 100 м.

Из рис. 5.6, а видно, что кратность наблюдений существенно различается по профилю. Поэтому для обеспечения более равномерной кратности (равной 6) и применения построенных к тому времени алгоритмов оценивания факторов при обработке использовались не все наблюдения, а лишь часть из них. Они выделены на рисунке пунктиром и принадлежат плану «шестиугольник» Q_6 (см. разд. 3.5.1).



В процессе исследования рассматривались интервалы длительностью 150 мс, которые содержали отраженные P -волны от горизонтов А и I. По соответствующим интервалам рассчитывались исходные амплитудные спектры в диапазоне частот 10...100 Гц с шагом 5 Гц. Выбор такого нетипично широкого для нефтепромысловой сейсморазведки того времени интервала частот был связан с различной выразительностью динамических аномалий от сбросов на разных частотах. Как следует из работы [65], в случае перпендикулярного расположения линии профиля и проекции ребра сброса на поверхность оптимальная частота проявления аномалии определяется выражением $f_{\text{опт}} \cong V(4 \Delta h)^{-1}$. Поэтому при обработке отраженных сигналов от нижнего горизонта I с целью выделения динамических аномалий от сбросов с амплитудой до 5 м желательно анализировать частоты до 100...110 Гц.

Рассмотрим результаты, полученные при обработке материалов со второго профиля, которые являлись наиболее достоверными, так как данные с этого профиля обладали наименьшим уровнем аддитивных помех.

Вначале отметим, что методика обработки существенно сказывалась на качестве получаемых результатов. Это связано с двумя причинами: малой избыточностью числа наблюдений по отношению к числу оцениваемых факторов и сильной неоднородностью материала. Для улучшения качества материала применялись три дополнительные процедуры: P_1 – отбраковка трасс с амплитудами, близкими к нулю, P_2 – уточнение кинематики и статики, P_3 – использование оптимального окна сглаживания. На важность применения таких процедур при многомерной гомоморфной декомпозиции указывалось в главе 3. Приведенные на рис. 5.6, б значения $\hat{\sigma}^2$, вычисляемые по формуле (3.15), показывают, насколько каждая из процедур повышает помехоустойчивость оценок факторов. Незначительное улучшение качества оценок при уточнении кинематики и статики объясняется обработкой амплитудных спектров, для которых небольшое уточнение центра интервала не является существенным. Также следует заметить, что процедура отбраковки если и сгладила имеющиеся в факторе ОГТ аномалии, то равномерно, так как бракуемые трассы находились в сейсмограммах, относящихся к ПВ 7 и 14⁰⁰ (см. рис. 5.6, а).

Согласно полученному по модельным данным результату, выделение динамической аномалии от сброса должно основываться на анализе



оценок фактора ОГТ, который в лог-спектральной области представляется значениями γ_{i+j} . На рис. 5.7 изображены (выборочно с шагом 10 Гц) соответствующие оценки, полученные при обработке временных интервалов, содержащих отраженную волну от горизонта I.

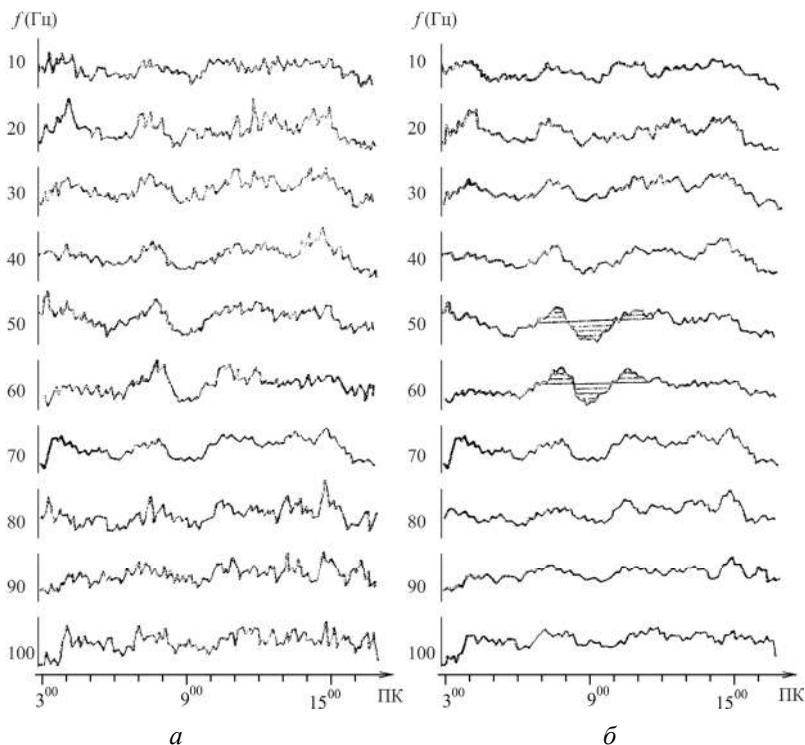


Рис. 5.7. Первичные (а) и сглаженные (б) оценки фактора γ_{i+j}

В данном случае обработка проводилась по четырем независимым совокупностям наблюдений, получаемым путем последовательного сдвига плана «шестиугольник» на один канал «вверх» по схеме. Оценки γ_{i+j} дополнительно сглаживались скользящим средним по четырем соседним значениям фактора γ_{i+j} , т. е. производилось осреднение значений оценок, получаемых по независимым планам наблюдений. При этом могли быть потеряны аномалии с периодом до 50 м, не



представляющие большого интереса. В значениях оценок визуально хорошо выделяется аномалия, относящаяся к району ПК ОГТ 9⁰⁰, которая наиболее проявляется на частотах 45...65 Гц.

Остановимся подробнее на достоверности выделяемой аномалии и на ее связи с малоамплитудным сбросом. На неслучайный характер аномалии указывает критерий $3\sigma_\gamma$, являющийся достаточно «жестким» статистическим критерием. Величина σ_γ , фигурирующая в критерии, может быть получена на основе оценок дисперсии, показанных на рис. 5.6, б. Из статистических свойств оценок γ_{i+j} следует, что для полнократных ОГТ $\hat{\sigma}_\gamma \approx \hat{\sigma}/2$. На рис. 5.8 показано, насколько несглаженные оценки фактора γ_{i+j} превышают величину порогового значения $3\sigma_\gamma$, которое отмечено штриховой линией для всех исследуемых пикетов профиля. Отметим, что данный порог превышает оценками γ_{i+j} в области выделяемой аномалии также на частотах от 45 до 65 Гц.

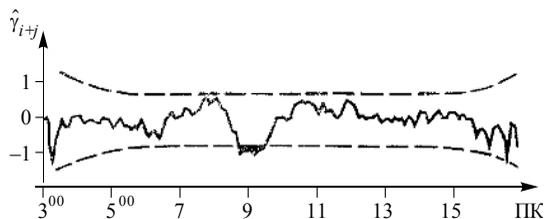


Рис. 5.8. Выделение динамической аномалии от сброса по первичным оценкам фактора γ_{i+j} на частоте 60 Гц с использованием критерия $3\sigma_\gamma$

Кроме определения неслучайной природы производилось распознавание аномалии и ее связи с малоамплитудным нарушением. Для этого использовались три основных признака: форма, зависимость от частоты и размер. Согласно работам [64, 65, 190] динамическая аномалия над малоамплитудным сбросом имеет ярко выраженный глобальный минимум в центре, обрамляющие его максимумы и периферийные экстремумы. На рис. 5.7 на частотах 45...65 Гц хорошо видны все



указанные проявления. Отчетливо прослеживается и изменение выразительности аномалии в зависимости от частоты; в качестве оптимальной частоты может быть взята частота 60 Гц, где аномалия наиболее выражена.

Размер аномалии, под которым понимается расстояние между двумя точками, расположенными по краям глобального минимума на уровне средней составляющей сигнала, можно оценить по формулам работы [65]. Предположив, что сброс вертикальный, учитывая также, что профиль расположен вкрест простиранию зоны разломов, получаем следующее выражение для оценки размера аномалии: $L \approx \sqrt{VHf^{-1}}$. Подставив значения $V_p = 2,3$ км/с, $H = 640$ м, $f = 60$ Гц, находим $L \approx 150$ м, что соответствует размеру выделенной аномалии. Из приведенного выражения следует, что ширина аномалии должна увеличиваться при уменьшении f . По полученным оценкам γ_{i+j} можно определить даже такой эффект. Так, согласно рис. 5.7 при уменьшении частоты от 70 до 35 Гц размер аномалии возрастает приблизительно в 1,45 раза.

Исходя из перечисленных признаков можно утверждать, что наблюдаемая в значениях γ_{i+j} аномалия связана с малоамплитудным сбросом. Полная интерпретация аномалии должна осуществляться геофизиком с привлечением априорной сейсмогеологической информации и алгоритмов нелинейной оптимизации. Однако уже на основе оценок γ_{i+j} можно получить оценки для двух параметров: x_0 и Δh , которые целесообразно использовать как начальные приближения в методе оптимизации. Так, учитывая связь Δh с оптимальной частотой выделения аномалии, для рассматриваемого случая получаем $\Delta h \approx V(4 f_{\text{опт}})^{-1} \approx 2300 / 240 \approx 9,5$ м. В качестве оценки x_0 берется значение ПК ОГТ, где аномалия достигает минимума – 9^{00} .

Полученные результаты показали, что при малом уровне нерегулярных помех ССМ позволяет достоверно выделять и проводить предварительную интерпретацию динамических аномалий от малоамплитудных сбросов. Они также продемонстрировали возможности использования динамического признака для выявления малоамплитудных сбросов, который в отличие от широко применяемого в сейсмо-



разведке кинематического признака смещения осей синфазности отраженных волн повышал точность определения таких нарушений целевых горизонтов. Кроме того, получаемые оценки факторов ПВ и ПП, оценки параметров сброса и оценка формы отраженной волны могут в дальнейшем использоваться при работе более точных и тонких оптимизационных алгоритмов.

5.3. Структурная декомпозиция волнового поля и среды

5.3.1. Главные моменты и особенности

Такая декомпозиция объединяет все идеи, положенные в основу прикладной части работы. Она возвращает нас к модельным предположениям, рассматриваемым в главе 2, и дает направление возможного развития этих исследований в будущем. На необходимость преобразований сейсмических наблюдений указывалось во введении. Отмеченная там сложность реальной среды и наблюдаемых волновых процессов не позволяет до настоящего времени строить решения обратных задач для моделей, обеспечивающих определение параметров всей исследуемой среды с требуемой точностью. В то же время большое количество практических задач не нуждается в изучении всей среды. Часто эти задачи ориентированы на целевые объекты, которыми могут являться продуктивные горизонты, очаговые зоны и другое, что существенно упрощает постановку рафинированной математической задачи.

Необходимо отметить значительный прогресс, который достигнут за последнее время в области теоретических решений прямых и обратных задач сейсмоки. Однако практическое применение построенных решений при обработке реальных сейсмограмм не дает того эффекта, который следует из теоретических предпосылок. Такая ситуация может быть обусловлена тем, что при теоретических построениях основное внимание уделяется вопросам внутренней структуры и эффективности методов. Относительно же данных априори предполагается, что они отвечают рассматриваемой модели, положенной в основу теоретических построений. Как правило, в теоретических решениях задачи предполагаются однородность покрывающей среды и неизменность условий возбуждения и регистрации сигналов. Все указанные характе-



ристики совершенно не выполнимы в реальном эксперименте. Кроме того, возможное несоответствие реальных и модельных данных в теоретических построениях часто представляется аддитивной компонентой, которая близка по свойствам к случайному шуму. Это представление является ошибочным, так как различия между теоретическими моделями и реальными наблюдениями могут быть гораздо существеннее.

Именно на устранение указанных несоответствий и направлена предлагаемая структурная декомпозиция. Одна из ее главных идей состоит в том, что контрастные элементы среды дают наиболее значимый для интерпретации вклад в волновое поле. Соображение носит явный эвристический характер и связано с принципом локальности вторичных источников. Оно позволяет изучать характеристики контрастных элементов среды, выделив в волновом поле связанные с ними составляющие. Подобные соображения составляют основу почти всех способов обработки, нацеленных на выделение фиксированных отражений, и способов кинематической интерпретации, в том числе решение обратных кинематических задач.

В рамках такого подхода обратная динамическая задача для целевых локальных объектов может быть сведена к следующему многоуровневому процессу по отношению к реальным наблюдениям и реальным моделям.

Первый уровень представляет собой декомпозицию рассматриваемого волнового поля с выделением в нем составляющих, связанных с целевыми объектами. Он содержит построение каркасной макромодели среды на основе имеющейся априорной геологической и сейсмической информации. Это позволяет использовать лучевой метод для идентификации и выделения требуемых волновых объектов. При этом обеспечивается учет геометрии лучей на участках между изучаемыми объектами, а также учет основных динамических характеристик, связанных с изменением сейсмической энергии в процессе распространения выделяемых волн за счет расхождения фронта, кривизны границ и т. п.

Второй уровень является декомпозицией формы сейсмических сигналов на мультипликативные составляющие, отвечающие влиянию поверхностных неоднородностей, а также среды прохождения сигнала и локального отражающего объекта. В результате такой декомпозиции оцениваются форма падающего сейсмического импульса и спектраль-



ная характеристика отражающего целевого объекта. При этом может быть построен и оператор учета влияния верхней части среды, включающий в себя как особенности, связанные с неоднородностью условий возбуждения и приема сейсмических колебаний, так и средой прохождения. Он может выступать в роли корректирующего оператора по отношению к форме сигналов для выделяемых волн.

Третий уровень заключается в непосредственном решении локальной обратной динамической задачи для той или иной структуризации отражающего объекта, в том числе и упругих моделей. При этом более обоснованно может быть использовано квазиодномерное описание для целевого объекта и применено соответствующее решение обратной задачи в линеаризованной или полной постановке. В результате получаемые уточнения локальных объектов могут рассматриваться и как последующая итерация в решении глобальной обратной задачи по отношению к макромодели среды.

Общая идея предлагаемого многоуровневого процесса решения обратных динамических задач для локальных целевых объектов по реальным сейсмическим данным представлена на рис. 2.1. На нем видно, что использование структурной макромодеи среды, задающей общий «каркас» модели, и лучевых схем, построенных на базе этой модели для заданных типов волн и имеющейся системы наблюдений, позволяет свести общую обратную задачу для сложно построенной модели среды к набору обратных задач по отношению к целевым локальным объектам. При этом удастся трансформировать процесс распространения волн в сложно построенной модели среды для отдельных наблюдений (см. рис. 2.1, *а*) в процесс распространения волн в локально одномерных моделях при выборе соответствующих наблюдений, отвечающих требуемым углам падения и точкам отражения (см. рис. 2.1, *б*). Такой подход позволяет эффективно использовать всю информацию, которая была получена на предыдущих этапах обработки и интерпретации сейсмических данных. Кроме того, обеспечивается разделение и дополнение двух основных подходов в сейсмическом методе исследований: кинематическом и динамическом.

Термин *структурная декомпозиция* отображает суть предлагаемого процесса преобразования исходных данных при их подготовке для решения объектно-ориентированных обратных задач сейсмологии, к которым, в частности, относятся и задачи по определению параметров



локально одномерных тонкослоистых пачек. При реализации этого процесса используется структура макромодели и структура наблюдений для построения структуры лучей. Затем структура лучей используется для отбора наблюдений, содержащих информацию о локальной области среды. В результате модифицируется структура наблюдений с целью обеспечения наибольшей направленности на локальный объект. Это может быть представлено как разложение рассматриваемого волнового поля $U(X_s, X_r, t)$ в сумму волн, отвечающих фиксированным элементам среды и лучевому параметру $W(Z_e, p, t)$. При этом X_s , X_r , Z_e определяют соответственно положение источника, приемника и локального элемента среды, p является лучевым параметром для соответствующего типа волны, а t – временная переменная. Результаты декомпозиции, представленные в виде новых наборов наблюдений или обобщенных сейсмограмм, могут быть использованы для решения обратных задач. Например, путем интерполяции и формирования «псевдо-сейсмограмм», которые будут отвечать фиксированной области отражения и нормальному лучу. Это позволяет перейти к решению локальной одномерной задачи во временной или спектральной области.

5.3.2. Использование результатов кинематической интерпретации

На начальном этапе ключевую роль в предлагаемом процессе преобразования исходных данных играет построение каркасной модели среды. Главными здесь являются методы кинематической интерпретации. Их развитию в теории и практике сейсмического метода уделялось большое внимание на протяжении длительного времени [36, 115, 117, 164, 167, 295]. Поэтому при обработке любого реального сейсмического материала в рамках современных обрабатывающих комплексов всегда существует достаточно информации, позволяющей задать структуру модели среды в некотором приближении. На этом этапе существенным будет описание и построение блочных моделей сред с возможностями для автоматического формирования кода луча и анализа петлевых ситуаций, возникающих при трассировке лучей в моделях такого типа. Указанные задачи были решены в процессе развития рассматриваемого подхода [73, 222], а также построены алгоритмы и программы, позволяющие как задавать соответствующие модели, так и



осуществлять трассировку лучей для различных типов волн и систем наблюдений.

На рис. Г6 (см. графическое приложение) показано использование этих программ для идентификации и отбора волн: PP (рис. Г6, а), а также волн PS (рис. Г6, б) при обработке реальных сейсмограмм. Здесь отчетливо проявляется существенное различие в отборе указанных типов волн как по структуре исходных наблюдений, так и исходного волнового поля на реальных сейсмограммах, из которых отбираются соответствующие трассы для формирования «псевдосейсмограммы». На формируемых сейсмограммах отмечены временные интервалы, где содержатся отраженные сигналы от локальных областей среды, отвечающих точкам отражения показанных лучей (синий цвет).

5.3.3. Многофакторная декомпозиция формы сигнала

Она также играет ключевую роль в процессе преобразования данных. Выполняемая на втором уровне декомпозиция формы сейсмических сигналов, которые отвечают целевым объектам и относятся к отобранному временным интервалам, позволяет определить сигнальные составляющие, связанные с локальными объектами среды. При этом устраняются составляющие, обусловленные изменениями условий возбуждения и приема сейсмических колебаний и влиянием промежуточной среды до и после акта отражения. В процессе определения целевой сигнальной составляющей подавляются различного рода аддитивные помехи, которые могут присутствовать в отобранных интервалах. В результате получаем модифицированную форму сигналов, падающих на целевой локальный объект, относительно которого (с хорошим приближением) можно считать, что он помещен в однородную среду. Эти сигналы или их спектры используются как входные данные при решении объектно ориентированной обратной задачи. Вопросам реализации такой декомпозиции посвящена настоящая работа, а сам подход используется автором уже длительное время, начиная со спектрально-статистического метода [34] в его различных модификациях.

Одной из простейших модификаций оператора, устраняющего влияние верхней части среды (ВЧС) и получаемого на втором уровне декомпозиции, является $R_{ij}^{Up-1}(t) = \hat{s}_i^{-1}(t) * \hat{r}_j^{-1}(t)$, где $\hat{s}_i(t)$, $\hat{r}_j(t)$ пред-



ставляют собой построенные по имеющимся наблюдениям $y_{ij}(t)$ оценки факторов за источники и приемники. Требуемые оценки $\hat{s}_i(t)$, $\hat{r}_j(t)$ могут быть получены в рамках простейшей модели отраженного сигнала (2.1) или несколько усложненной четырехфакторной модели (2.13). Воздействие этого оператора на заданное наблюдение $y_{ij}(t)$ обеспечивает получение информации о целевом объекте среды в фиксированной точке отражения с номером k : $G_k(t) = R_{ij}^{Up-1}(t) * y_{ij}(t)$, которая может быть использована при решении соответствующей обратной задачи. Очевидно, что для реальных моделей сред и возникающих обратных задач структура мультипликативной факторной модели будет существенно сложнее, поэтому и оператор, устраняющий влияние ВЧС, требует более сложного построения. Эксперименты с использованием усложненной модели сигнала рассмотрены в следующем разделе.

5.4. Эксперименты по определению параметров тонкослоистых объектов

5.4.1. Характеристика моделей

Модельные эксперименты были проведены автором, чтобы продемонстрировать, насколько важна структурная декомпозиция даже для модельных данных и их подготовки к решению обратных задач. При моделировании в качестве базовой бралась макромодель среды, построенная по реальным сейсмическим данным, полученным по одному из профилей в районе работ фирмы «Петробраз» на шельфе Бразилии. Часть соответствующей макромодели показана на рис. Г7 (см. графическое приложение). На нем изображены основные отражающие горизонты, а также представлены значения упругих параметров для толстых слоев макромодели среды. Здесь же показано положение двух разведочных скважин, которые использовались для выбора моделей тонкослоистых объектов по целевым горизонтам. Положение трех объектов выделено на рисунке красным цветом. Внутри выделенных областей для каждого из рассматриваемых объектов показаны вариации упругих параметров: V_P , V_S , ρ , которые отвечали соответствующим



тонкослоистым объектам (синим цветом изображены вариации V_P , красным – V_S и фиолетовым – ρ). Модели объектов по своей структуре отвечали типам тонкослоистых моделей, которые использовались в работах [225, 227, 229]. (Для данного раздела не очень важно знание параметров тонкослоистых объектов, поэтому соответствующие значения будут показаны далее, в разд. 5.7.3.)

Представленная макромоделю среды и модели локальных объектов применялись для построения модельных сейсмограмм. При этом использовался эффективный метод решения прямой задачи для тонкослоистых моделей сред [227], представляющий собой комбинацию лучевого метода и решения системы уравнений теории упругости в спектральной области в линеаризованной [20, 21, 109] или полной форме [59]. С целью структурной декомпозиции модельного волнового поля на базе макромоделю среды также выполнялось построение лучевых схем для идентификации и отбора отраженных волн, отвечающих целевым объектам среды. Пример таких схем для целевого объекта I, который был связан со второй границей (горизонт Albacora) и располагался по профилю в районе координат X (23,0...23,5) км. Схемы рассчитывались для двух типов волн (PP , PSP) и отвечали 48-канальной многократной системе наблюдений, содержащей 21 источник. При этом первый источник был расположен в точке профиля с координатой $X = 22,0$ км, а расстояние между источниками составляло 100 м. Расстояние между приемниками равнялось 25 м. Таким образом, данная система наблюдений покрывала всю возможную область целевого объекта (рис. 5.9, а).

Построенные лучевые схемы дают возможность определить времена прихода рассматриваемых волн. Соответствующие времена представлены на рис. 5.9, б. Они не только обеспечивают точную идентификацию каждого типа волны, что показано на рисунке, но и определяют возможные интервалы анализа данных волн. Кроме того, они позволяют уточнить скоростные характеристики этих волн, что может быть использовано на этапах выделения волн, в частности при проведении оптимальной F - K -фильтрации.

Еще одним важным прикладным аспектом построенных лучевых схем является использование характеристик лучей для расчета модельных сейсмограмм. Такие сейсмограммы дают возможность лучше понять особенности выделяемых волн.

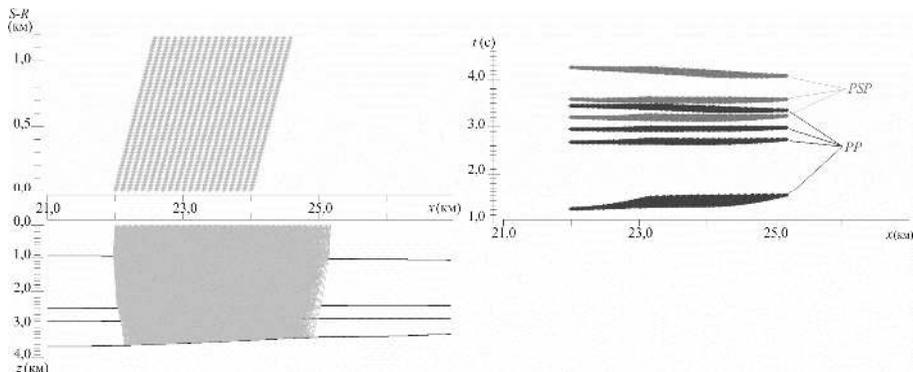


Рис. 5.9. Построение лучевых схем для заданной макро модели среды:

a – система наблюдений с лучевыми схемами, отвечающими двум типам волн: *PP* и *PSP*; *б* – годографы этих волн, рассчитанные для заданных наблюдений на основе построенных лучевых схем

5.4.2. Отбор наблюдений для «псевдосейсмограмм»

На рис. 5.10 приведены примеры двух рассчитанных сейсмограмм, которые отвечали указанной системе наблюдений. Использование информации о временах прихода волн позволяет точно идентифицировать все наблюдаемые сигналы на этих сейсмограммах. При этом мы можем проанализировать амплитуды и динамические особенности этих сигналов, в частности соотношение амплитуд различных типов волн. Например, приведенные сейсмограммы показывают, начиная с каких удалений амплитуды сигналов, которые отвечают целевой обменной волне PSP_2 , будут сопоставимы с монотипными отраженными волнами, имеющими близкие времена прихода. Это может оказать существенное влияние на отбор исходных сейсмических трасс из общей системы наблюдений.

Лучевые схемы дают возможность рассмотреть особенности самого отбора целевых временных интервалов, содержащих отраженные сигналы от области объекта. Например, если предполагаемый объект, относящийся ко второй границе, расположен в точке профиля с координатой $X = 23,2$ км, то можно проанализировать, какова будет структура отбираемых наблюдений для заданного типа волн.

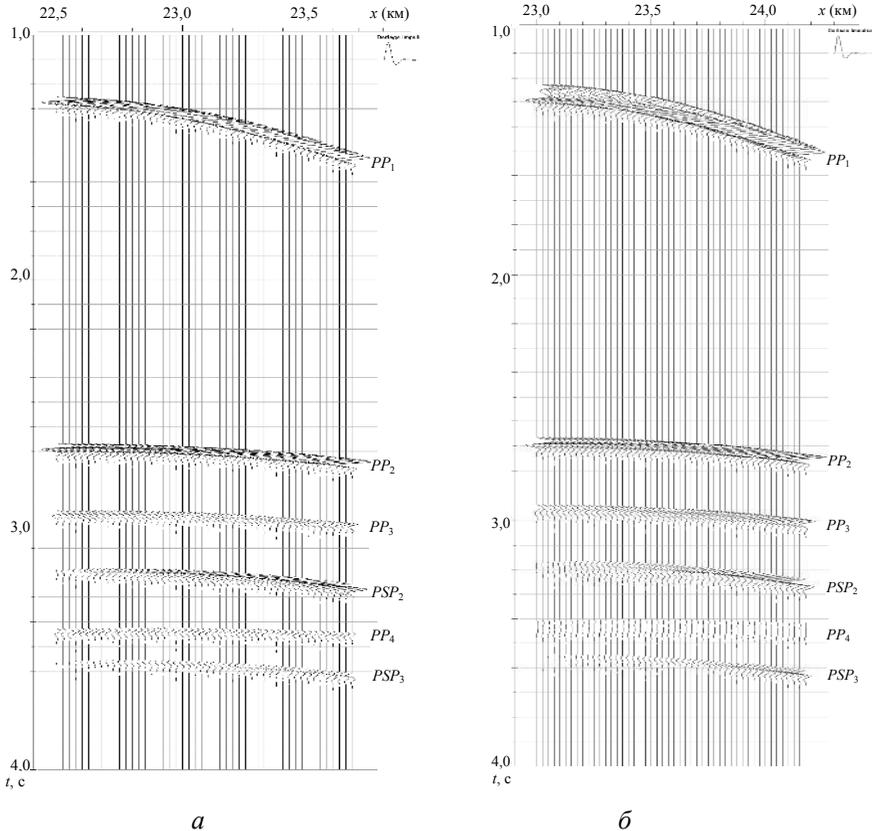
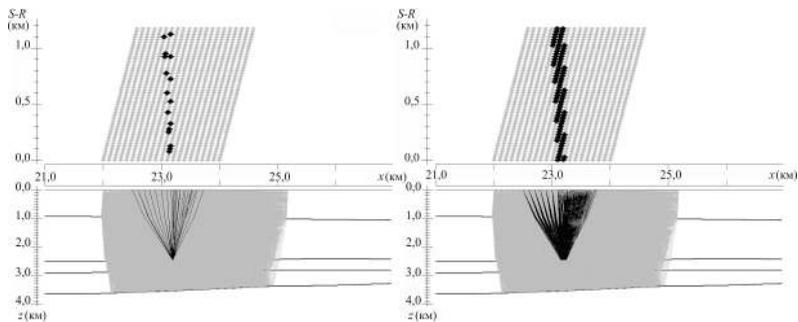
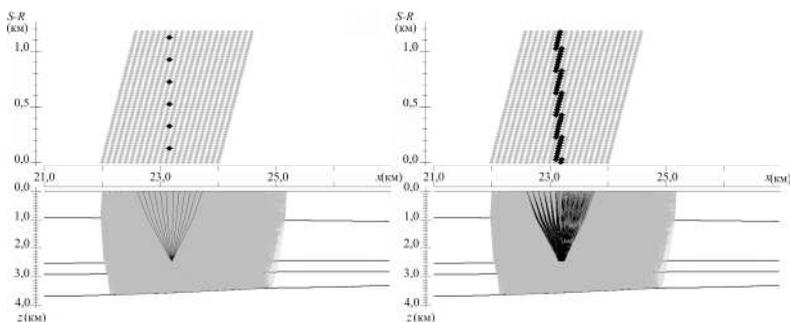


Рис. 5.10. Примеры модельных сейсмограмм, рассчитанных для многократной системы наблюдений на основе лучевого метода и содержащих только два типа отраженных волн: PP и PSP . Сейсмограммы отвечают источникам, расположенным в точках профиля наблюдений с координатами $X = 22,5$ км (a) и $X = 23$ км ($б$)

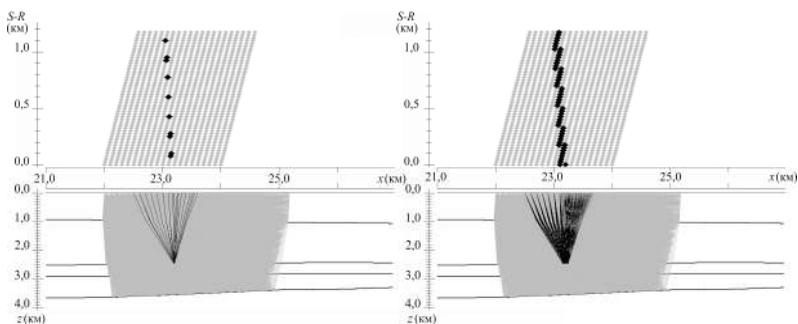
Так, для заданной системы наблюдений при возможном изменении точки отражения вдоль линии горизонта ± 2 м от координаты $X = 23,2$ км нам требуется отобрать 16 сейсмотрасс, где должны наблюдаться соответствующие сигналы. Эти наблюдения показаны на рис. 5.11, a слева. Здесь отчетливо проявляется конус отбора наблюдений, связанный с несимметричностью годографа обменной волны, а сигналы, отвечающие двум типам волн (PP , PSP), будут относиться



а



б



в

Рис. 5.11. Отбор лучей и наблюдений, отвечающих целевому объекту I в точке с координатой $X = 23,2$ км (слева) и по области 200 м с центром $X = 23,2$ км (справа) для комплекса отраженных волн $PP + PSP$ (а), а также отдельно для PP (б) и PSP (в) волн



к различным наблюдениям. При этом в отбираемых наблюдениях (сейсмических трассах) имеем только шесть сигналов, относящихся к отраженной PP -волне (см. левую часть рис. 5.11, б). Для обменной PSP_2 мы можем иметь несколько большее число целевых сигналов (см. левую часть рис. 5.11, в). Однако отмеченная выше малая амплитуда обменной волны на ближних каналах скорее всего не позволит получить хорошее качество этих сигналов для реальных данных. Поэтому для обменной волны число реально используемых сигналов также будет очень незначительным. Такая особенность отбора данных может оказать существенное влияние на устойчивость решения как в задаче декомпозиции формы сигналов, так и в обратной задаче в целом.

Существенным моментом в отборе данных может оказаться расширение области отражения целевого объекта, куда могут относиться соответствующие лучи. В правой части рис. 5.11 показана структура отбираемых наблюдений, когда соответствующая область имеет вариации ± 100 м от точной координаты объекта. Видно, насколько существенно в этом случае увеличивается число отбираемых сигналов по каждому типу волны (общее число возможных сигналов превышает 100), которые могут войти в формируемую «псевдосейсмограмму». При этом расширение области может быть обосновано с учетом зоны Френеля, влияющей на формирование отраженного сигнала. В реальных ситуациях ширина области отбора может быть ограничена априорными сведениями о возможных значительных латеральных изменениях свойств отражающего горизонта. Поэтому при наличии такой информации построенные лучевые схемы могут быть использованы для нахождения оптимальной ширины области отбора отраженных сигналов, которая позволяет обеспечить наибольшее количество наблюдений при возможных вариациях пространственной координаты вдоль границы.

Отобранные наблюдения (трассы) совместно с характеристиками лучей, куда входит время распространения заданной волны, позволяют достаточно просто осуществить отбор требуемых временных интервалов, содержащих соответствующие сигналы. На рис. 5.12 пунктирными линиями показаны начало и конец отобранных интервалов для рассматриваемого модельного эксперимента, когда использовалась широкая область анализа отраженных лучей для целевого объекта.

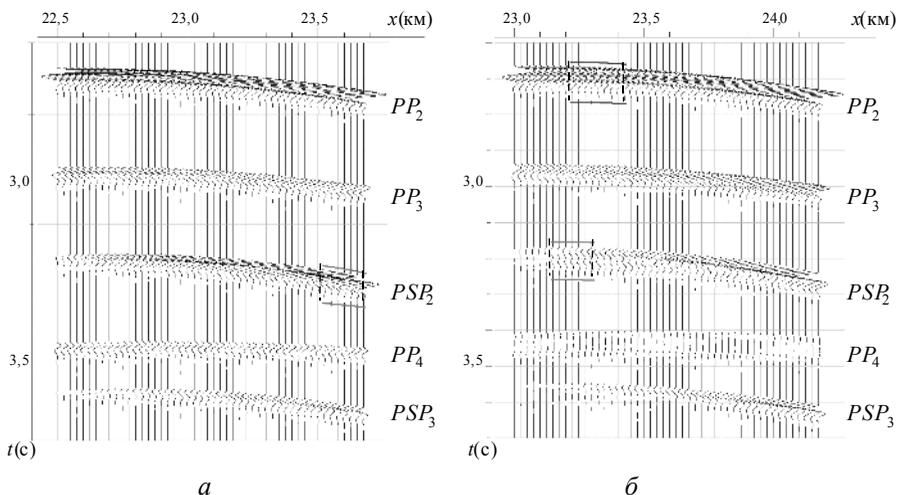


Рис. 5.12. Примеры выделения интервалов, отвечающих целевому объекту I, по области 200 м с центром $X = 23,2$ км для комплекса отраженных волн $PP+PSP$ на модельных сейсмограммах. Выделяемые интервалы относятся к сейсмограммам с источниками, расположенными в точках профиля наблюдений с координатами $X = 22,5$ км (а) и $X = 23$ км (б)

Отчетливо видно, что для сейсмограммы, отвечающей источнику с координатой $X = 22,5$ км (рис. 5.12, а), сигналы обменной волны PSP_2 имеют высокую амплитуду, что должно обеспечить высокое отношение сигнал/помеха на реальных трассах. Поэтому они могут быть включены в исходную информацию. Для сейсмограммы, отвечающей источнику с координатой $X = 23,0$ км (рис. 5.12, б), ситуация будет совершенно иная. Здесь имеет смысл проводить отбор только сигналов для PP -волны.

5.4.3. Учет формы падающего импульса и характеристики направленности источника

Эта серия экспериментов проводилась в связи с желанием заказчика лучше понять важность указанных характеристик для решения соответствующих обратных задач. В экспериментах использовались сейсмограммы, рассчитанные для моделей всех трех локальных целевых объектов (см. рис. Г7 графического приложения). Расчет сейсмограмм



осуществлялся на основе эффективного метода решения прямой задачи. Выполненные эксперименты показывают, что не учет соответствующих характеристик в рассчитываемых спектрах формируемых сейсмограмм и отдельных отраженных сигналов может приводить к неточному или даже неверному решению обратной задачи в спектральной области. Это в первую очередь связано со значительным различием сопоставляемых теоретических и рассчитываемых спектров, что существенно ухудшает свойства минимизируемого целевого функционала.

Проводимые эксперименты выполнялись следующим образом. На основе модели целевого объекта рассчитывалась модельная сейсмограмма с использованием полного решения прямой динамической задачи в спектральной области для заглубленного источника в виде центра расширения. Затем построенные сейсмограммы использовались для отбора сигналов, отвечающих определенным целевым объектам и типам волн, как описано выше. Отобранные сигналы выступали в качестве входных данных для определения спектральных характеристик отражающего объекта. Такой подход полностью отвечает широко используемой на практике динамической инверсии и может быть рассмотрен с точки зрения линейаризованного решения обратной динамической задачи [109]. Существенным в этом случае являлось именно то, что при расчете синтетических сейсмограмм использовалось полное решение, учитывающее все особенности формируемого волнового поля, а при сопоставлении рассчитываемых и теоретических спектров применялось линейаризованное решение, построенное на основе потенциалов для определенного типа волн. Для такого линейаризованного решения важным является знание формы импульса, падающего на локальный тонкослоистый объект. Таким образом, в рамках модельного эксперимента удавалось проанализировать некоторые особенности, которые могут возникать при обработке реальных многокомпонентных данных.

При построении модельных сейсмограмм во всех рассматриваемых экспериментах была использована 24-канальная левофланговая установка. При этом первый прибор находился непосредственно над источником. Расстояние между приборами составляло 50 м. Таким образом, максимальное удаление равнялось 1150 м. В качестве исходного сигнала всегда брался импульс Берлаге, который наилучшим образом



соответствовал сигналам, наблюдаемым на реальных сейсмограммах. Форма этого импульса показана на рис. 5.10. Отбор требуемых отраженных сигналов из мультикомпонентных модельных сейсмограмм, отвечающих Z - и X -компоненте, осуществлялся с использованием алгоритмов трассировки лучей. Как правило, начало отбираемого интервала, где располагался анализируемый сигнал, имело несколько меньшее значение, чем время по трассируемому лучу, как это показано на рис. 5.12.

Пример отобранных интервалов, содержащих отраженные сигналы PP и PSP волн от области второго объекта, показан на рис. 5.13. Такие интервалы использовались для расчета спектров, которые затем сопоставлялись с теоретическими значениями. При расчете спектров для отобранных интервалов трасс, содержащих отраженные сигналы определенных типов, применялись оптимальные сглаживающие окна, которые обеспечивали достаточную точность оцениваемых спектральных характеристик. Поэтому все получаемые отклонения рассчитываемых спектров от теоретических значений могли быть отнесены за счет несоответствий модельных предположений и наблюдаемых сигналов. Здесь важно отметить, что согласно результатам предыдущих исследований [20, 21] построенное линейаризованное представление спектральной характеристики тонкослоистой пачки с небольшим числом слоев (два-четыре) для фиксированного типа отражения дает ошибку не более 2...–3 % при относительно небольших углах падения волны на объект. В наших экспериментах последнее условие было заведомо обеспечено в силу сравнительно небольшой величины расстановки приборов.

На рис. 5.14 и 5.15 представлены некоторые результаты проведенных исследований. Они относились к анализу амплитудных спектральных характеристик отраженных сигналов для продольных волн. Обладая наибольшей простотой, они дают ясное понимание тех особенностей, которые могут существенно влиять на спектральную характеристику рассматриваемого сигнала в реальном эксперименте.

Рассмотрим результаты, представленные на рис. 5.14, *a*. Верхние амплитудные спектры являются результатом соответствующего расчета, выполненного по отобранным интервалам одной из модельных сейсмограмм. При этом моделирование выполнялось для случая модели объекта II. Следующие спектры (сверху вниз по данной части рисунка)



представляют собой теоретическую спектральную характеристику соответствующего тонкослоистого объекта, которая была домножена на спектр среднего сглаженного сигнала, выступающего в роли некоторой оценки исходного импульса, падающего на заданный объект. Подобные оценки исходного импульса обычно применяются при реальной обработке данных. Третий ряд спектров (самый нижний по каждому рисунку) представляет собой разность двух первых спектров.

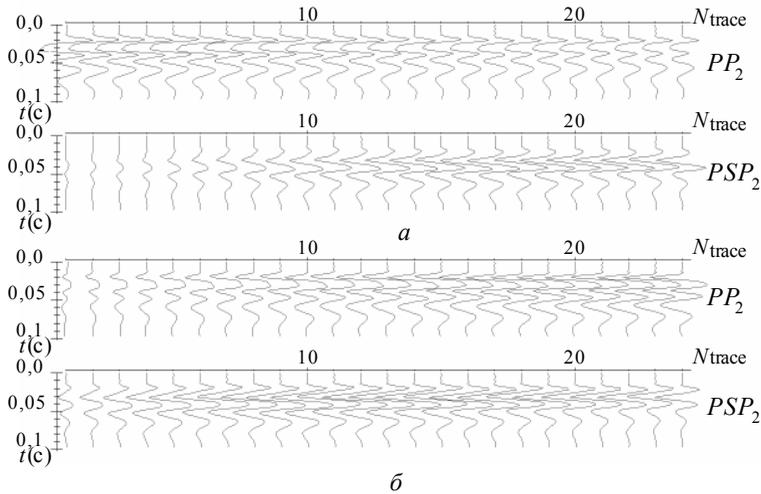


Рис. 5.13. Временные интервалы, отобранные по модельным сейсмограммам для Z -компоненты (*а*) и X -компоненты (*б*), которые содержали отраженные сигналы от области целевого объекта II

Видно, что разность между двумя спектрами может достигать существенных величин (в некоторых случаях ее величина составляет 58 %), а значение целевого функционала (см. разд. 5.7.2), построенного на основе указанных спектров, равняется 0,31245. Это является совершенно неприемлемой величиной функционала, так как подобные же значения получаются при ошибочном задании модели объекта (см. разд. 5.9.1). О том, что подобные различия между теоретическими и рассчитанными спектрами связаны с неточным заданием формы падающего импульса, свидетельствуют результаты, представленные на рис. 5.14, б. Здесь верхний ряд спектров представляет собой отношение между рассчитанными, или наблюдаемыми, спектрами и теорети-



ческими спектральными характеристиками для заданного объекта. По определению они должны отвечать спектральной характеристике исходного импульса (она показана в средней части данного рисунка). Однако на практике получается значительное различие между этим отношением и спектром исходного импульса. Величина и структура этого различия показаны на нижней части рис. 5.14, б.

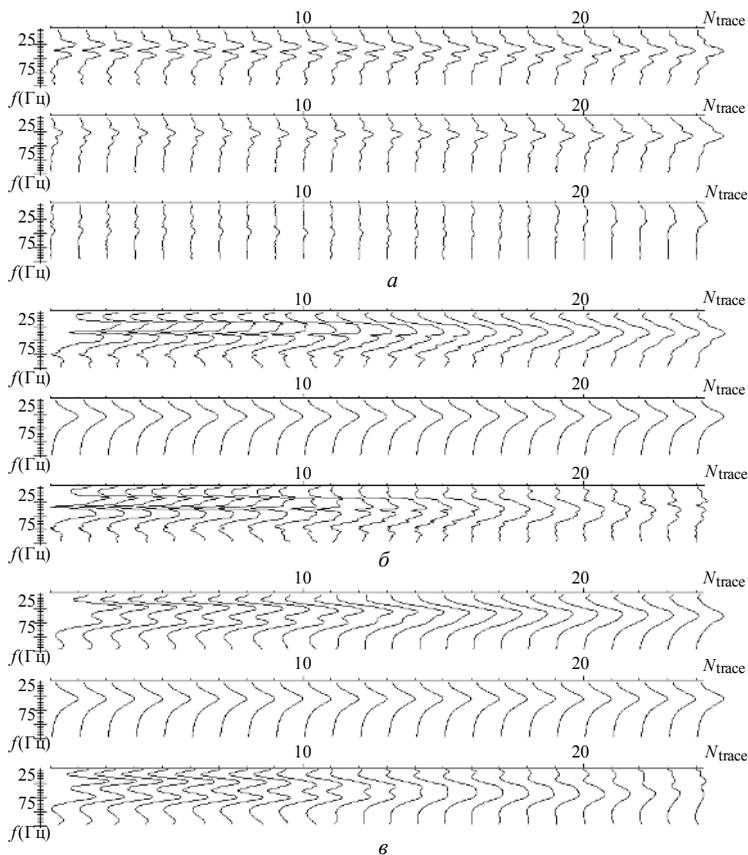


Рис. 5.14. Сопоставление спектров и их отношений для сигналов отраженных *PP*-волн в случае модели объекта II:

а – рассчитываемые и теоретические спектры; *б* – отношение со спектром исходного импульса без корректировки формы исходного сигнала; *в* – то же, после корректировки

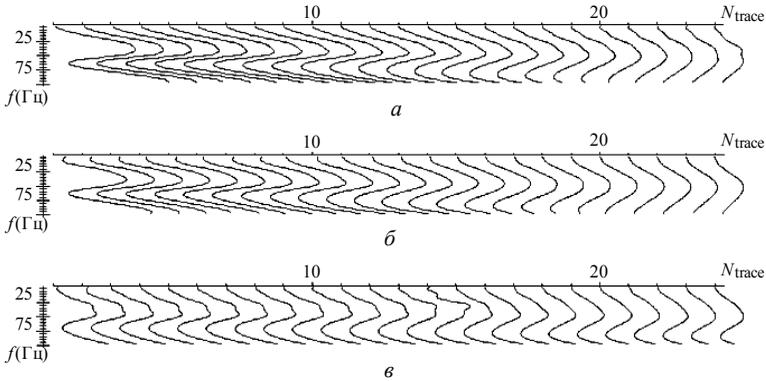


Рис. 5.15. Вид остаточной составляющей в спектрах сигналов отраженных *PP*-волн в случае моделей объектов:

a – I; *б* – II; *в* – III

Использование упрощенных процедур декомпозиции, которые уточняют форму исходного импульса, непосредственно падающего на тонкослоистый объект, позволяют улучшить качество рассчитываемых спектров. Об этом свидетельствуют результаты, представленные на рис. 5.14, *в*. Такая процедура учитывает форму регистрируемого интерференционного сигнала. В результате нам удастся точнее определить гладкий спектр исходного импульса. Однако несмотря на повышение качества оценок спектральных характеристик, в них остается некоторая регулярная составляющая, которая изменяет форму падающего на объект импульса в зависимости от удаления источник–приемник или от угла падения соответствующей волны на целевой объект.

Природа этих изменений в форме и спектре падающего импульса связана с характеристикой направленности источника, который используется при построении полного решения задачи (заглубленный источник типа центра расширения). Она совершенно очевидна по физическим соображениям, а ее проявление в модельных данных требует использования более сложных моделей декомпозиции, которые могут учитывать такие изменения. В случае проведенных экспериментов вполне подходила четырехфакторная модель спектрально-статистического метода (2.13), в которой импульсная характеристика $L_{i-j}(t)$



или фактор $\lambda_{i-j}(\omega)$ позволяют определять изменения формы сигнала, связанные с различным удалением источник–приемник.

На рис. 5.15 показаны изменения, которые проявлялись за счет указанной характеристики направленности источника в различных рассчитываемых сейсмограммах. Видно, что для объектов I и II, которые были связаны с одним и тем же целевым горизонтом «альбакора» и были расположены на меньших глубинах, данные характеристики имеют очень близкую структуру. При изменении же целевого горизонта и его глубины, что мы имеем для модели объекта III, происходит изменение соответствующей характеристики направленности. Таким образом, в реальном эксперименте, когда характеристика направленности источника неизвестна и может меняться для различных источников, требуется ее учет в процедурах декомпозиции. Отметим, что в проведенных нами экспериментах учет данной характеристики позволял обеспечивать близкое к идеальному совпадение рассчитываемых и теоретических спектров, а величина функционала при этом равнялась 0,01427.

5.5. CSD-технология и ее прикладные аспекты

5.5.1. Реализация и опробование технологии

Была сделана попытка доказать состоятельность и эффективность приведенного выше многоуровневого процесса декомпозиции (см. разд. 5.3) с использованием эффективной лучевой модели, представленной выражениями (2.14), (2.15) и (2.20), когда на третьем уровне для решения обратной задачи в акустическом приближении с учетом параметра затухания применялось разложение Прони. Все вместе получило название Complex Seismic Decomposition (CSD). Во введении и предыдущих разделах (см. разд. 5.2.1 и 5.3.1) отмечалось, что первоначально подход, основанный на многомерных гомоморфных преобразованиях, развивался как использование мультипликативных факторных моделей сверточного типа при обработке отдельных сигналов, что отражалось в применяемых названиях: декомпозиция комплексных спектров (ДеКС) и Complex Convolution Decomposition (CCD). В то же время осознание важности структурной декомпозиции и объединение различных волновых объектов привело к названию Complex Seismic Decomposition (CSD) [219].



Достаточно высокая общность подхода и используемых в нем моделей позволяла применять его для решения широкого круга задач, куда входили задача частотно-зависимого AVO-анализа [80, 210] и задача прогноза зон АВПД [188]. Демонстрация этих возможностей проводилась на модельных и реальных данных в период с 1989 по 1994 год. Были сделаны также многочисленные попытки привлечения внимания российских нефтегазовых компаний к разработке. Но в то время компании не были готовы к восприятию российских инновационных технологий в области обработки геофизической информации. Возможно, к настоящему времени такая потребность начала формироваться.

Первоначальные исследования проводились на модельных данных. При их подготовке использовались результаты профильных сейсмических наблюдений, полученных Мурманским трестом СМГ на шельфе Баренцева моря и Южно-Сахалинским морским трестом на шельфе Сахалина. При получении этих материалов использовался высокостабильный пневмоисточник, а система наблюдений имела шаг ПВ – 25 м; шаг ПП – 50 м и 20- или 46-канальные косы. Обязательная регистрация сигнатуры сигнала (ближняя зона) позволяла контролировать факторы «источника» и «канала», а также использовать в модельных экспериментах форму исходного импульса, близкого к реальному сигналу.

Идеализированная эффективная модель среды содержала шесть целевых интервалов, представляющих собой тонкослоистые зоны (от одного тонкого слоя до пачки, см. табл. 5.4). Промежутки между слоями характеризовались мощностями, интервальными скоростями и параметрами неупругого поглощения. Сейсмограммы отраженных волн для источника типа центра расширения формировались программой с использованием лучевого и матричного метода.

В качестве «погрешностей эксперимента» выступал белый аддитивный шум, энергия которого изменялась по трассе и согласовывалась со значениями сигнал/помеха, приведенными в последнем столбце табл. 5.4.

Построенные сейсмограммы подвергались обработке на базе CSD-технологии с отбором интервалов трасс, отвечающих общим точкам отражения по каждому рассматриваемому горизонту, и применением



модели (2.20) при декомпозиции формы сигнала. При этом получалась форма импульса посылки, параметры затухания в толстых слоях и импульсные характеристики по каждой моделируемой зоне. Ниже кратко излагаются полученные результаты. Более подробно они представлены в работе [80].

Таблица 5.4

Параметры модели при тестировании CSD-технологии

Номер зоны	Число слоев	Мощность слоев, м	V_p , км/с	V_s , км/с	Плотность, г/см ³	Сигнал/помеха
I	1	33	2,8	1,743	2,6	5
II	1	22	2,4	1,743	2,2	10
III	2	17; 22	3,51; 2,4	2,6; 1,7	2,6; 2,2	5
IV	3	7; 17; 4	3,95; 4,22; 3,5	3,2; 3,4; 2,6	2,37; 2,6; 2,6	4
V	1	43	3,55	2,967	2,5	2
VI	3	12; 76; 8	5,2; 4,8; 4,2	4,0; 2,2; 4,0	2,3; 2,4; 2,3	10

Существенным моментом при проведении факторной декомпозиции являлась обработка как амплитудных, так и фазовых спектров. Это позволяло, в частности, отказаться от традиционных допущений о минимально- либо нуль-фазовости исходного сигнала. Насколько такие допущения могут быть существенными, демонстрирует рис. 5.16, *a*, где представлены результаты оценивания формы исходного импульса, полученные на основе модельных данных с использованием традиционных нуль-фазовых *4*, минимально-фазовых *3* восстановлений сигнала и посредством многофакторной декомпозиции (см. разд. 2.2). Цифрой *1* обозначена истинная форма сигнала.

В связи с морскими исследованиями интересным представляется результат, полученный при оценивании формы импульса, распространяющегося в реальной среде и падающего на целевую тонкослоистую пачку. Необходимо отметить, что выполняемые прямые замеры импульса-посылки позволяли определить его амплитудный спектр. На рис. 5.16, *б* он показан сплошной линией. Здесь же пунктиром показан амплитудный спектр падающего импульса, полученный в результате факторной декомпозиции. Имеющееся различие между спектрами объясняется наблюдением импульса-посылки в ближней зоне.

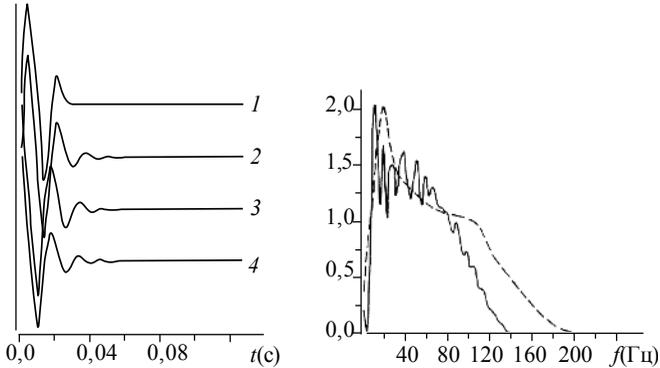


Рис. 5.16. Определение импульса-посылки:

a – по модельным и *б* – по реальным данным (пояснения в тексте)

Примеры полученных в процессе обработки данных параметров неупругого поглощения для толстых слоев модели и спектральной характеристики зоны отражения показаны на рис. 5.17. Они свидетельствуют об эффективной работе процедуры многоуровневой декомпозиции волнового поля и формы сигнала. Для сравнения полученных результатов с существующими методами было выполнено оценивание импульсных характеристик тонкослоистых зон на основе имевшихся процедур деконволюции. На рис. 5.18 демонстрируется, насколько точнее удастся определить импульсную характеристику тонкого пласта первой целевой зоны (см. табл. 5.9), используя факторную декомпозицию.

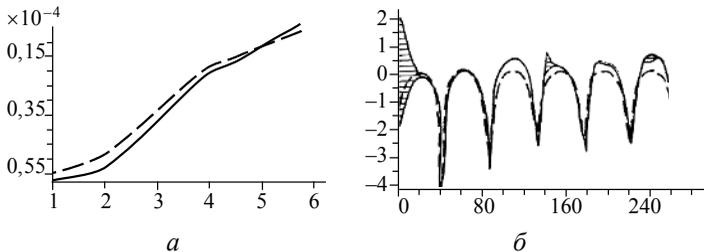


Рис. 5.17. Оценки параметра затухания (*a*) для полной модели и спектральной характеристики отдельного отражающего горизонта (*б*). Истинные значения показаны сплошной линией

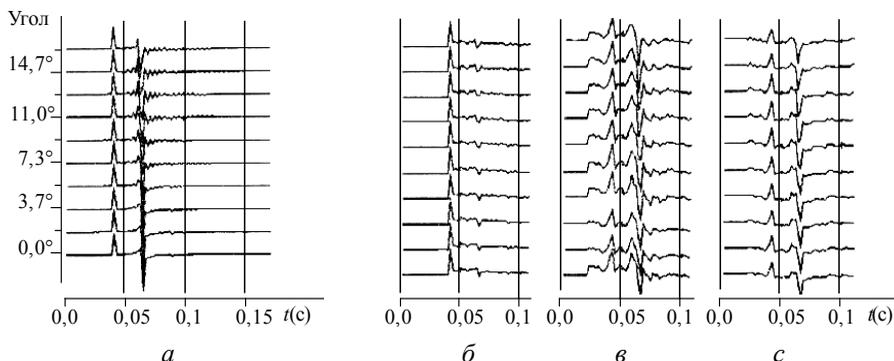


Рис. 5.18. Сопоставление различных методов определения импульсной характеристики слоя:

а – истинные значения; *б* и *в* – значения, полученные с использованием минимально-фазовой и гомоморфной деконволюции; *г* – значения, определенные посредством факторной декомпозиции

5.5.2. Исследования зон АВПД

Зоны АВПД представляли собой одно из значимых приложений CSD-технологии. В этом приложении объединялись наиболее существенные моменты: мультипликативная факторная модель (2.20), позволяющая определять характеристики затухания в промежуточных толщах и целевых горизонтах, повышение детальности исследования динамических особенностей сигналов за счет устранения искажающих эффектов и максимального использования, полученных ранее результатов по обработке и интерпретации сейсмических наблюдений.

Петрофизическую основу приложения составляла хорошо изученная к настоящему времени связь поглощения или добротности с пористостью глин и опосредованно с имеющимся давлением в среде [197, 248, 277]. На изменение свойств пород при взаимодействии глинистых пород с породами коллекторского типа (песчаниками, алевролитами и др.) обращалось внимание уже длительное время [163]. При таком взаимодействии происходит переход воды, вытесняемой из глин за счет горного давления, в коллектор. Если коллектор достаточно мощный, то вся лишняя вода, содержащаяся в глинах, переходит в него, выравнивая давление до гидростатического. При наличии относительно



небольших коллекторов в мощных глинистых толщах происходит неполное вытеснение жидкости из глин, что ведет к повышению их пористости и вызывает появление аномально высокого пластового давления (АВПД). Это эвристическое соображение подтверждают многочисленные эксперименты, показывающие, что аномальное поглощение сопровождается зоны АВПД [184].

Таким образом, параметр затухания и полученные на его основе характеристики добротности глин могут быть использованы для прогноза АВПД [198, 200]. Применение CSD-технологии для предсказания значений порового давления впервые было выполнено автором настоящей монографии совместно с А. Мадатовым, В. Ковалевым и Н. Helle на материалах норвежской нефтяной компании «Norsk Hydro», полученных в шельфовой области Северного моря [188]. Для оценивания параметра затухания по реальным сейсмическим данным при выполнении работ впервые было применено разложение Прони [83]. Это разложение было совмещено с разложением на мультипликативные составляющие, что позволяло улучшить оценку параметра затухания [202, 216]. Дальнейшее развитие этого подхода способствовало появлению нового метода обработки сейсмических данных, названного прони-фильтрацией [105]. Рассмотрению основ данного метода посвящена следующая глава.

Отметим, что параметр добротности, связанный с параметром затухания, применялся для характеристики пород в сейсмологии длительное время [2]. Однако в области сейсморазведки вопросам оценивания этого параметра (Q -фактора) по поверхностным сейсмическим наблюдениям начали уделять больше внимания только в последнее время [297]. Поэтому наши работы могут считаться одними из первых в этом направлении.

На рис. Г8 (см. графическое приложение) показан временной разрез, относящийся к исследуемой площади. Здесь показано стратиграфическое разделение разреза, включающего глинистые породы, а также положение пяти скважин, четыре из которых (wells: 1, 3, 4, 7) служили основой для установления корреляционных связей между петрофизическими характеристиками глинистых пород и давлениями, а скважина «well 5» была контрольной при прогнозе вариаций давления.

Использование декомпозиции на основе эффективной лучевой модели, в которой участвовали все отраженные сигналы, выделяемые



по данному разрезу, позволило определить среднелучевую характеристику A_{ij} и по ней восстановить параметры затухания $\alpha^{(n)}$ (см. разд. 2.2.2), которые, в свою очередь, дали возможность построить кривые изменения параметра добротности с глубиной. Вид этих кривых для различных точек профиля показан на рис. Г9 (см. графическое приложение). Такие кривые соответствовали как точкам скважин, так и промежуткам межскважинного пространства. Их структура свидетельствовала о том, что в изучаемой области могут происходить значимые изменения акустических свойств разреза.

Одновременно трендовые составляющие добротности, полученные для макромоделей изучаемой среды, еще не давали возможности прогнозировать зоны АВПД с достаточной точностью. Для этого необходимо было получить параметры затухания для локальных областей среды. Такого типа оценки получались на третьем уровне декомпозиции (см. разд. 5.3.1) с использованием прони-разложения.

Пример полученных оценок приведен на рис. Г10 (см. графическое приложение). Видно, что они существенно повышают разрешающую способность в определении характеристики добротности, которая хорошо увязывается с выделяемыми по скважинным данным глинистыми пластами. Оцененные параметры добротности для локальных областей среды с имеющимися скважинными данными использовались при построении корреляционных связей между поглощением и поровым давлением, которые характерны для исследуемой площади. Затем на основе построенных связей делался прогноз возможных поровых давлений в межскважинном пространстве, в частности, в области тестовой скважины «well 5».

Этот прогноз проверялся результатами измеренного давления. Результаты проверки представлены на рис. Г11 (см. графическое приложение). Как показали результаты тестирования, прогнозные давления обладали высокой разрешенностью и точностью, которые превосходили используемые альтернативные методы. Интересным представлялся пик прогнозного давления, выявленный на глубине около 3800 м. Хотя в этой области не проводилось замеров, но в процессе бурения в пределах глубин 3600...3900 м была применена существенно более тяжелая буровая жидкость, что свидетельствовало о возможном увеличении давления.



5.6. Особенности используемых теоретических решений

5.6.1. Общие замечания

Настоящий раздел содержит результаты, полученные автором по исследованию вопросов, относящихся к общей проблеме вложения теоретических решений в наблюдаемые данные. Исследования были важны для перспективы применения получаемых в процессе CSD-технологии импульсных характеристик целевых объектов или «псевдосейсмограмм» в качестве исходных данных для решения объектно-ориентированных обратных задач. Дело в том, что к рассмотрению возможностей вложения теоретического решения в реальные данные необходимо подходить с двух сторон: 1) преобразование полученных данных с целью их лучшего соответствия модельным предположениям и 2) анализ влияния характерных свойств реальных данных на теоретическое решение (см. разд. 5.7). Все представленные выше способы декомпозиции волнового поля и формы относились к первой стороне проблемы. Далее проанализированы вопросы, относящиеся к другой из указанных сторон. Отметим, что исследования выполнялись в рамках обратных динамических задач для тонкослоистых упругих моделей, которые строились в спектральной области.

Вначале отметим, что область решения обратных динамических задач хорошо разработана существующими методами при условии, что теоретические построения и полученные на их основе решения отвечают полученным данным. Построенные решения развивались достаточно продолжительное время и могут быть реализованы во временной или частотной области с использованием нелинейных методов и понятий обобщенных производных [6, 7, 142, 252, 274, 275]. Ясная внутренняя структура методов обеспечивает их эффективную реализацию и на программном уровне.

Существует значительное число работ, посвященных построению решения обратной динамической задачи в спектральной области. Достаточно полный обзор работ дан в статье [252]. Там же указаны преимущества такого подхода, поэтому не будем подробно останавливаться на этих вопросах. Отметим только два принципиальных момента. Первый – связан с использованием преобразования Фурье по



временной переменной при трансформации уравнений и данных в решаемой задаче. Второй – относится к широкому использованию спектрального подхода на практике в рамках акустических моделей и данных, отвечающих наблюдениям, полученным при совмещении источника с приемником. Здесь же рассматривается несколько иной способ перехода в спектральную область, основанный на использовании преобразования Лапласа [3, 59, 283], что обеспечивает дополнительные преимущества и повышает его эффективность. Кроме того, вся задача решается с использованием многокомпонентных сейсмограмм, когда возможны произвольные расстояния источник–приемник.

Одно из преимуществ указанного подхода состоит в том, что параметр преобразования Лапласа может выступать в роли значительного регуляризатора в процессе нахождения минимума целевого функционала при построении решения обратной задачи. Это позволяет строить эффективную стратегию минимизации, которая на модельных примерах демонстрирует высокую точность восстановления параметров моделей тонкослоистых упругих сред [60]. Однако модельные примеры, демонстрирующие такую точность, существенно отличаются от реальной ситуации. Они строятся таким образом, что теоретическое решение прямой задачи и сравниваемые с ним двумерные спектры рассчитываются по одному и тому же алгоритму с некоторыми дополнительными возмущениями в виде случайных помех. В то же время одной из существенных трудностей, возникающих при реализации этого подхода на практике, является большое различие двух видов спектров: а) теоретически рассчитываемых и б) определяемых по наблюдаемым сейсмограммам. Причин для этого несколько. Одной из них, в частности, является ограниченность апертуры и дискретность реальных наблюдений. Поэтому требуется изучение вопроса о возможности совмещения рассчитываемых спектров многокомпонентных сейсмограмм с полным решением системы дифференциальных уравнений теории упругости в спектральной области. Подойдем к рассмотрению этого вопроса с двух позиций. Первая – каким образом величина параметра Лапласа может влиять на рассчитываемые спектры и форму сигналов, наблюдаемых на многокомпонентной сейсмограмме. Вторая – каким образом может быть обеспечено наилучшее совмещение двух видов указанных спектров.



Некоторое исследование, посвященное первой из указанных позиций, было выполнено в работах [226, 228], где кроме преимуществ использования параметра Лапласа в решении задачи на теоретических функциях было показано, что достаточно полное совмещение двумерных спектров может быть достигнуто только при больших величинах этого параметра. Ниже на простом примере будут рассмотрены особенности влияния больших величин параметра Лапласа на волновые объекты, содержащиеся в рассматриваемой многокомпонентной сейсмограмме. Данные результаты свидетельствуют о том, что использование таких величин приводит к существенному изменению формы сигналов и потери части информации, относящейся к различному типу волн, возникающих в упругих моделях. Таким образом, возможное изменение величины указанного параметра при рассмотрении реальных сейсмограмм ограничено.

При рассмотрении вопроса о совмещении теоретических и рассчитываемых спектров со второй из указанных позиций у нас появляется некоторая свобода в выборе как величины параметра Лапласа, так и области частот, где может быть обеспечено наилучшее совмещение обоих типов спектров. Можно также попытаться построить оптимальные окна, которые обеспечивают требуемый результат для заданной двумерной области частот при фиксированной величине параметра Лапласа. Таким образом, более широкая постановка вопроса позволит достигать оптимального совмещения теоретических решений и реальных данных, что, в свою очередь, дает возможность получать наилучшую структуру функционала, используемого при нахождении решения обратной задачи.

Еще один вопрос, который представляется важным, а в некоторых случаях он является и ключевым при решении обратных задач на практике – это вопрос определения модели целевого объекта. Дело в том, что при решении обратных динамических задач для тонкослоистых объектов на основе реальных наблюдений мы находимся на грани возможностей сейсмического метода, часто фактически попадая в область неопределенности, связывающей структуру модели тонкослоистого объекта (число и размер ее слоев) с величинами оцениваемых упругих параметров. Поэтому возможность фиксирования вида модели, к примеру по числу слоев, может существенно сказаться на качестве получаемых оценок упругих параметров и мощностей этих слоев. Так как



вопрос адекватного выбора вида модели по числу ее слоев также может быть сформулирован на основе сопоставления двух рассматриваемых типов спектров, то в данной работе сделана попытка исследования возможности нахождения ответа на этот вопрос. Выбор вида модели осуществляется путем сопоставления теоретических спектров, построенных для различных типов моделей, со спектрами наблюдаемых сейсмограмм. При этом в качестве меры соответствия теоретических моделей реальному объекту берется эвристическая функция, основанная на функции взаимной корреляции между указанными спектрами.

5.6.2. Анализ свойств дискретных преобразований Лапласа и Фурье–Бесселя

При практической реализации предлагаемого теоретического решения обратной задачи необходимо перевести рассматриваемые сейсмограммы в спектральную область на основе двух преобразований: Лапласа и Фурье–Бесселя. Программная реализация указанных преобразований не вызывает затруднений. Но при выполнении такого перехода важную роль играют свойства преобразований, связанные с дискретностью и ограниченностью реальных наблюдений как по временной, так и пространственной переменной. Необходимо отметить, что в литературе по вычислительным методам мало уделялось внимания данному вопросу. Относительно свойств дискретного преобразования Лапласа могут быть сделаны некоторые выводы на основе хорошо изученных свойств дискретного преобразования Фурье с учетом их близости. По отношению же к дискретному преобразованию Фурье–Бесселя вопрос оказался фактически не изученным для особенностей, которыми обладает рассматриваемая задача.

Проведем небольшое исследование вычислительных особенностей рассматриваемых преобразований с помощью аналитически заданных функций. Это дает ряд преимуществ. Во-первых, обеспечивает возможность рассмотрения некоторых свойств дискретных аналогов преобразований Лапласа и Фурье–Бесселя в точной аналитической форме. Во-вторых, упрощает тестирование построенных алгоритмов и процедур. В-третьих, появляется возможность проанализировать точность вычислений с использованием аналитических формул, которые обеспечивают идеальные условия для проведения требуемых сопоставлений рассчитываемых и теоретических спектров.



В качестве базовой для исследования была взята следующая функция двух переменных t и x :

$$U(x, t) = \theta(t - t_0(x)) e^{-\alpha_0(t - t_0(x))} e^{-\alpha_1 x} \cos(\omega_0(t - t_0(x))), \quad (5.3)$$

где $\theta(t - t_0(x))$ – обычная функция Хевисайда, принимающая значения, равные 1 при $t > t_0(x)$ и 0 при $t \leq t_0(x)$. Таким образом, функция $U(x, t)$ моделировала некоторую простейшую сейсмограмму. При этом $t_0(x)$ задавала начала сигнала на рассматриваемой сейсмограмме, а параметры $(\alpha_0, \alpha_1, \omega_0)$ определяли форму задаваемого сигнала. Примеры функции показаны на рис. 5.19.

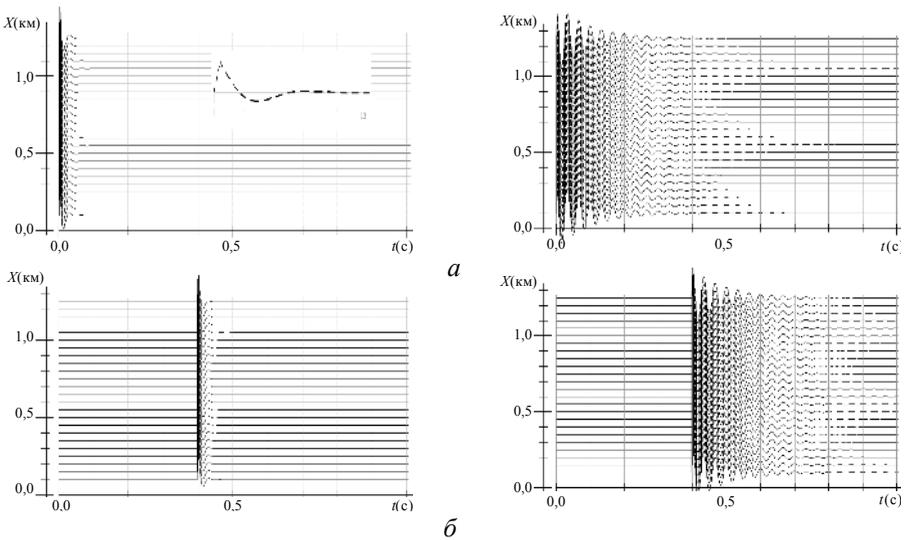


Рис. 5.19. Структура сигналов и сейсмограмм, моделируемых на основе аналитически заданной функции $U(x, t)$:

$$a - \alpha_0 = 100 \text{ (для левой колонки)}, \alpha_0 = 10 \text{ (для правой колонки)}, \omega_0 = 2\pi \cdot 30, \\ \alpha_1 = 0,01, t_1 = 0; \quad б - t_1 = 0,4 \text{ с}$$

Выбор данной функции определялся следующими моментами. Несмотря на элементарный вид, она позволяла приблизить рассмотрение особенностей преобразований к структуре сейсмических сигналов.



Например, на ее основе удастся проанализировать влияние резкости вступления сигнала или изменения времени прихода сигнала по пространственной координате x на результаты преобразований. Для этой функции удастся также воспользоваться таблицами интегралов [178] и построить аналитические выражения как по отношению к преобразованию Лапласа, так и Фурье–Бесселя [226].

В процессе исследования анализировались два случая функции $t_0(x)$:

(I) $t_0(x) = t_1 = \text{const}$, т. е. зависимость от x отсутствует;

(II) $t_0(x) = t_1 x$, т. е. зависимость от x имеет линейный характер.

Это давало возможность понять особенности преобразований при изменении времени прихода сигнала.

При построении аналитических выражений будем использовать те же формулы, что и для построения эффективного решения прямой задачи в спектральной области [59]. Аналогичные же формулы реализовывались при расчете двумерных спектров от рассмотренных сейсмограмм, когда осуществлялась подготовка исходных данных для решения локальных обратных задач в спектральной области в случае тонкослоистых объектов. Они представляют собой двукратный интеграл вида

$$\tilde{U}(v, f) = \int_0^{\infty} x J_m(vx) \int_0^{\infty} U(x, t) e^{pt} dt dx, \quad (5.4)$$

где внутренний интеграл представляет собой преобразование Лапласа с параметром $p = -\alpha + \bar{i}\omega$, а внешний интеграл – преобразование Фурье–Бесселя. При этом $\omega = 2\pi f$ является круговой частотой для временной переменной, а f – обычная частота, измеряемая в герцах, v – пространственная частота, имеющая размерность $[m^{-1}]$, и \bar{i} – комплексная единица. Индекс m указывает на тип функции Бесселя и равен нулю в случае вертикальной компоненты рассматриваемого волнового поля или единице – для горизонтальной компоненты поля.

Подставляя выражение (5.3) в (5.4) и производя соответствующие интегрирования вначале по переменной t , а затем по переменной x , можно определить результаты рассматриваемых преобразований [226]. Для преобразования Лапласа получаем выражение



$$\tilde{U}^L(x, f) = e^{pt_0(x)} \left(\frac{s + \alpha_0}{(s + \alpha_0)^2 + \omega_0^2} \right)^* \quad (5.5)$$

определяющее его результат на различных частотах и при различных удалениях. Здесь $s = \alpha + i\omega$, а символ * означает комплексно-сопряженное значение. При этом для всего двумерного спектра $\tilde{U}(v, f)$ вертикальной компоненты в случае (I) будем иметь выражение

$$\tilde{U}(v, f) = \frac{\alpha_0 - p}{(\alpha_0 - p)^2 + \omega_0^2} \frac{\alpha_1}{(\alpha_1^2 + v^2)^{3/2}} e^{pt_1} \quad (5.6)$$

а в случае (II) – выражение

$$\begin{aligned} \tilde{U}(v, f) = & \frac{\alpha_0 - p}{(\alpha_0 - p)^2 + \omega_0^2} R^{-3} \times \\ & \times \left[(a_1 - i\omega_1) \cos\left(\frac{3}{2}\varphi\right) - (\omega_1 + ia_1) \sin\left(\frac{3}{2}\varphi\right) \right], \quad (5.7) \end{aligned}$$

где $R = \left[4\omega_1^2 a_1^2 + (a_1^2 + v^2 - \omega_1^2)^2 \right]^{1/4}$, $\varphi = \arg(a_1^2 + v^2 - \omega_1^2 - 2i\omega_1 a_1)$,
 $a_1 = \alpha_1 + \alpha t_1$, $\omega_1 = \omega t_1$.

Несложно показать, что при $t_1 = 0$ выражения (5.6) и (5.7) совпадают. Это будет полезно в дальнейшем при анализе получаемых результатов.

На основе построенных формул производилось тестирование дискретных аналогов соответствующих преобразований. При тестировании выбирались различные параметры исходной функции $U(x, t)$, а также параметры сейсмограмм, по которым выполнялся расчет либо дискретного преобразования Лапласа, либо дискретных преобразований Лапласа и Фурье–Бесселя. Параметры сейсмограммы определяли дискретизацию по t и x , а также размер апертуры. Для всех экспериментов, результаты которых приведены ниже, сейсмограммы содержали 24 трассы длительностью 3 с с шагом дискретизации 2 мс и расстоянием между приемниками 50 метров при выносе первого



приемника на 100 м. Таким образом, здесь апертура составляла по временной координате $[0; 3]$ с, а по пространственной координате – $[100; 1250]$ м.

5.6.3. Результаты модельных экспериментов

Первые выполненные эксперименты показали, что уже на уровне дискретного преобразования Лапласа могут возникать некоторые вычислительные особенности, которые значительно искажают структуру рассчитываемых спектров. Так, при расчете значений вещественной и мнимой составляющей $\tilde{U}^L(x, f)$ для случая $t_1 = 0$ (на рис. 5.20 это отвечает верхней группе сигналов) у обоих типов сигналов появляется значительная трендовая компонента, существенно возрастающая в области высоких частот. Анализ более узких частотных интервалов показывает, что влияние этой компоненты будет незначительным до частот менее 50 Гц. Между тем представляется очевидным, что для решения обратной задачи нам могут потребоваться частоты, превышающие 50 Гц. Поэтому было необходимо устранить подобные трендовые компоненты.

Из опыта работы с дискретным преобразованием Фурье известно, что подобные трендовые компоненты, значительно возрастающие на высоких частотах, нередко связаны с краевыми эффектами «вырезания» импульсов из сейсмической трассы. Их устранение достаточно просто обеспечивается использованием оптимальных «окон» по временной переменной [90]. Применение подобного «окна» в случае дискретного преобразования Лапласа также обеспечивает существенное улучшение качества строящихся спектров. Отметим, что применяемые «окна» незначительно влияют на структуру исходных сигналов, вступление которых совпадает с начальным отсчетом трассы даже в случае коротких импульсов. На левом рис. 5.20, а с увеличением показано изменение короткого импульса, которое получалось в результате применения «окна».

В качестве небольшого комментария к полученным результатам можно указать, что расширение импульса во временном представлении для $t_1 = 0$ приводило к сжатию результатов преобразования Лапласа. Кроме того, у вещественной и мнимой составляющей спектров



$\tilde{U}^L(x, f)$ при $t_1 > 0$ появлялась отчетливая гармоническая структура. Эти результаты совпадают с известными свойствами преобразования Фурье.

Более значимые результаты были получены при построении и анализе двумерных спектров $\tilde{U}(v, f)$. Рассмотрим их подробнее. Начнем со случая $t_1 = 0$. При представлении полученных результатов будем использовать только одну из составляющих двумерного спектра. Для второй составляющей результаты были аналогичными.

На рис. 5.20 представлены значения вещественных составляющих двумерных спектров для первого и второго типов сигнала, изображенных на правом и левом рис. 5.19, а. При аналитическом расчете спектров использовалось выражение (5.5), а при изображении спектров значения пространственной частоты v отвечали горизонтальной оси, а временной частоты f – вертикальной оси.

Представленные результаты свидетельствуют о том, что перевод сейсмограмм в спектральную область путем непосредственного вычисления требуемого двукратного интеграла (5.4) приведет к существенным искажениям в получаемых значениях спектров. Кроме отмеченного выше тренда в области высоких временных частот, мы будем получать некоторое «биение» в спектре при изменении значений пространственной частоты (рис. 5.20, б). Оба указанных эффекта могут быть устранены путем использования «окон». При этом для устранения тренда в области высоких временных частот применялись «окна», аналогичные тем, что использовались и для преобразования Лапласа (рис. 5.20, в), а для устранения «биения» использовались более гладкие «окна» по пространственной переменной (рис. 5.20, г). Последние применялись к функции $\tilde{U}^L(x, f)$, полученной в результате дискретного преобразования Лапласа. Применение обоих типов «окон» позволило получить двумерные спектры (рис. 5.20, д), которые достаточно хорошо совпадали с аналитическими значениями, вычисляемыми по выражению (5.5).

Для случая $t_1 > 0$ удастся достичь такого же эффекта при использовании соответствующих «сглаживающих окон» по пространственной переменной на уровне результатов дискретного преобразования



Лапласа. Неиспользование подобных «окон» приводит к тем же «бие-ниям» в спектре при изменении значений пространственной частоты, что и в предыдущем случае при $t_1 = 0$.

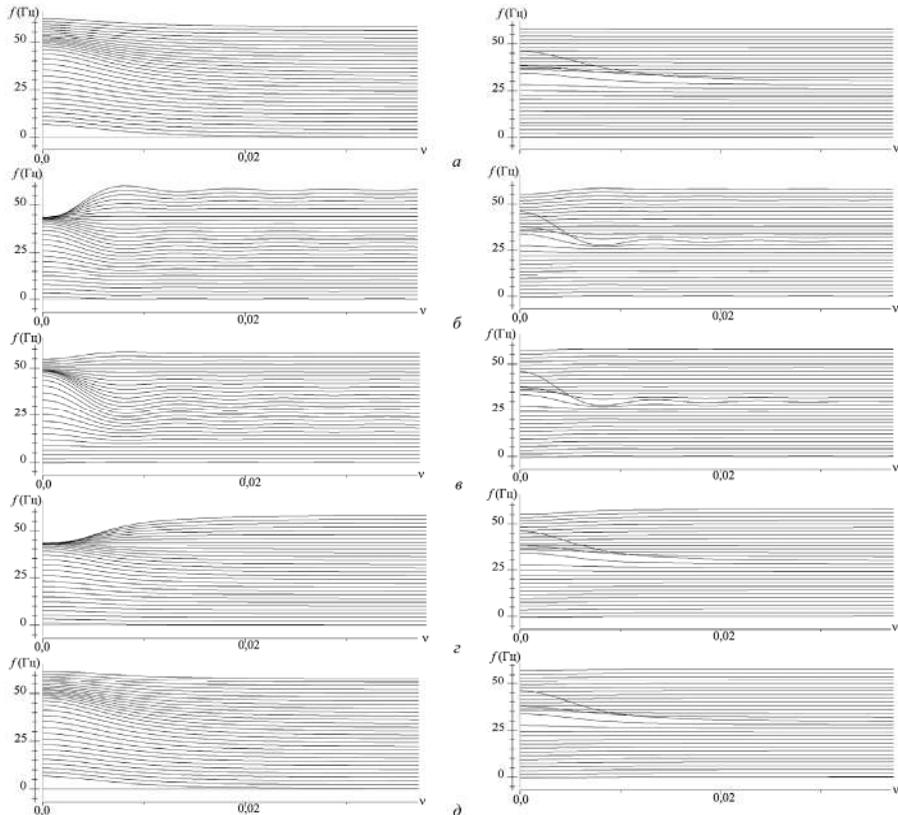


Рис. 5.20. Значения вещественной составляющей двумерного спектра для первого типа (левая колонка) и второго типа (правая колонка) заданной функции, построенные на основе аналитических выражений (а) и с использованием разработанных процедур (б–д)

Показанные результаты демонстрируют, что построенные с использованием специальных «окон» процедуры перевода сейсмограмм в спектральную область обладают хорошими вычислительными свойствами и позволяют обеспечить высокую точность вычисляемых



двумерных спектров. Поэтому все последующие эксперименты проводились уже с целью выяснения особенностей рассматриваемого перехода от пространственно-временного представления сейсмограмм к их спектральным образам в пространственно-временных частотах. Одно из первых изучаемых свойств было связано с влиянием изменения времени прихода сигнала от пространственной координаты на структуру определяемых двумерных спектров. Для анализируемых аналитических функций такая зависимость определяется функцией $t_0(x)$ и относится ко второму случаю моделируемой функции $U(x, t)$, когда $t_0(x) = t_1 x$.

Можно отметить, что первоначальные попытки добиться соответствия между аналитическим спектром и спектром, вычисляемым с помощью построенных процедур, не давали положительных результатов. Это вызывало большие опасения в правильности работы процедур. Последующий анализ показал, что истинная причина расхождения таких спектров кроется в принципиальном моменте, состоящем в том, что интегрирование в бесконечном пределе по пространственной переменной позволяет нам «почувствовать» в структуре двумерного спектра, определяемого выражением (5.7), даже небольшие изменения функции $t_0(x)$. В то же время ограниченность апертуры и конечность дискретизации сейсмограммы по t и x не дает нам такой возможности. Таким образом, при рассмотрении второго случая моделируемой функции $U(x, t)$ мы непосредственно начинаем сталкиваться с указанными проблемами, которые могут оказать существенное влияние на расхождение между построенным теоретическим решением и рассчитываемыми по реальным данным двумерными спектрами.

Иллюстрацией данного факта служат результаты, представленные на рис. 5.21. На нем показаны значения двумерного спектра, которые были построены с использованием процедур на основе аналитических выражений. Видно, что для очень малых величин $t_1 < 0,00004$ с оба вида спектров практически совпадают (левый столбец рисунков). Однако даже относительно небольшого изменения этой величины (порядка 0,0001 и более) достаточно, чтобы начинало происходить существенное различие между этими спектрами. При этом для величины



$t_1 = 0,004$ с рассчитываемые по сейсмограмме спектры начинают незначительно «чувствовать» изменение во времени прихода сигнала для пространственной координаты (правый столбец рис. 5.21). Однако это проявляется иначе, чем в аналитически построенном спектре.

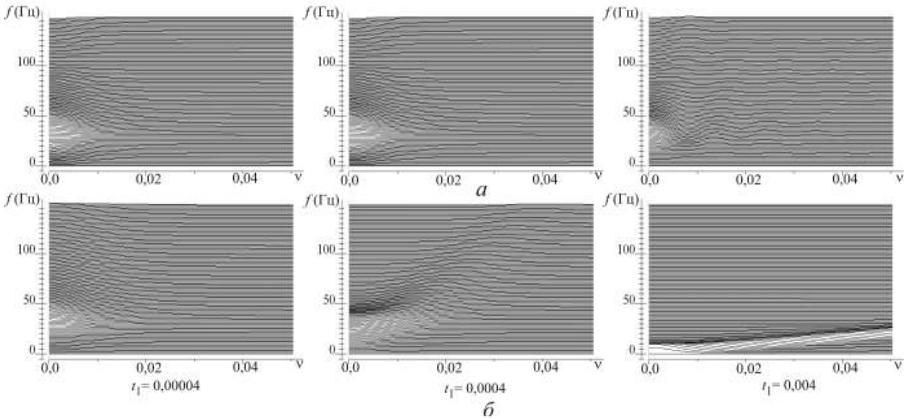


Рис. 5.21. Различие в структурах вещественных составляющих двумерного спектра, рассчитанного с использованием построенных процедур (а) и на основе аналитических выражений (б), для второго случая моделируемой функции $U(x, t)$ и первого типа сигнала при изменении значения параметра t_1

Еще одним важным свойством, которое существенно для решения обратной задачи в полной постановке, является влияние величины α , фигурирующей в параметре преобразования Лапласа $p = -\alpha + i\omega$, на структуру получаемых спектров. Во введении указывалось, что использование значения α , как некоторого регуляризатора, позволяет демонстрировать эффективность решения обратной задачи для тонкослоистых упругих моделей сред. Поэтому была проведена серия экспериментов с тестовой функцией для изучения указанного влияния. Некоторые результаты выполненных экспериментов представлены на рис. 5.22 и 5.23.

На рис. 5.22 демонстрируется изменение результатов преобразования Лапласа при изменении величины α . Все показанные на этом рисунке результаты относились ко второму типу функции с параметрами



$\alpha_0 = 10$ и $t_1 = 0$. При этом величина α равнялась: 0,01 (рис. 5.22, а), 10 (рис. 5.22, б) и 100 (рис. 5.22, в). Проведенный анализ свидетельствовал о том, что по мере увеличения величины α структура мнимой составляющей $\tilde{U}^L(x, f)$ переходит от второго типа функции к первому с параметрами: $\alpha_0 = 100$ и $t_1 = 0$. Этот результат является вполне очевидным, если учесть, как в выражение (5.5) входит данный параметр α . Согласно этому выражению увеличение α эквивалентно увеличению одного из параметров моделируемого сигнала α_0 . Таким образом, увеличение величины α в преобразовании Лапласа при работе с реальными сигналами будет приводить к существенному изменению их спектров, которые могут отвечать уже другому типу сигналов.

Отметим, что в данном случае при расчете значений дискретного преобразования Лапласа были использованы все полученные выше рекомендации, что обеспечивало фактически точное совпадение аналитических построений с численными расчетами.

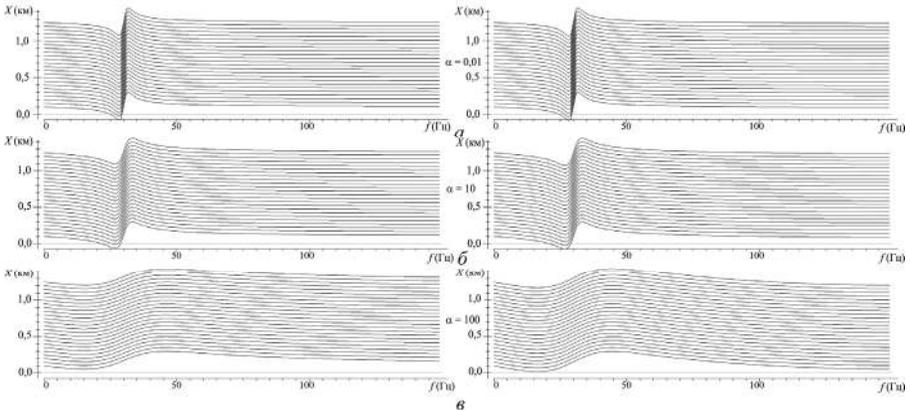


Рис. 5.22. Влияние параметра α в преобразовании Лапласа на структуру мнимой составляющей $\tilde{U}^L(x, f)$, рассчитываемой на основе аналитических выражений (левый столбец) и с использованием построенных процедур (правый столбец)

На рис. 5.23 представлены уже результаты, относящиеся к полным двумерным спектрам, полученным с использованием обоих преобразо-

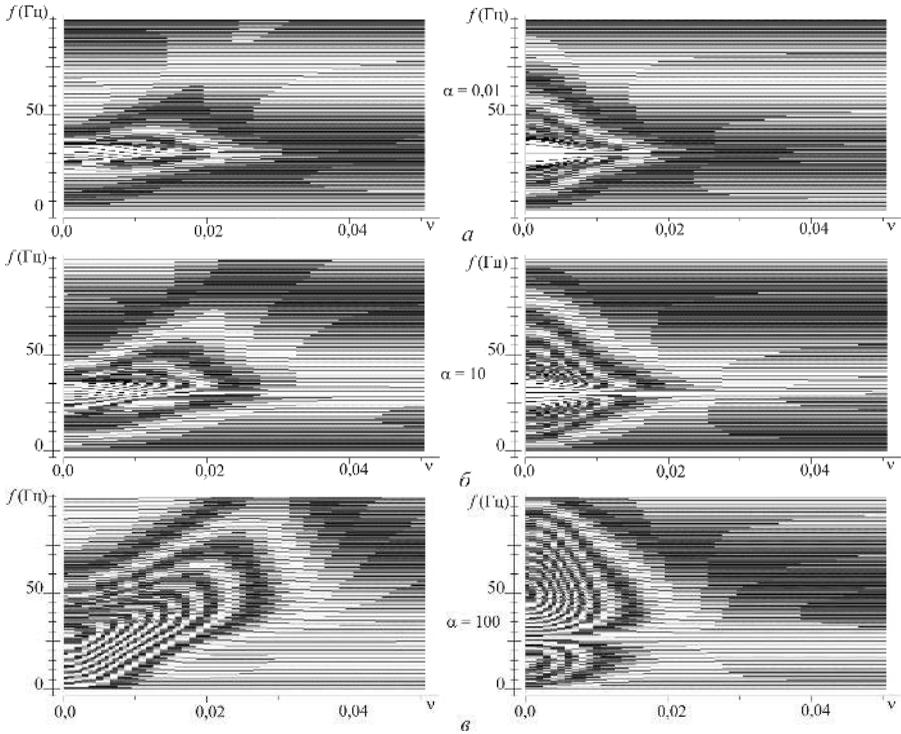


Рис. 5.23. Влияние параметра α на структуру полного спектра $\tilde{U}(\nu, f)$, рассчитываемого на основе аналитических выражений (левый столбец) и с использованием построенных процедур (правый столбец)

ваний: Лапласа и Фурье–Бесселя. Согласно представленным на рисунке результатам использование параметра α дает отмеченный выше эффект изменения типа сигнала, что также вполне обосновывается структурой выражения (5.7). Одновременно с этим влияние величины α на структуру полного спектра носит более сложный характер. Усложнение связано с тем, что параметр α входит и в величину $a_1 = \alpha_1 + \alpha t_1$, где он взаимодействует с параметрами α_1 и t_1 . Таким образом, величина α может существенно регуляризовать и изменять структуру двумерного спектра $\tilde{U}(\nu, f)$. Это изменение влияет на структуру импульса и не дает возможности обеспечить полное совме-



щение спектров, построенных с использованием аналитических выражений и рассчитываемых на основе дискретных аналогов преобразований. Учет влияния указанных эффектов, а также обеспечение наилучшего совмещения теоретических и рассчитываемых по наблюдаемым сейсмограммам спектров – основной предмет проводимых исследований.

5.7. Прямая задача и целевой функционал

5.7.1. Теоретическое решение в спектральной области

При исследовании реальных тонкослоистых объектов, которыми часто могут являться нефтяные месторождения, вполне обосновано применение одномерных слоистых моделей сред. Правда, для более адекватного использования таких моделей при описании реальных наблюдений, что непосредственно относится к проблеме вложения теоретических решений в реальные данные, требуется сделать несколько важных уточнений. Во-первых, одномерная слоистость модели должна относиться к локальной области среды, где располагается целевая пачка слоев. Такая локальность должна быть связана с трехмерной структурой реальной среды. Во-вторых, из всего рассмотренного волнового поля должны быть отобраны волновые элементы, относящиеся к рассматриваемой локальной области среды, и на их основе сформирована некая сейсмограмма, отвечающая изучаемой локальной области. Такая сейсмограмма должна приближать отобранную часть реального волнового поля к наблюдениям, которые могли бы быть получены, если бы реальная среда являлась вертикально слоистой. В-третьих, при формировании указанной сейсмограммы должны быть учтены эффекты, связанные с неоднородностью отбора наблюдений как по углам падения на локальный объект, так и по динамическим особенностям реальных сигналов. Современные методы проведения сейсмических исследований и обработки реальных данных позволяют выполнить требуемую декомпозицию рассматриваемого волнового поля и перейти к решению обратной задачи для локально одномерной модели среды [230].



Учитывая принципиальную возможность осуществления указанных преобразований исходных сейсмических данных, будем полагать, что они отвечают следующей модели среды. Упругая среда начинается с нижнего полупространства и имеет горизонтальные границы раздела среды при $0 = z_0 < z_1 < \dots < z_n < \infty$, когда ось Z декартовой системы координат направлена вертикально вниз. Внутри отдельных слоев при $z_{k-1} < z < z_k$, $k=1, \dots, n$, упругие параметры среды, к которым относятся коэффициенты Ламэ λ , μ и плотность ρ , остаются постоянными величинами. На границах слоев эти параметры могут скачкообразно меняться. Таким образом, любой из параметров модели представляет собой кусочно-постоянную функцию. В верхнем полупространстве значения всех параметров равны некоторым константам, включая нуль.

Согласно сделанным выше замечаниям первый слой при $z_0 < z < z_1$ является покрывающей толщей для целевой тонкослоистой пачки, кровля которой отвечает границе с глубиной z_1 . Очевидно, что данное соображение не нарушает произвольности в задании тонкослоистой модели среды, но оно должно учитываться при подготовке исходных сейсмограмм и определении положения источника.

Задача распространения упругих колебаний в одномерной модели среды в случае цилиндрической симметрии может быть сведена к системе двух дифференциальных уравнений в частных производных [6]. В нашем случае цилиндрическая симметрия задачи обеспечивается источником типа центр расширения, вид которого определяется формулой [144]

$$\pi \rho_S g(t) \text{grad}_{x,y,z} \delta(x, y, z - z_S),$$

где z_S ($z_S > 0$, $z_S \neq z_k$, $k=1, \dots, n$) – глубина, на которой расположен источник; $g(t)$ – форма импульса, возбуждаемого в источнике; $\delta(x, y, z)$ – дельта-функция Дирака; ρ_S – плотность среды, в которой произошел взрыв. Такой источник является хорошей моделью для источников взрывного типа при наземных сейсмических исследованиях или аэроганов – при морских работах.



Переход к цилиндрической системе координат на основе соотношений

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta, & y &= r \sin \theta, & z &= z, \\ 0 &\leq r < \infty, & 0 &\leq \theta \leq 2\pi, & -\infty &< z < \infty. \end{aligned}$$

позволяет представить в общей векторной форме уравнения Ламэ в виде системы уравнений

$$\left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) + (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (\mu w) \right) - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho_s \delta''(r) \delta(z - z_s) g(t), \\ &\frac{\partial}{\partial z} \left((\lambda + 2\mu) \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \\ &+ \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda u) \right) - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \rho_s \delta'(r) \delta'(z - z_s) g(t), \end{aligned} \right. \quad (5.8)$$

где скалярные функции $w = w(z, r, t)$ и $u = u(z, r, t)$ определяют соответственно вертикальную и горизонтальную компоненту смещений, распространяющихся в среде.

Далее осуществляется переход в спектральную область посредством преобразований Лапласа и Фурье–Бесселя в форме (5.4). При этом система уравнений (5.8) переписывается относительно скалярных функций $\tilde{W} = \tilde{W}(z, \nu, p)$, $\tilde{U} = \tilde{U}(z, \nu, p)$, где ν и p являются пространственной частотой и параметром преобразования Лапласа соответственно. Относительно этих же функций переписываются начальные и граничные условия исходной задачи.

В результате прямая задача в спектральной области формулируется как решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений



$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{d}{dz} \left(\mu \frac{d\tilde{U}}{dz} - \nu \mu \tilde{W} \right) - \nu \lambda \frac{d\tilde{W}}{dz} - \\ - [(\lambda + 2\mu)\nu^2 + \rho p^2] \tilde{U} = \nu \rho_s \tilde{g}(p) \delta(z - z_s), \\ \rho \frac{d}{dz} \left((\lambda + 2\mu) \frac{d\tilde{W}}{dz} + \nu \lambda \tilde{U} \right) + \nu \mu \frac{d\tilde{U}}{dz} - \\ - (\mu\nu^2 + \rho p^2) \tilde{W} = -\rho_s \tilde{g}(p) \frac{d}{dz} \delta(z - z_s) \end{array} \right. \quad (5.9)$$

с условиями

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\mu \frac{d\tilde{U}}{dz} - \nu \mu \tilde{W} \right]_{z=0} = 0, \\ \left[(\lambda + 2\mu) \frac{d\tilde{W}}{dz} + \nu \lambda \tilde{U} \right]_{z=0} = 0 \end{array} \right.$$

и

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\mu \frac{d\tilde{U}}{dz} - \nu \mu \tilde{W} \right]_{z_k} = 0, \quad [\tilde{U}]_{z_k} = 0, \\ \left[(\lambda + 2\mu) \frac{d\tilde{W}}{dz} + \nu \lambda \tilde{U} \right]_{z_k} = 0, \quad [\tilde{W}]_{z_k} = 0. \end{array} \right.$$

Здесь $\tilde{g}(p)$ обозначает преобразование Лапласа от функции $g(t)$, а $[f]_{z_k} = f(z_k + 0) - f(z_k - 0)$ определяет скачок функции $f(z)$ в точке z_k . Считаются также выполненными условия на бесконечности в виде $\lim_{z \rightarrow \infty} \tilde{U} = \lim_{z \rightarrow \infty} \tilde{W} = 0$. Все перечисленные условия являются доста-

точно типичными при формулировке задач математического моделирования в сейсморазведке. Они обеспечивают отсутствие напряжений на свободной поверхности и убывание смещений на бесконечности, а также непрерывность соответствующих напряжений и смещений на границах слоев.



Поставленная задача может быть сведена к матричному дифференциальному уравнению Рикатти, которое имеет аналитическое решение в каждом слое. Это позволяет построить методы ее решения, обладающие высоким быстродействием и фактически не дающие накопления ошибок [3, 59, 283].

5.7.2. Вид целевого функционала

Таким образом, решение задачи может быть получено для любой глубины z при фиксированных значениях ν и ω . Но для решения обратной задачи по поверхностным данным наибольший интерес представляют значения спектров $\tilde{W}^R(\nu, p) = \tilde{W}(0, \nu, p)$ и $\tilde{U}^R(\nu, p) = \tilde{U}(0, \nu, p)$. Именно эти спектры использовались во всех проводимых исследованиях. В процессе решения задачи значения указанных спектров получаются для некоторых дискретных множеств пространственной и временной частоты: $\Omega_\nu = \{\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_{N_\nu}\}$ и $\Omega_\omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{N_\omega}\}$, где величины N_ν и N_ω определяют число соответствующих частот.

Теперь достаточно просто организовать целевой функционал, на основе которого может быть построено решение обратной задачи в спектральной области для анализируемой тонкослойной пачки. Он имеет форму

$$J(\bar{\theta}) = \sum_{\nu \in \Omega_\nu} \sum_{\omega \in \Omega_\omega} h_\nu h_\omega \left\{ \left[\tilde{W}^C(\nu, p) - \tilde{W}^R(\nu, p, \bar{\theta}) \right]^2 + \left[\tilde{U}^C(\nu, p) - \tilde{U}^R(\nu, p, \bar{\theta}) \right]^2 \right\}. \quad (5.10)$$

Здесь $\tilde{W}^C(\nu, p)$, $\tilde{U}^C(\nu, p)$ являются значениями двумерных спектров вертикальной и горизонтальной компонент, которые вычисляются по рассмотренным данным посредством дискретных преобразований Лапласа и Фурье–Бесселя. При этом считается, что наблюдения расположены на поверхности z_0 . $\tilde{W}^R(\nu, p, \bar{\theta})$, $\tilde{U}^R(\nu, p, \bar{\theta})$ являются соответствующими теоретическими решениями прямой задачи в спек-



тральной области. Эти решения определяются на основе вектора параметров модели среды $\bar{\theta}$, куда входят значения глубин границ z_k , а также упругие параметры внутри слоев, которые могут быть представлены набором λ, μ, ρ или V_p, V_S, ρ , где V_p и V_S – значения продольной и поперечной скоростей; постоянные h_ν, h_ω – нормирующие множители, зависящие от количества используемых пространственных и временных частот, а также от интервалов, из которых они взяты. Одним из простейших способов задания h_ν, h_ω будет представление их в виде

$$h_{\nu,k} = \begin{cases} \frac{\nu_k - \nu_{k-1}}{\nu_{N_\nu} - \nu_1}, & N_\nu > 1, \\ 1, & N_\nu = 1, \end{cases} \quad h_{\omega,k} = \begin{cases} \frac{\omega_k - \omega_{k-1}}{\omega_{N_\omega} - \omega_1}, & N_\omega > 1, \\ 1, & N_\omega = 1. \end{cases}$$

Совершенно очевидно, что значения функционала $J(\bar{\theta})$ будут зависеть не только от вектора $\bar{\theta}$, но также и от параметров $h_\nu, h_\omega, \Omega_\nu, \Omega_\omega, \alpha$. Поэтому в процессе выполненных исследований большое внимание было уделено изучению и влиянию указанных параметров на свойства и структуру таких зависимостей. В ряде случаев это влияние может быть чрезвычайно существенным [60].

Высокая скорость построения теоретического решения задачи позволяет обеспечить применение самых различных методов нелинейной минимизации [8, 27] для определения минимума функционала $J(\bar{\theta})$. Формально определение минимума функционала должно приводить к решению обратной задачи, что происходит лишь в том случае, когда различие между спектрами $\tilde{W}^C(\nu, p)$, $\tilde{U}^C(\nu, p)$ и $\tilde{W}^R(\nu, p, \bar{\theta})$, $\tilde{U}^R(\nu, p, \bar{\theta})$ отсутствует при идеальном задании реальных данных и точном решении задачи или они минимально различаются (например, в среднеквадратическом смысле) при наличии случайных компонент у спектров $\tilde{W}^C(\nu, p)$, $\tilde{U}^C(\nu, p)$. Однако, как было показано выше, даже для простой аналитической функции различие между этими спектрами может быть более существенным.



5.7.3. Различие между спектрами для модельных сейсмограмм

Рассмотрим вопросы соответствия теоретических и вычисляемых спектров с помощью модельных сейсмограмм, которые строятся на основе теоретического решения. Такое исследование позволит достаточно просто понять особенности различий между двумя типами спектров и влияние параметра преобразования Лапласа α на возможности их совмещения. Кроме того, полученные различия могут играть критическую роль в значениях целевого функционала (5.10), по которым определяется решение обратной задачи.

Рассмотрение проведем на основе нескольких простых моделей тонкослоистых пачек. Их структура и значения упругих параметров V_P , V_S , ρ показаны на рис. 5.24. Они представляют собой различные модификации двух основных моделей: тонкого слоя и реального тонкослоистого объекта, которые были связаны моделью (см. разд. 5.4). Модель тонкого слоя (рис. 5.24, а) имела две модификации, различающиеся мощностями слоя. Для модификации (I) мощность слоя составляла 50 м, а для модификации (II) – 25 м. При этом кровля слоя располагалась на глубине 500 м. В случае тонкослоистой пачки, отвечающей реальному объекту (рис. 5.24, б), имелось три альтернативных модификации модели, которые различались как количеством слоев и их мощностями, так и изменениями упругих параметров. На рисунке указаны локальные значения глубин, которые соответствуют целевому объекту. Здесь же зеленым цветом показано положение кровли опорного горизонта (ее глубина составляла приблизительно 2500 м), а пунктиром указаны значения априорных упругих параметров для опорной толстослоистой модели.

Начнем с простейшей модели тонкого слоя. Предварительно отметим один важный момент. Он относится к построению модельных сейсмограмм. Для выполнения подобных построений необходимо вычислить дискретные спектры $\tilde{W}^R(v, p, \bar{\theta})$, $\tilde{U}^R(v, p, \bar{\theta})$ и перевести их в пространственно-временную область, чтобы получить значения функций $w = w(0, r, t)$ и $u = u(0, r, t)$. Такой переход, как и прямые дискретные преобразования Лапласа и Фурье–Бесселя, содержит много нетривиальных особенностей. Поэтому для его реализации потребова-



лось выполнить большой объем специальных исследований, которые могут быть предметом отдельной статьи. Не останавливаясь на деталях, укажем только, что в результате удается получать очень высокое качество модельных сейсмограмм. Построенные сейсмограммы практически совпадают с аналитическим решением системы (5.8) в случаях, когда его удается построить.

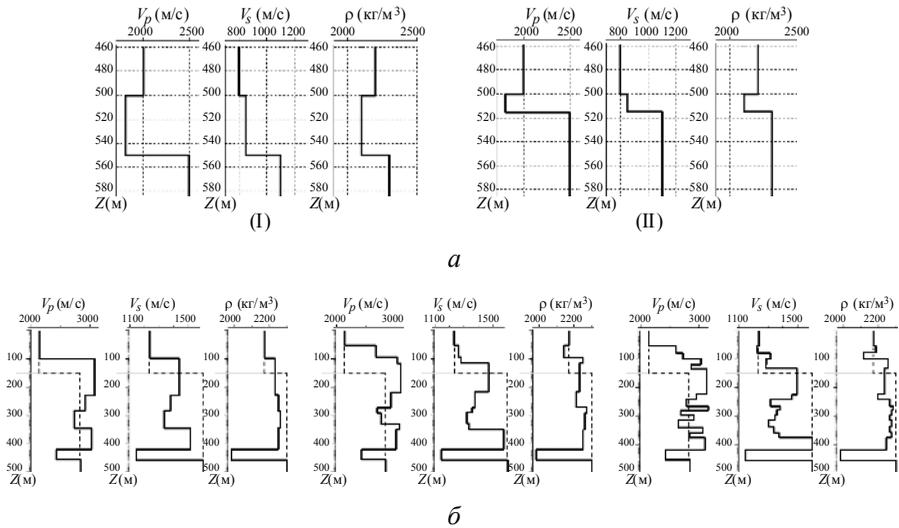


Рис. 5.24. Модели тонкослоистых объектов, используемые при моделировании:

а – тонкий слой; *б* – реальная тонкослоистая пачка (пояснения даны в тексте)

При расчете сейсмограмм для всех экспериментов источник типа центра расширения имел заглубление 15 м, а наблюдения располагались на оси X , которая отвечала радиальной компоненте с учетом цилиндрической симметрии задачи. Наблюдения представлялись в виде отдельных трасс, которые соответствовали значениям $w(0, x, t)$ и $u(0, x, t)$ при фиксированном x . Удаление первой трассы от источника для каждой из компонент составляло 100 м, а вся сейсмограмма содержала 96 трасс, расстояние между которыми было 12,5 м. Таким образом, максимальное удаление для наблюдений составляло 1287,5 м. Все построенные трассы имели шаг по времени, равный 0,002 с



и содержали 2000 отсчетов, что позволяло формировать волновую картину до 4 с. Указанные параметры сейсмограмм отвечали реальным наблюдениям и обеспечивали устойчивость при переходе к двумерным спектрам.

В качестве функции импульса в источнике $g(t)$ брался импульс Берлаге:

$$g(t) = t e^{-\alpha_0(t-t_0)} \sin(2\pi f_0(t-t_0) - \varphi_0),$$

достаточно часто используемый при моделировании сейсмических данных. Его параметры: $t_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$, $f_0 = 30$, $\alpha_0 = 100$.

На рис. 5.25 показан вид построенных сейсмограмм, отвечающих обеим модификациям модели тонкого слоя. Они позволяют анализировать различные детали динамических особенностей волновых картин. Так, при мощности слоя 50 м (рис. 5.25, *a*) отчетливо проявляется разделение отражений от кровли и подошвы слоя по отраженной продольной волне (*PP*). Наблюдается также увеличение времени набега для отраженной обменной волны (*PS*), что согласуется с ее природой. При уменьшении мощности слоя до 16 м разделение отражений от кровли и подошвы слоя уже визуально не наблюдается для обоих типов волн. Можно только отметить незначительное изменение формы отраженного импульса, которое существеннее проявляется для *PS*-волны. В дальнейшем важно будет понять, насколько переход к спектральным характеристикам позволяет почувствовать такое различие в моделях.

Полученное качество сейсмограмм повышает доверие к тому, что при переходе к спектрам не будут получены какие-то дополнительные искажения, связанные с их построением. Следовательно, все получаемые различия могут быть отнесены к особенностям исследуемого перехода.

Выполним переход от построенных сейсмограмм к двумерным спектрам с использованием рассмотренных выше дискретных аналогов преобразований Лапласа и Фурье–Бесселя. При вычислении спектров использовалось 1000 отсчетов временных частот из интервала [0,01; 100] Гц и 500 отсчетов пространственных частот из интервала [0,0; 0,5] 1/м, а также выбирались различные значения параметра α . Как правило, эти значения изменялись от 0,01 до 10. При этом весь спектр



вычислялся вначале для одного значения α , затем для другого и так далее, что позволяло анализировать влияние данного параметра на структуру вычисляемых спектров и степень соответствия теоретических и вычисляемых спектров.

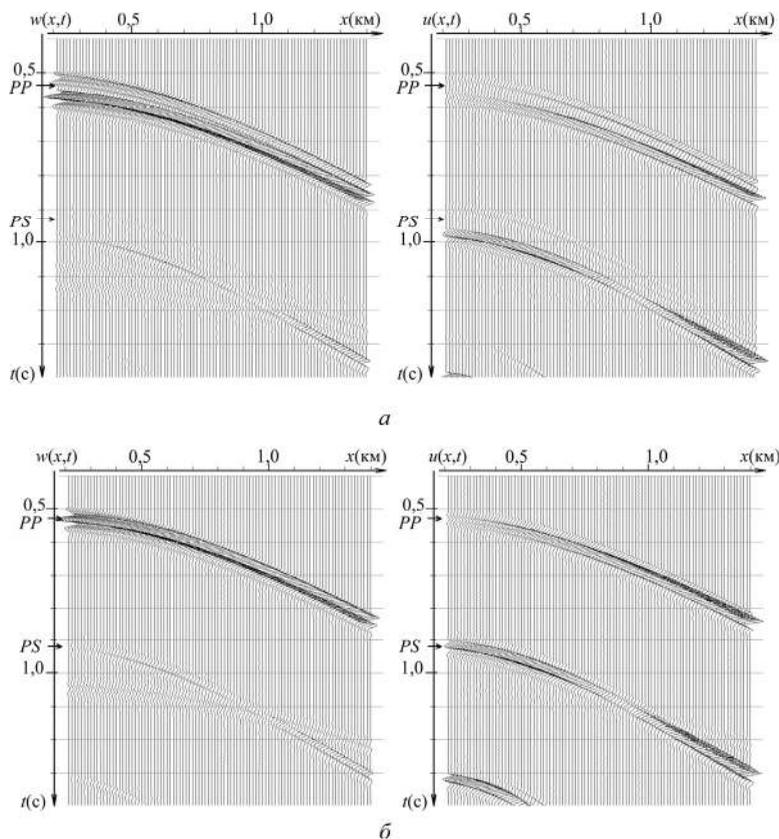


Рис. 5.25. Части сейсмограмм, построенных для модели тонкого слоя с мощностью 50 м (а) и 16 м (б). На рисунках указаны два типа отраженных от слоя волн:

PP (продольная волна) и PS (обменная волна)

Прежде чем перейти к сопоставлению спектров, отметим, что изменение параметра α , так же как и в теоретическом решении, оказывает существенное влияние на двумерные спектры, рассчитываемые



по наблюдаемым сейсмограммам. Вычисления таких спектров для различных сейсмограмм показывают, что при увеличении значения α структура спектров упрощается, и, начиная с некоторых величин, приобретает выраженный периодический характер по временной частоте. Одновременно происходит существенное сглаживание спектров. При этом возникает перераспределение энергии из областей основных частот сигнала в области более низких частот. Подобные эффекты наблюдались и при исследованиях аналитически заданной функции. В целом получаемая структура рассчитываемых спектров (для большинства значений α) обладает достаточно высоким подобием при изменении пространственной частоты. Хотя в некоторых диапазонах ν при любых значениях α и имеются изменения структуры спектра, но их качественное поведение, а также характерные особенности сохраняются. Поэтому в дальнейшем для детального анализа будем использовать значения спектров для небольшого числа значений ν или даже фиксируя ν . Это позволит анализировать мелкие особенности построенных спектров, а полученные выводы, сделанные для отдельных пространственных частот, могут быть перенесены на большую часть спектра.

На рис. 5.26 показаны значения вещественной составляющей двумерных спектров вертикальной компоненты наблюдений, которые вычислялись для трех значений параметра α и при малых значениях пространственной частоты ν от 0,0001 до 0,0004. Выбор такого интервала ν был связан с тем, что для него структура теоретического решения имеет достаточно простой вид. На рис. 5.26, *a* и *б* горизонтальная ось отвечает временной частоте, а вертикальная ось – пространственной частоте. Это отличается от ранее используемого представления при анализе спектров аналитической функции, но дает возможность наиболее контрастно увидеть те особенности спектров, которые могут обеспечивать совмещение рассчитываемых и теоретических спектров – основную цель исследований.

Сопоставление теоретического решения прямой задачи с рассчитываемыми спектрами показывает, что параметр α может играть существенную роль в совмещении рассматриваемых спектров. Так, для малой величины параметра $\alpha = 0,01$ различие между спектрами проявляется фактически во всей анализируемой области временных



частот. В частности, для низких частот (до 10 Гц) у рассчитываемых спектров $\tilde{W}^C(\nu, f)$ отсутствует ярко выраженное амплитудное разрастание. Для средних частот (от 10 до 60 Гц) также наблюдаются значительные отличия теоретических и рассчитываемых спектров. Эти отличия возрастают для области высоких частот (более 70 Гц). При увеличении параметра α до 5 (см. нижние части рис. 5.26) спектры обладают высокой степенью подобия. Особенно близость обеспечивается в области средних частот, что является наиболее важным для практического использования рассматриваемого подхода при решении обратных задач. Наиболее контрастно указанные различия и близость теоретических и рассчитываемых спектров для различных значений параметра α проявляются при сопоставлении спектров, отвечающих отдельным значениям пространственной частоты. Соответствующие примеры показаны на рис. 5.26, в. Для большей детальности здесь показаны значения спектров, отвечающие среднему диапазону временных частот от 40 до 60 Гц. Отметим, что при сопоставлении спектров горизонтальной компоненты получаются аналогичные результаты.

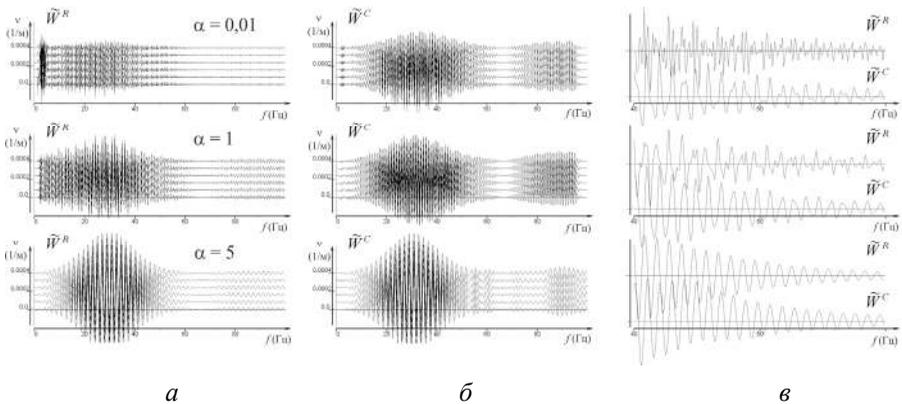


Рис. 5.26. Сопоставление теоретических (а) и рассчитанных значений (б) спектров для различных значений параметра α ; это же сопоставление, проводимое на одной пространственной частоте (в)

Опыт работы с различными моделями и спектрами позволяет указать на одну важную особенность выбора величины α с целью обеспечения наилучшего соответствия между рассматриваемыми спектрами.



Такое соответствие достигается при небольшом отличии значений параметра α для значений $\tilde{W}^R(\nu, p)$, $\tilde{U}^R(\nu, p)$ и $\tilde{W}^C(\nu, p)$, $\tilde{U}^C(\nu, p)$. Эксперименты показывают, что наилучшим представляется ситуация, когда величина α , используемая в решении прямой задачи, несколько превосходит величину α , которая применяется при расчете спектров по наблюдениям. Очевидно, что этот эвристический принцип должен быть подтвержден на уровне решения обратных задач с использованием реальных сейсмограмм.

В связи с исследованием сглаживающего эффекта, который возникает при использовании параметра α , целесообразным представлялось выполнить изучение структуры спектров отдельных трасс, получаемых с различными значениями этого параметра. На рис. 5.27 представлены примеры таких спектров, построенных для модели тонкого слоя с мощностью 16 м. Их построение осуществлялось путем применения обратного дискретного преобразования Фурье–Бесселя по пространственной частоте ν к рассчитанным двумерным теоретическим спектрам. В результате получались значения $\tilde{W}^R(x, f)$ и $\tilde{U}^R(x, f)$ для фиксированного α . Для представления были взяты модули соответствующих спектров, что отвечало традиционному спектральному анализу, а также был увеличен шаг между наблюдениями до 100 м и расширен диапазон по временной частоте до 150 Гц. Это давало возможность лучше оценить характеристики получаемых спектров.

Видно, что при малых значениях α спектры носят сложный интерференционный характер, указывающий на полноту решения прямой задачи. Использование же значений $\alpha \geq 5$ приводит почти к полной потере информации о других типах волн на вертикальной компоненте и фактически получается спектр одного отраженного сигнала, отвечающего PP -волне. Для горизонтальной компоненты ситуация оказывается несколько более благоприятной, но и для нее происходит существенное обеднение структуры спектральных компонент и приближение спектров соответствующих трасс к спектру отраженной PP -волны. Очевидно, что указанные особенности спектральных характеристик будут проявляться при построении временных образов трасс. Соответствующие фрагменты сейсмограмм представлены на рис. 5.28. При их построении было использовано значение параметра $\alpha = 5$. Сопоставление этого рисунка с рис. 5.25, б дает достаточно полное



представление о тех искажениях волнового поля, которые будут получены при использовании таких значений α на этапе моделирования сейсмограмм.

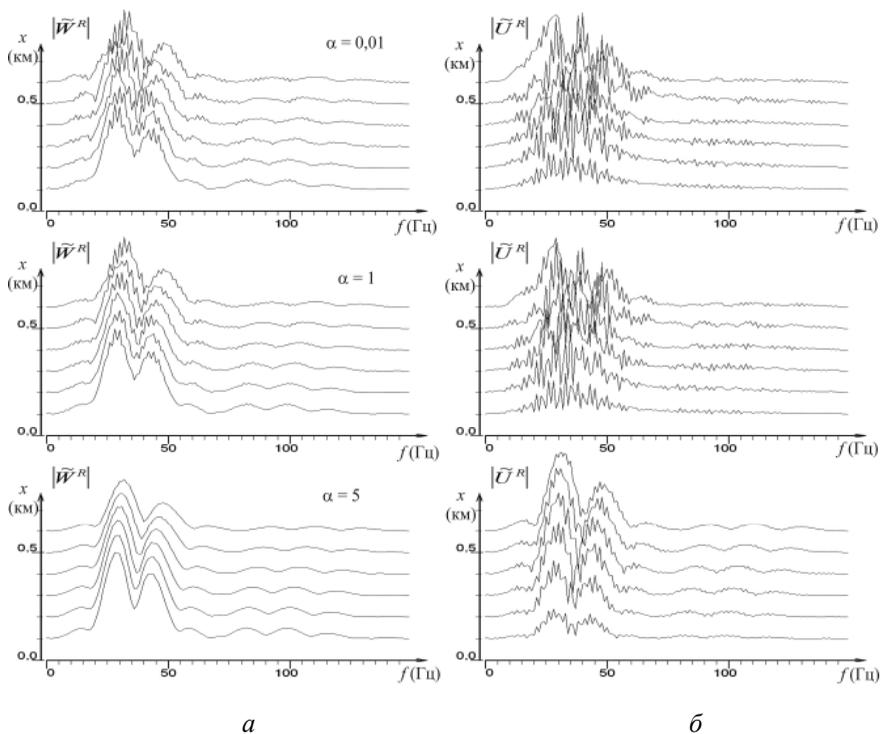


Рис. 5.27. Вид теоретических спектров, относящихся к отдельным трассам вертикальной (а) и горизонтальной (б) компоненты наблюдений

Приведенные результаты свидетельствуют о том, что использование больших значений α дает значительное искажение динамики отраженных волн даже на относительно небольших временах. При этом почти полностью может уничтожаться информация о PS в волне, которая необходима для решения обратной задачи как в линеаризованной, так и в полной постановке. С учетом нашего опыта работы решения прямой задачи в спектральной области и его применения для моделирования сейсмограмм в случае тонкослоистых объектов можно указать на следующий момент. Использование относительно небольших



значений параметра, не превосходящих величину $\alpha = 0,1$, оказывается вполне успешным и целесообразным для построения устойчивых образов сейсмограмм. Однако выбор больших значений параметра α (5 и выше) приводит к значительным искажениям в структуре рассчитываемой волновой картины и потере значительной информации, наблюдаемой на сейсмограммах.

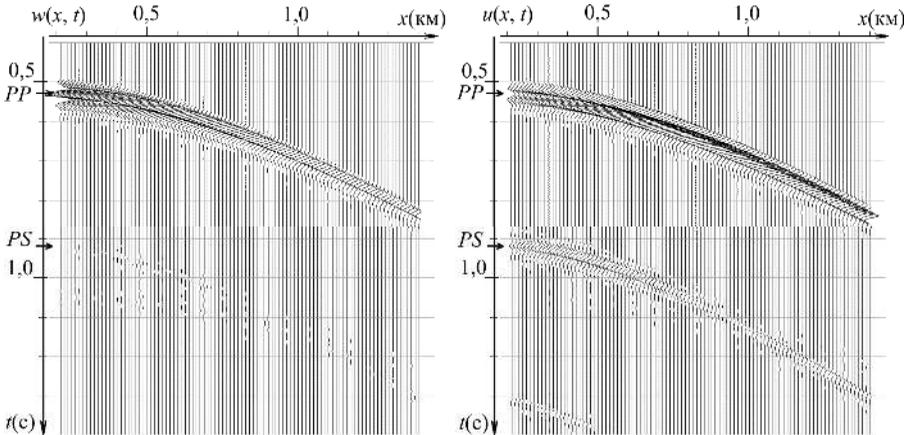


Рис. 5.28. Вид сейсмограмм, построенных для модели тонкого слоя с мощностью 16 м при выборе значения $\alpha = 5$

Таким образом, управление параметром α позволяет сблизить структуру двух видов спектров. Эвристически полученный результат представляется совершенно понятным. Теоретические спектры содержат многочисленные решения, отвечающие заданным моделям. Такие решения могут отвечать неограниченным областям по пространственной и временной координате, а в рассчитываемых спектрах будут проявляться различным образом, в частности в виде особенностей, близких к δ -функциям. В этом состоит принципиальное различие между вычисляемыми и теоретическими спектрами, так как вычисляемые спектры содержат только видимую часть поля, а теоретические – информацию о всем поле. В силу того что параметр α оказывает значительное регуляризирующее действие на решение прямой задачи, посредством увеличения его значения удастся приблизить теоретическое решение к усеченным по времени полученным данным, имеющимся на



сейсмограммах. Существенным отрицательным моментом здесь является то, что при значительной величине α происходит сильное изменение спектров и искажение полезной информации, содержащейся в сейсмограмме (соответствующие эксперименты представлены ниже).

Фактически, повышение совместимости спектров при использовании параметра α достигается за счет простого подавления части решений, относящихся к большим временам. Это составляет основу различия между влиянием апертуры и параметром α на вычисляемые спектры. Если апертура усекает решения, то параметр их подавляет. Поэтому использование параметра α в качестве основного инструмента при построении решения обратной задачи в спектральной области возможно только на уровне тестовых экспериментов. При решении задачи по реальным данным, обладающим определенными характеристиками апертуры, требуется решать вопрос об оптимальном выборе значения данного параметра, которое, обеспечивая устойчивость решения, дает минимальные искажения для сопоставляемых спектров в функционале (5.10).

5.8. Двумерные «окна»

5.8.1. Определение дискретных «окон» в рамках задачи

Исходя из известного факта классического спектрального анализа, что в случае дискретного преобразования Фурье устойчивые оценки одномерных или многомерных спектров могут быть получены, а также, используя специальные сглаживающие «окна», мы постарались реализовать эту же идею по отношению к дискретным аналогам преобразований Лапласа и Фурье–Бесселя. При ее реализации мы стремились не только обеспечить устойчивость получаемых оценок спектров $\tilde{U}(v, f)$, но и обеспечить лучшее совмещение (вложение) двух типов рассматриваемых спектров: (5.3) – определяемых посредством теоретического решения задачи в спектральной области и (5.4) – вычисляемых по наблюдаемым сейсмограммам. Такой путь оказался наиболее успешным из всех опробованных, но при его реализации было сделано несколько серьезных допущений, которые к настоящему времени не имеют своего теоретического обоснования.

Рассмотрим, в чем состоит суть сделанных допущений.



При выполнении обычного преобразования Фурье большая часть эффектов, связанных с влиянием сглаживающих «окон» на спектр сигнала, описывается на основе теоремы об обратной свертке, согласно которой справедливым является следующее равенство:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} w(t)s(t)e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega - \zeta)S(\zeta) d\zeta, \quad (5.11)$$

или в операторной форме: $w(t)s(t) \xrightarrow{F} W(\omega) * S(\omega)$, где $w(t)$ и $s(t)$ – две заданные функции, для которых определены соответствующие спектры $W(\omega)$ и $S(\omega)$. В операторной форме $*$ обозначает операцию свертки между двумя функциями, а F – фурье-преобразование, выполняемое над произведением $w(t) \cdot s(t)$. Эта теорема обобщается и на случай многомерного преобразования Фурье, когда операция многомерной свертки выполняется по всем имеющимся переменным. Для дискретных аналогов преобразования Фурье теорема также выполнена с заменой интегральной формы для операции свертки на дискретную круговую свертку.

Очевидно, что простейшим способом учета ограниченности апертуры у реальных сейсмических данных для теоретического решения при выполнении преобразования Фурье было бы использование прямоугольного «окна» по временной и пространственной переменной. Такое «окно» представлено функцией

$$w(x, t) = \begin{cases} 1, & T_n \leq t \leq T_k, \quad X_n \leq x \leq X_k, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (5.12)$$

где величины T_n , T_k и X_n , X_k определяют ограниченность области наблюдения сейсмических колебаний по времени и пространству соответственно. Тогда произведение $w(x, t) \cdot s(x, t)$, где $s(x, t)$ является полным решением прямой задачи, дает ту часть этого решения, которая отвечает реально полученным данным. Применение же теоремы об обратной свертке позволило бы нам получить изменение спектрального состава полного решения в связи с его усечением из-за ограниченности апертуры.



Однако в нашем случае при построении полного решения прямой задачи в спектральной области использовано не преобразование Фурье, а преобразования Лапласа и Фурье–Бесселя. Как уже указывалось, недостаточное исследование свойств этих преобразований для непрерывных и дискретных случаев не позволяет в полной мере опираться на соответствующий теоретический базис. В частности, для данных преобразований нами не было найдено доказательств теорем о свертке. Имеется только аналог прямой теоремы о свертке для непрерывного преобразования Лапласа, указывающий на соответствие произведению двух спектров сигналов их свертки во временной области. Тем более отсутствовали аналоги этих теорем для дискретного случая указанных преобразований.

Поэтому было сделано *допущение 1*.

• *Влияние апертуры на теоретическое решение задачи может быть учтено сверткой этого решения в спектральной области с соответствующим двумерным спектром «окна», определяемого по характеристикам апертуры рассматриваемой сейсмограммы.*

При этом предполагается, что почти точно выполнено равенство, аналогичное (5.11) для соответствующих спектров.

Это допущение сразу потребовало решения вопроса о выборе формы «окна» сглаживания. Из большого числа исследований, которые проводились в классическом спектральном анализе и были связаны с изучением влияния «окон» на спектр сигнала (часто их называют сглаживающими «окнами» в силу сверточного характера их воздействия согласно теореме об обратной свертке), известно, что прямоугольное «окно» не является наилучшим для получения оптимальных оценок спектральных характеристик [54].

В качестве одного из успешных «окон» сглаживания, применение которого дает хорошие результаты при работе с преобразованием Фурье, может быть использована следующая функция с экспоненциальным убыванием на краях области:

$$w_{\tau\eta}^e(x, t) = \begin{cases} f(x, t, \eta, \tau), & \tau < |t| \leq T_k, \quad \eta < |x| \leq X_k, \\ 1, & |t| \leq \tau, \quad |x| \leq \eta, \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases} \quad (5.13)$$



где $f(\bullet) = \exp \left\{ -4 \left[(t - \tau)^2 / (0,5T_k - \tau)^2 + (x - \eta)^2 / (0,5X_k - \eta)^2 \right] \right\}$, величины T_k , X_k аналогичны соответствующим параметрам функции прямоугольного «окна», а τ и η определяют области экспоненциального убывания функции на краях по временной и пространственной переменной соответственно. Аналог этого «окна» для дискретного случая может быть построен просто, хотя очевидно, что данный тип «окна» не исчерпывает всех возможных вариантов. В то же время опыт работы с различными сейсмическими данными и использование других типов «окон» показывают, что функции $w_{\tau\eta}^{\epsilon}(t, x)$ обладают хорошими свойствами при вырезании целевых сейсмических интервалов. Имеется в виду, что указанные «окна» позволяют, не сильно искажая спектр полезного сигнала, улучшить его оценку. В дальнейшем при использовании указанных «окон» величина τ не превышала 0,1 от T_k , а величина η не превышала 0,25 от X_k .

Мы не имели возможности провести детальные исследования влияния различных типов «окон» на рассматриваемые дискретные преобразования Лапласа и Фурье–Бесселя. Кроме того, отсутствие подобных исследований в известных нам работах не давало возможности оценить степень влияния указанных «окон» на теоретическое решение прямой задачи в спектральной области. Поэтому нашим *допущением 2* являлось следующее.

- *Сглаживающие «окна» (5.13) могут быть взяты в качестве основных для учета апертуры наблюдений в теоретическом решении задачи.*

Сформулированные допущения послужили основой для разработки процедуры сглаживания спектров, получаемых на основе полного решения прямой задачи. Данная процедура содержит в себе два элемента. Первый из них представляет собой расчет спектра «окна» сглаживания по параметрам сейсмограммы (интервалам времен наблюдения и координатам регистрации наблюдений), который строится на основе выполняемых дискретных преобразований Лапласа и Фурье–Бесселя с учетом вертикальной и горизонтальной компонент наблюдения. Второй этап является непосредственной сверткой спектральной характе-



ристики «окна» сглаживания с теоретическим решением прямой задачи. Примеры спектров соответствующих «окон», построенных для рассматриваемых сейсмограмм, будут приведены ниже.

5.8.2. Использование «окон» для получения соответствия спектров

Воспользуемся допущениями, которые были сформулированы выше (см. разд. 5.6.3) и относились к использованию «окон» при работе с дискретными аналогами преобразований Лапласа и Фурье–Бесселя. Они послужили основой для разработки процедуры сглаживания спектров, получаемых на основе полного решения прямой задачи в спектральной области. Процедура содержит два элемента. Первый элемент осуществляет расчет двумерного спектра «окна» сглаживания по параметрам сейсмограммы (интервалам времен наблюдения и координатам регистрации наблюдений). Спектр вычисляется на основе указанных преобразований с учетом вертикальной и горизонтальной компонент наблюдения. Второй элемент выполняет непосредственно свертку спектральной характеристики «окна» сглаживания с теоретическим решением прямой задачи.

На рис. Г12 (см. графическое приложение) показаны примеры спектра «окна» сглаживания, которые определялись для сейсмограмм, имеющих следующую прямоугольную апертуру: $[0; 575]$ м и $[0,0; 2,4]$ с. При представлении спектров светлые цвета отвечали наибольшим, а темные – наименьшим положительным значениям. Используемые при расчете спектров величины параметра α приведены на рисунке. Вид спектров свидетельствует о том, что наибольшее влияние на структуру спектра «окна» сглаживания оказывает тип компоненты, для которой он рассчитывается. Это, в свою очередь, определяется порядком функции Бесселя в выражении (5.4), которая используется при определении соответствующего спектра. Так, для вертикальной компоненты максимум спектра точно отвечает нулевым частотам, а для горизонтальной компоненты имеется смещение максимумов относительно нуля пространственной частоты. Вторым важным фактором, влияющим на структуру спектра «окна», является величина α . При малых значениях этого параметра спектры носят достаточно локальный характер в области небольших значений временной частоты, не



превышающих 1 Гц. При значениях $\alpha \geq 5$ спектры расширяются по временной частоте до 5 Гц и более. Отметим, что база наблюдения также оказывает влияние на спектр «окна» сглаживания. При увеличении базы наблюдений происходит сжатие спектра по пространственной частоте и повышается его острота в областях максимума.

Рассмотрим результаты работы процедуры сглаживания теоретических спектров на модельных данных. Начнем с простейшей модели тонкого слоя, чтобы иметь наиболее простую структуру решения прямой задачи. Указанные выше особенности спектра «окна» сглаживания фактически и определяют его влияние на теоретический спектр. К примеру, расширение спектра сглаживания по некоторой частотной оси приводит к очевидному увеличению сглаживающего эффекта по данной частоте. Однако использование рассматриваемой процедуры для модельных данных показало, что эффект ее влияния на теоретические спектры оказывается более существенным, чем простое сглаживание и уменьшение разрывного характера таких спектров.

Получаемые результаты для вещественной составляющей спектров вертикальной компоненты в случае модели слоя (мощность 16 м) показаны в средней части каждого из рис. 5.29. При этом в верхней части рисунков показаны результаты расчета соответствующих двумерных спектров по модельным сейсмограммам, а в нижней части приведены исходные теоретические спектры. При построении рисунков использовались следующие интервалы частот: $\nu \in [0,025; 0,065]$, $f \in [15; 55]$. Это обеспечивало максимально возможное совмещение рассчитываемых и теоретических спектров.

На представленных рисунках отчетливо видно, что помимо «подавления» разрывных особенностей в теоретическом решении задачи процедура позволяет существенно сблизить оба типа спектральных характеристик (рассчитываемых и теоретических) в областях отсутствия разрывов даже при малых значениях α (рис. 5.36, а). Неиспользование процедуры приводит к существенному различию в структуре и форме двух типов спектров для анализируемой области частот. По мере увеличения параметра α также наблюдается сближение спектральных характеристик, получаемых различными способами. Но даже для больших значений этого параметра использование сглаживающих «окон» позволяет получать заметно лучшее совпадение для теоретического и рассчитываемого спектра (рис. 5.29, з).

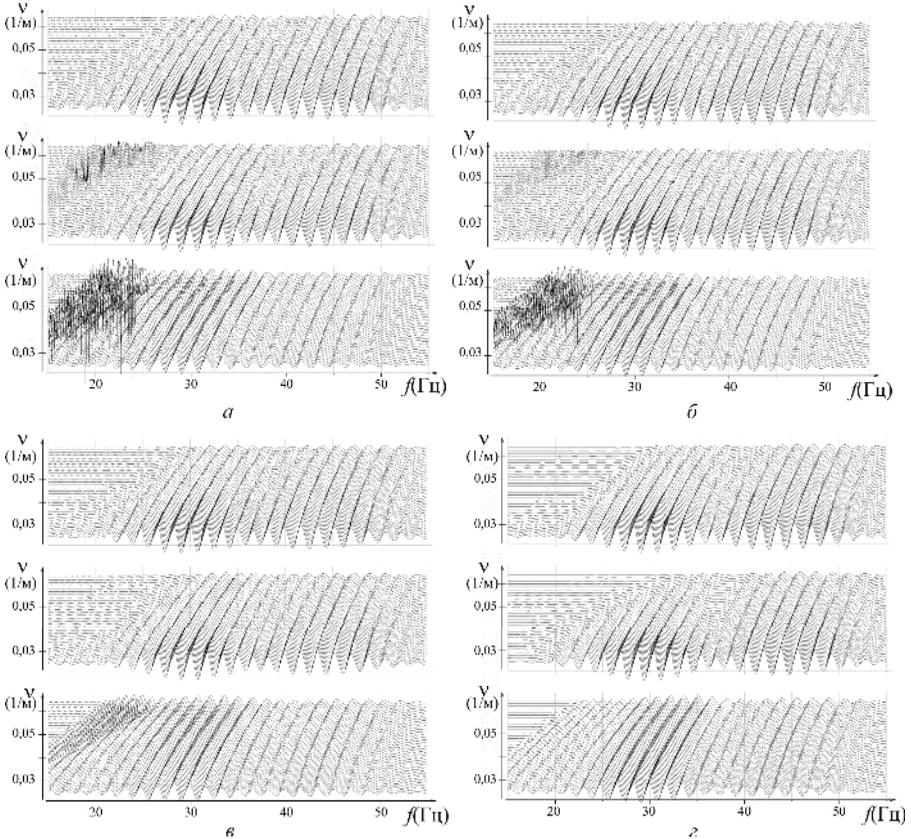


Рис. 5.29. Сопоставление структуры двумерных спектров при использовании «окна» сглаживания и различных значений α :

$$a - 0,01; \quad б - 0,1; \quad в - 1; \quad з - 5$$

Необходимо указать на одну важную особенность, наблюдаемую у сглаженных спектров. Она связана с неполным устранением разрывных особенностей в теоретическом спектре при относительно небольших значениях α (рис. 5.29, б и в). Это может быть связано с тем, что сформулированное выше допущение 1 выполнено не в полной мере. Вероятнее всего, оно в большей степени справедливо для областей частот, где разрывные особенности отсутствуют. Поэтому при выборе частоты для построения целевого функционала необходимо находиться в подобных частотных областях.



5.9. Количественные характеристики соответствия между спектрами

5.9.1. Поведение величины функционала

Приведенные выше результаты исследований по анализу подобия или совмещения двух типов двумерных спектров осуществлялись путем их качественного сравнения на уровне визуальных образов. В то же время решение обратной задачи на основе минимизации целевого функционала $J(\bar{\theta})$, определяемого выражением (5.10), требует проведения такого сравнения на количественном уровне путем вычисления соответствующих разностей. При их вычислении требуется решать несколько достаточно важных вопросов. Они относятся как к рассматриваемой проблеме вложения теоретического решения в экспериментальные данные, так и к проблеме задания структуры модели целевого объекта (число слоев, эффективная мощность и т. п.). Эти вопросы непосредственно связаны с возможностью получения устойчивых оценок параметров заданной модели при использовании методов нелинейной оптимизации.

Начнем с вопросов, связанных с наилучшим совмещением двумерных спектров $\tilde{W}^R(v, p, \bar{\theta})$, $\tilde{U}^R(v, p, \bar{\theta})$ и $\tilde{W}^C(v, p)$, $\tilde{U}^C(v, p)$ на количественном уровне с применением полученных выше результатов о влиянии параметра α и сглаживающих «окон» на степень их совмещения. Важным здесь представляется вопрос о том, насколько точно могут быть совмещены оба типа спектров при полном знании модели и в отсутствие помех. Этот вопрос формулируется еще так: насколько велико может быть смещение теоретического решения по отношению к полученным данным для идеальной ситуации, когда структуры модели и значений ее параметров точно заданы? Очевидно, что при отсутствии такого смещения $J(\bar{\theta}) = 0$. При его наличии возникает вопрос: какова зависимость этого смещения от выбора различных областей частот, т. е. дискретных множеств Ω_v и Ω_w ?

В процессе исследования вычислялись разности рассматриваемых спектров и осуществлялся расчет значений целевого функционала $J(\bar{\theta})$. При расчете $J(\bar{\theta})$ нормирующие множители h_v, h_w выбирались

таким образом, чтобы была обеспечена независимость величины функционала от числа рассматриваемых частот (т. е. размерности Ω_v и Ω_w) и размеров частотных интервалов. Тогда получаемые значения $J(\bar{\theta})$ позволяют проводить корректное сравнение спектров для различных частотных интервалов, а все получаемые расхождения в значениях функционала могут быть проинтерпретированы как различия между сравниваемыми спектрами, которые они получают при использовании различных способов построения.

В верхней части каждого из рис. 5.30 показаны значения $\text{Re}\{\tilde{W}^C(v, p)\}$, а в средней части – $\text{Re}\{\tilde{W}^R(v, p, \bar{\theta})\}$. В нижней части этих рисунков приведена разность между соответствующими составляющими спектров. Все спектры определялись по сейсмограммам или на основе теоретического решения задачи для модели тонкого слоя. При вычислениях использовались значение $\alpha = 0,1$ и «окна» сглаживания. Кроме того, для анализа была выбрана область частот, отвечающая указанным выше рекомендациям: $v \in [0,025; 0,065]$, $f \in [15; 55]$. Это позволяло обеспечить наилучшее совмещение рассчитываемого и теоретического спектра.

Однако несмотря на оптимальный выбор полосы частот, несглаженный теоретический спектр даже в этом случае имеет существенно большее отклонение от рассчитываемого по сейсмограмме спектра, чем сглаженный теоретический спектр (рис. 5.30, а). Вычисленные значения нормированного функционала $J(\bar{\theta})$ подтверждают это визуальное наблюдение. Так, для несглаженного теоретического спектра $J(\bar{\theta}) = 0,397$, а для сглаженного – $J(\bar{\theta}) = 0,113$, т. е. отсутствие сглаживания теоретического решения приводит к дополнительным смещениям, которые более чем в 3,5 раза превышают смещения для сглаженного решения. Еще раз подчеркнем, что вычисление теоретического спектра проводилось при точном задании параметров модели, поэтому расхождения между спектрами являются результатом различия двух рассматриваемых типов спектров.

Анализ структуры получаемых разностей спектров указывает на то, что для несглаженных теоретических спектров наблюдается неравномерное изменение остаточной составляющей, а для сглаженных

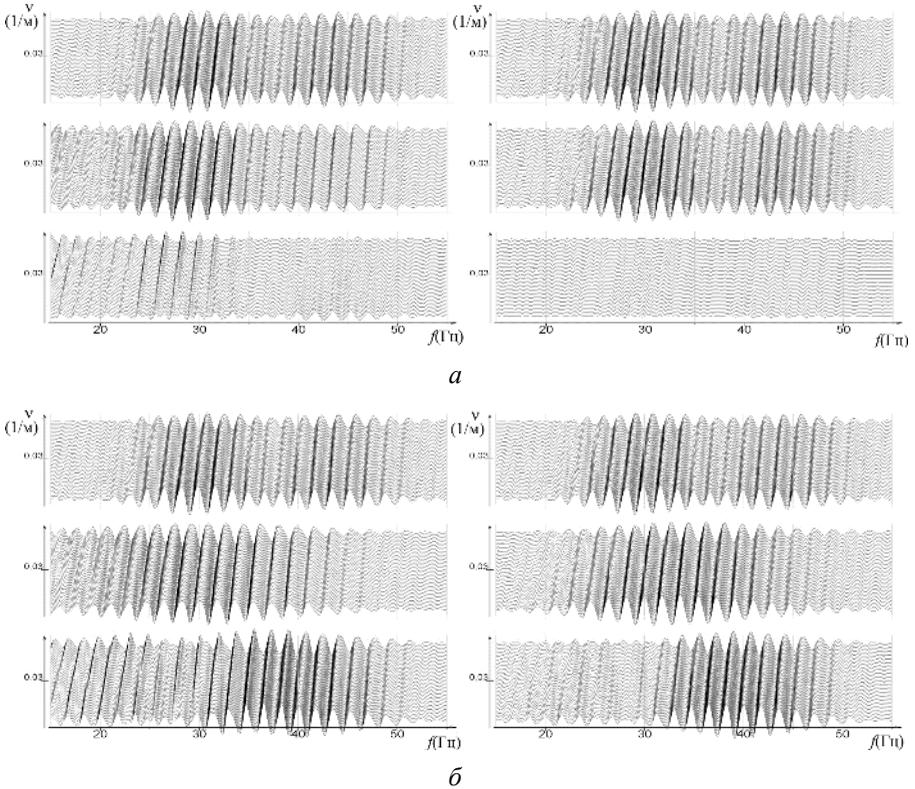


Рис. 5.30. Построение разности между рассчитываемым и теоретическим спектром без использования (левые части рисунков) и с использованием (правые части рисунков) «окна» сглаживания в двух случаях:

a – при точном задании модели; *б* – при ошибочном задании модели

спектров такие изменения носят более равномерное распределение по исследуемым областям частот. Такая равномерность распределения остаточной составляющей является благоприятным фактором при работе с реальными данными, так как она может быть отнесена к изменениям спектров, возникающим вследствие присутствия случайной компоненты в волновом поле. Как уже указывалось, для процессов минимизации функционала $J(\bar{\theta})$ в форме (5.10) различие сравниваемых спектров на уровне случайных величин является существенно более простым, чем появление в них регулярных составляющих.

В работе [48] было показано, что выбор множеств $\Omega_\nu, \Omega_\omega$ может оказать существенное влияние на процесс решения обратной задачи в спектральной области. Соответствующий результат был получен на основе рассмотрения полного решения прямой задачи без использования рассчитываемых по рассматриваемым сейсмограммам спектров. Теперь рассмотрим, какое воздействие на функционал могут оказывать данные множества при использовании рассчитываемых спектров, которые зависят от апертуры наблюдений.

Для исследования указанного воздействия была выполнена серия экспериментов с модельными данными. Результаты некоторых экспериментов представлены на рис. 5.31. Здесь показано изменение величины целевого функционала для точно заданной модели при различной длительности интервалов пространственной и временной частоты, т. е. при изменении объема и структуры множеств $\Omega_\nu, \Omega_\omega$. Во всех проведенных экспериментах начальное значение $\nu = 0,025$ 1/м, а $f = 35$ Гц. Относительно этих значений выполнялось увеличение ширины соответствующего частотного интервала. Для пространственной частоты ширина увеличивалась от 0,002 до 0,022 с шагом 0,001. В случае временной частоты расширение выполнялось от 10 до 60 Гц с шагом 5 Гц, покрывая область частот, которая является типичной для сейсмических исследований. В результате минимальный из рассматриваемых интервалов по ν был $[0,025; 0,027]$ 1/м, а максимальный – $[0,025; 0,047]$ 1/м. Для временной частоты такие интервалы составляли $[30; 40]$ Гц и $[5; 65]$ Гц. На рис. 5.31 точками показаны значения функционала $J(\bar{\theta})$, полученные для различных интервалов частот с использованием несплаженных (серый цвет) и сплаженных (черный цвет) теоретических спектров. Точки соединены линиями для лучшего представления получаемых зависимостей.

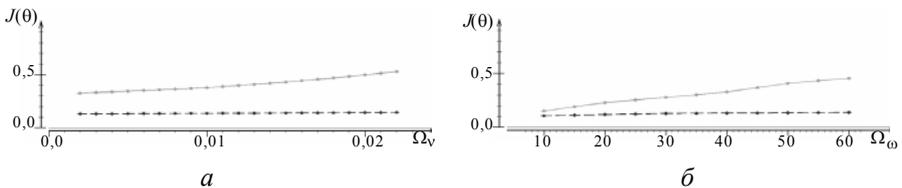


Рис. 5.31. Зависимость величины $J(\bar{\theta})$ от множеств $\Omega_\nu, \Omega_\omega$



Представленные зависимости говорят о том, что ширина выбранных интервалов практически не влияет на значение целевого функционала для сглаженных теоретических спектров в рассматриваемом диапазоне частот. Так, согласно результатам, представленным на рис. 5.31, *а*, значение $J(\bar{\theta})$ фактически не изменяется при $\nu \in [0,025; 0,047]$. В данных экспериментах ширина интервала по f равнялась 40 Гц, т. е. $f \in [15; 55]$. При увеличении f имеется незначительное увеличение величины $J(\bar{\theta})$ (рис. 5.31, *б*). Этот результат может быть очень существенным при использовании предлагаемого способа решения обратной задачи на практике. Во-первых, из него следует возможность использования интервалов различной длительности, что позволяет выполнить рекомендации, сформулированные в указанной работе. Во-вторых, может быть повышена статистическая устойчивость получаемых оценок путем выбора большей ширины интервалов частот без внесения дополнительных смещений в строящиеся разности спектров и значения функционала.

Для теоретических спектров без сглаживания увеличение интервалов частот приводит к существенному изменению значения целевого функционала. Это связано с увеличением отличий между рассчитываемым и теоретическим спектром по мере расширения частотных интервалов. В данном случае удается получать близкие к сглаженным спектрам значения функционала, но только для малых частотных интервалов. Так, для минимальных частотных интервалов в этих экспериментах значение $J(\bar{\theta}) = 0,1516$ для несглаженных и $J(\bar{\theta}) = 0,1124$ для сглаженных теоретических спектров. Однако небольшие интервалы не позволяют надежно производить оценивание параметров тонкослойных объектов в силу невысокой статистической устойчивости и в связи с необходимостью использования широких полос частот как при использовании полного, так и линеаризованного решения обратной задачи. Для больших же интервалов частот различия становятся значимыми. Например, для максимальной области рассматриваемых частот значение $J(\bar{\theta}) = 0,7203$ для несглаженных и $J(\bar{\theta}) = 0,1334$ для сглаженных теоретических спектров, т. е. различие будет составлять 5,4 раза.



5.9.2. Коэффициент подобия на основе корреляционной функции

Построение некоторого критерия, определяющего соответствие между теоретическими и рассчитываемыми спектрами, необходимо для определения априорной структуры модели тонкослоистого объекта перед началом процесса оценивания его параметров. Конечно, модель может быть задана интерпретатором, но и ему желательно опираться на количественные характеристики. Кроме того, интерпретаторы хорошо определяют модель объекта в области скважины, а на значительном расстоянии от нее, когда структура объекта может изменяться, задача становится нетривиальной. Чтобы лучше понять, как эта проблема проявляется на уровне сравниваемых спектров, рассмотрим модель одного слоя с различными мощностями 50 и 16 м. В проводимом эксперименте расчет модельной сейсмограммы выполним для модели слоя 50 м, а теоретические спектры будем вычислять в рамках модели слоя 16 м.

Полученные двумерные спектры и их разности представлены на рис. 5.30, б. Видно, что неточное задание модели приводит к значимым изменениям как для несглаженных, так и для сглаженных спектров по сравнению с рассчитываемыми спектрами. При этом величина остаточной составляющей для некоторых частот может превосходить величину исходных спектров, что подтверждают и рассчитываемые значения функционала. Так, для максимальной области частот, которая рассматривалась в приведенных выше экспериментах, были получены значения функционала, равные 1,2612 для несглаженных и 1,1268 для сглаженных теоретических спектров. Следовательно, оба спектра дают возможность идентифицировать различие в моделях. Однако важным представляется тот факт, что для несглаженных спектров различие в моделях увеличивает значение функционала в 1,75 раза для широких интервалов частот, в то время как сглаженные теоретические спектры приводят к изменениям функционала в 8,45 раза. Таким образом, строящийся функционал в этом случае будет более чувствителен к ошибкам задания модели и позволяет точнее дифференцировать модели по их структуре.

Высокая дифференциация моделей по величине функционала в случае сглаженных теоретических спектров дает надежду на то, что по



окончательным значениям $J(\bar{\theta})$, полученным в процессе оценивания параметров тонкослоистого объекта, могут быть сделаны выводы о правомочности использования той или другой модели. Однако работа с реальными объектами свидетельствовала, что результаты такого сравнения являются успешными только для относительно простых моделей. Для сложных моделей достоверность выводов о соответствии модели реальному объекту на основе значений функционала не всегда бывает высокой, особенно с учетом различных мешающих факторов. Примером может служить выбор одной из альтернативных моделей, изображенных на рис. 5.24, б. Истинной являлась модификация II, которая использовалась при построении модельной сейсмограммы. Затем на основе параметров моделей всех трех модификаций были построены сглаженные теоретические спектры и рассчитаны значения функционала. Полученные значения $J(\bar{\theta})$ приведены в табл. 5.5. Они указывают на предпочтительность модификации III.

Т а б л и ц а 5.5

Значения параметров, характеризующих достоверность модели объекта

Объект	Параметр				
	$J(\bar{\theta})$	$F_{\text{cor}}(0)$	$\max F_{\text{cor}}(\tau)$	$F''_{\text{cor}}(\tau_{\text{max}})$	C_{sim}
Модификация I	1,1734	0,6131	0,7612	-0,0065	0,0168
Модификация II	0,1629	0,9889	0,9903	-0,0149	1,3441
Модификация III	0,1318	0,9863	0,9921	-0,0130	0,9486

Поиск характеристик, позволяющих устанавливать подобие и различие сравниваемых спектров, привел к построению следующей величины:

$$C_{\text{sim}} = -F''_{\text{cor}}(\tau_{\text{max}})(1 - F_{\text{cor}}(0))^{-1}, \quad (5.14)$$

где τ_{max} – точка максимума нормированной корреляционной функции $F_{\text{cor}}(\tau)$, которая рассчитывается по значениям исходных и теоретических спектров, а $F''_{\text{cor}}(\tau_{\text{max}})$ – значение второй производной этой функции в точке ее максимума. Возрастание данной величины указывает на большую степень подобия сравниваемых спектров.

Идея построения коэффициента подобия в форме (5.14) основана на том, что одной из широко используемых на практике характеристик подобия является корреляционная функция. Она наиболее удобна при сравнении величин, обладающих гладкой периодической структурой. Как указывалось выше, теоретическое решение прямой задачи и рассчитываемые спектры для некоторых областей частот обладают такой структурой. Одновременно наш опыт работы с различными типами моделей показывал, что различие в сравниваемых спектрах проявляется не только в изменении величины максимума корреляционной функции, но и в изменении ее кривизны в области максимума. Это привело к использованию в коэффициенте подобия C_{sim} как самой функции корреляции, так и ее второй производной.

Для лучшего понимания вводимого коэффициента подобия рассмотрим примеры корреляционных функций, которые были получены при анализе теоретических и рассчитываемых спектров, изображенных на рис. 5.30. При их построении использовались значения сопоставляемых спектров, отвечающих минимальной пространственной частоте $\nu = 0,025$. Выбор указанной частоты был определен тем, что для нее обеспечивалось наибольшее визуальное подобие спектров. Согласно результатам, представленным на рис. 5.32, корреляционная функция, построенная на основе сглаженных теоретических спектров при точном задании модели, обладает большей остротой и гладкостью (рис. 5.32, б), чем функция, построенная с использованием исходных теоретических спектров (рис. 5.32, а). Это являлось формальным подтверждением полученного выше результата о большей степени подобия соответствующих спектров. Значения C_{sim} , равные 0,071 и 1,121 соответственно для несглаженных и сглаженных теоретических спектров, также указывали на существенное возрастание подобия во втором случае.

Рис. 5.32 демонстрирует также изменение корреляционной функции в случае ошибочного задания структуры модели. Корреляционная функция расширяется и приобретает более пологий вид (рис. 5.32, в и г), что сказывается на значениях коэффициента подобия. Для рассматриваемого случая они равны 0,071 и 1,121 соответственно, т. е. C_{sim} уменьшилась в пять раз при ошибочном выборе структуры модели для несглаженных теоретических спектров и в 29 раз для сглаженных



спектров. Таким образом, предлагаемый коэффициент дает существенное увеличение контрастности по сравнению со значениями функционала для различия моделей в случае сглаженных теоретических спектров. Увеличение контрастности при дифференциации моделей позволяет на основе значений C_{sim} достаточно точно выделить истинную модель реального объекта среди других модификаций. В частности, для модификации II его величина почти в 1,5 раза выше, чем для модификации III, на что указывают значения величин табл. 5.5.

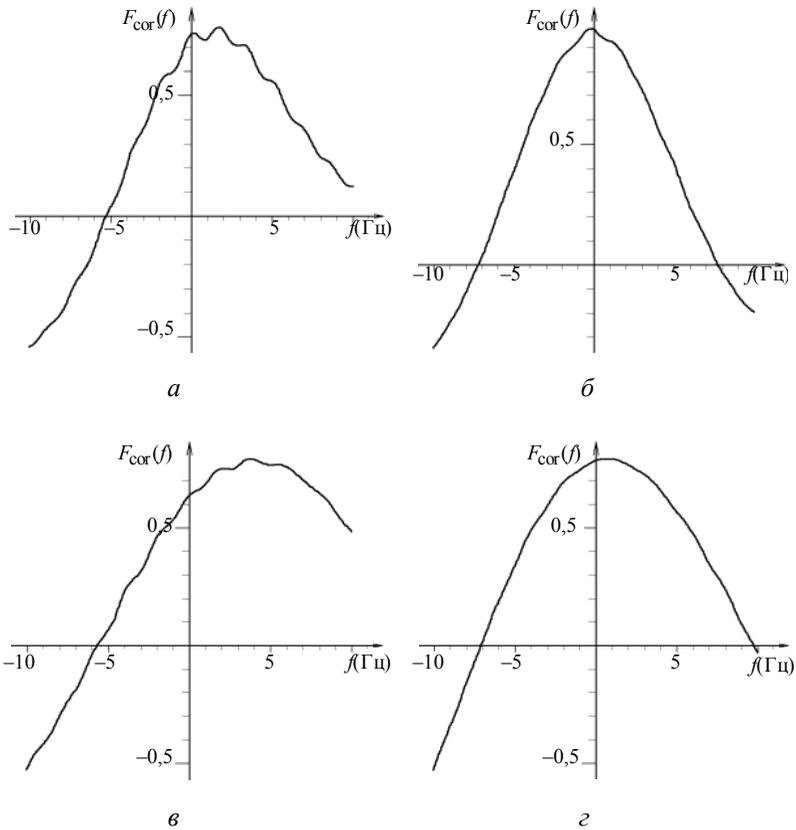


Рис. 5.32. Вид корреляционных функций, вычисленных при сопоставлении спектров (пояснения даны в тексте)



У нас нет полной гарантии, что величина C_{sim} является идеальной мерой подобия для сопоставляемых спектров. Она просто демонстрирует, что такие меры могут быть использованы для автоматической классификации и выбора априорных моделей сред при обработке больших объемов разнородных сейсмических данных. Это может оказаться принципиальным для успешного использования методов нелинейной оптимизации на практике. Подобные меры могут также применяться и в качестве весовых коэффициентов при построении целевого функционала, увеличивая скорость сходимости оптимизационного процесса.

5.10. Прикладные возможности и перспективы предлагаемого подхода

Значительный объем теоретических построений, выполненных в процессе создания и развития многомерной гомоморфной фильтрации, всегда был связан с практической направленностью проводимых научных исследований. Понимая важность полученных теоретических результатов, формирующих основы возможной технологии интерпретационной обработки данных, основные итоги проведенных исследований сформулируем исходя из прикладных возможностей.

1. Предложена и разработана технология углубленной многоуровневой декомпозиции волнового поля и формы сейсмического сигнала. В ее основе лежит описание элементов волнового поля с учетом особенностей реального сейсмического эксперимента и использование априорных данных о строении среды. Априорная модель среды позволяет идентифицировать в наблюдаемом волновом поле сигналы, относящиеся к заданным типам волн и связанные с определенными локальными объектами среды. Кроме того, с помощью этой модели можно трансформировать имеющиеся данные, что дает возможность перейти от сложно построенной трехмерной модели среды к квазиодномерной модели по отношению к исследуемому объекту. Особенности реального эксперимента учитываются путем описания условий возбуждения и приема импульсными характеристиками соответствующих зон, а изменение формы сигнала, связанное с прохождением через среду, представляется на основе лучевого метода и разложения формы сигнала по g -эффективным фильтрам. В результате приходим к мультипликативной



факторной модели, структура которой зависит от вводимых аппроксимирующих функций и имеющейся системы наблюдений. Такая технология позволяет свести глобальную обратную задачу к ряду локальных обратных задач и использовать общий аппарат факторных моделей для выделения целевых мультипликативных составляющих, которые могут выступать в роли корректирующих фильтров или являться входными данными для решения объектно-ориентированных обратных задач. При этом предложенная технология позволяет конструктивно учитывать информацию о среде, полученную на предшествующих этапах обработки и интерпретации сейсмических материалов современными программными комплексами. Тогда решения обратных задач, получаемые при ее применении и относящиеся к локальным объектам среды, являются уточнением исходной глобальной модели и могут рассматриваться как последующая итерация в общей схеме решения обратной задачи для трехмерной модели среды. Разные уровни технологии применимы как на этапах предварительной обработки данных с целью корректировки формы сейсмических сигналов, чтобы устранить ее вариации, связанные с неоднородностью условий возбуждения и приема, так и на этапах решения обратных задач. Использование технологии демонстрировалось на модельных и реальных данных в различных случаях, в частности совместно с разложением Прони, для определения зон аномальных пластовых давлений на шельфе Северного моря.

2. Представлен и исследован класс линейных и мультипликативных факторных моделей, возникающих при решении различных задач обработки сейсмических данных, что позволило построить общие схемы решения задач и проанализировать их с единых позиций. К таким задачам относятся: коррекция временных статических поправок и частотно-зависимой статики, вычитание волн, мультипликативная декомпозиция формы сигнала и процедуры пересчета полей головных волн. Как результат предложены и развиты методы многомерной гомоморфной деконволюции и фильтрации сигналов. Одновременно были разработаны общие принципы получения оценок для неединственно определяемых составляющих рассматриваемых моделей. Это позволило оптимизировать структуру и ввод требуемой априорной информации, обеспечивающей единственность решения. Был также предложен способ частичной линеаризации мультипликативных факторных моделей,



позволяющий существенно понизить сложность решения локальных обратных задач для реальных наблюдений. Реализованными примерами мультипликативной декомпозиции формы сигнала являются спектрально-статистический метод (ССМ), предшествовавший в обработке сейсмических данных поверхностно-согласованной и блайд-деконволюции; методы деконволюции комплексных спектров (ДеКС и ССД) и сложной сейсмической деконволюции (ССД). Требуемые программные разработки были выполнены непосредственно автором настоящей монографии в ИГГ СО АН СССР, а также при его участии и научном руководстве в СибГЭ МНП СССР и НИИморгеофизика МГ СССР.

3. Рассмотрены особенности спектрального анализа участков трасс, содержащих смешанные сигналы в виде регулярной и случайной компоненты. Короткие сигналы являются целевыми и относятся к анализируемым типам волн. В результате предложены простые способы, позволяющие обеспечить однозначное определение и устойчивую обработку логарифмов спектров целевых сигналов по большим совокупностям наблюдений. При этом получаются устойчивые оценки фазовой составляющей спектра, которые могут иметь существенное значение при реализации инверсных алгоритмов. Кроме того, по результатам обработки удастся охарактеризовать отношение сигнал/помеха для исходных участков трасс при изменяющейся форме целевого сигнала. Оба момента носят принципиальный характер и без предложенных решений соответствующих задач не могут быть получены достоверные результаты при реализации многомерной гомоморфной фильтрации на практике.

4. Исследованы вопросы соответствия теоретического решения прямой задачи экспериментальным данным при построении решения обратной динамической задачи для тонкослойных объектов среды в спектральной области. Задача служила тестовой для большого числа объектно-ориентированных обратных задач. Одна из существенных трудностей, возникающих при реализации этого подхода на практике, связана с большим различием теоретически рассчитываемых спектров со спектрами реально полученных сейсмограмм. Причин для этого много. Такими причинами, в частности, являются ограниченность апертуры и дискретность реальных наблюдений. При исследовании этих вопросов удалось разработать способы, обеспечивающие хорошее



совмещение построенного решения прямой задачи со спектрами, рассчитываемыми по рассматриваемым сейсмограммам. Способы основаны на совместном использовании параметра преобразования Лапласа и оптимальных сглаживающих «окон».

5. Разработаны алгоритмы трассировки лучей в сложнопостроенных блочных моделях сред. Они учитывают такие важные особенности, как петли, разрывы годографа волны, каустики, зоны фокусировок, которые тесно связаны со структурой модели среды. Еще одним важным аспектом является построение эффективного решения двухточечной задачи трассирования сейсмических лучей, что предполагает определение траекторий лучей, времен пробега и амплитуд для различных типов сейсмических волн при заданных положениях источника и приемника. Полученные алгоритмы позволяют анализировать волновое поле, идентифицировать различные типы волн, моделировать синтетические сейсмограммы, проводить трансформацию наблюдений, необходимую для решения локальных обратных задач. Реализация алгоритмов в виде исследовательских программ была осуществлена первоначально в ИГГ СО АН СССР, а затем получила развитие в ИНГТ СО РАН. Это послужило основой для включения соответствующих алгоритмов в виде модулей в производственные программные комплексы.

В качестве заключения по результатам выполненных исследований могут быть даны следующие общие рекомендации.

- С целью повышения эффективности сейсмического метода разведки и увеличения точности прогноза определяемых на его основе характеристик целевых объектов необходимо использовать более сложные методы обработки получаемых сейсмических материалов. Методы должны наиболее полно учитывать особенности реального сейсмического эксперимента и априорные данные о строении среды.

- Для эффективного применения теоретических решений, способных повысить точность определения характеристик целевых объектов, необходимо проводить согласование построенных решений с особенностями реального сейсмического эксперимента и используемыми модельными предположениями. При их несоответствии требуется выполнить исследования по возможной корректировке как теоретических решений, так и исходных данных. Основной целью такой корректи-



ровка должно быть эффективное решение поставленной реальной задачи.

- Для повышения точности и детальности решения обратных задач сейсморазведки на практике требуется уделить большее внимание использованию фазовых составляющих спектров наблюдаемых сигналов. Поэтому применение предположений о нуль-фазовости и минимально-фазовости исходных сигналов можно считать правомерным только на этапах предварительной обработки, когда выполняется построение априорной модели среды и выделение основных волн.

- С учетом ключевой роли априорной информации в решении обратных геофизических задач и высокой стоимости ее получения требуется разработать специальные методы и алгоритмы, обеспечивающие эффективное получение и использование такой информации.

Перспективы дальнейшей разработки

Приведенные рекомендации и личный опыт, накопленный при разработке проблемы и в процессе использования полученных решений при обработке сейсмических данных, позволяют обозначить следующие перспективные направления исследований.

I. Изучение теоретических вопросов факторного и мультипликативно-факторного разложения сейсмических наблюдений. К ним относятся:

- выбор наилучших классов функций, по которым осуществляется разложение наблюдений и факторов;

- сопоставление двух типов линеаризации задачи разделения мультипликативных факторов: с использованием разложений Тейлора и путем логарифмирования спектров;

- использование методов максимума правдоподобия при разделении и оценивании факторов;

- связь мультипликативной факторной декомпозиции формы сигналов с миграционными преобразованиями, в частности с фокусирующей миграцией.

В этом направлении могут быть найдены новые представления для сейсмических наблюдений, расширяющие класс факторных моделей.

II. Применение декомпозиции волнового поля и формы сейсмического сигнала непосредственно в процессе решения обратных динами-



ческих задач. Такое применение может быть осуществлено различным образом. Укажем на два возможных варианта.

Первый вариант состоит в использовании частично линейных моделей, включающих в себя мультипликативные факторы и описание целевого объекта с его параметрами.

Второй вариант предполагает использование результатов декомпозиции для формирования модифицированных данных, в частности «псевдосейсмограмм», которые содержат выделенную информацию о целевом объекте и используются в дальнейшем как входные данные при решении рафинированной обратной задачи.

Указанные варианты носят альтернативный характер, а их выбор определяется постановкой практической задачи.

Здесь же интересным представляется исследование влияния процедур декомпозиции на структуру целевого функционала, формируемого при решении рафинированной математической обратной задачи.

III. Широкая практическая реализация предложенной схемы декомпозиции волнового поля и формы сигналов с анализом возможностей ее использования при решении различных задач. В этом направлении можно ожидать необходимости решения дополнительных задач:

- эффективность реализации построенных алгоритмов на современных компьютерах, обладающих возможностями распараллеливания вычислительных процессов;

- совместное использование нескольких типов волн при исследовании целевого объекта, что требует согласования факторных моделей по характеристикам возбуждения, приема сейсмических колебаний и среде прохождения;

- выбор эффективной факторной аппроксимационной модели, учитывающей увеличение базы наблюдений и сложность реальной среды;

- оценка важности использования фазовой составляющей спектра как при обработке реальных сейсмических данных, в частности при выделении целевых сигналов, так и при решении обратных задач;

- построение эффективных схем получения и использования априорной информации.

ГЛАВА 6

ПРОНИ-ФИЛЬТРАЦИЯ

6.1. Преобразование и спектр Прони

6.1.1. Разложение сигнала по затухающим синусоидам

Во введении (см. разд. В2.3) дано краткое описание развития метода прони-фильтрации, а также технологии его применения при решении практических задач. Одновременно рассматривались ограничения дискретного преобразования Фурье (ДПФ) при анализе коротких сигналов и причины, которые потребовали развития методов современного спектрального анализа (см. разд. В1.3). Там же указывалось, что преобразование Прони может составлять альтернативу и дополнять существующие методы, причиной чему служат формальные соображения, на которых строятся вейвлет-преобразования, ограничивающие возможности интерпретации их результатов. В этом отношении преобразование Прони, основанное на функциях, которые лучше отвечают природе реальных сейсмических сигналов, обладает большими преимуществами.

Описание полученных данных на основе суммы комплексных экспонент (прони-разложение), было предложено французским математиком и инженером Гаспаром Рише (бароном де Прони) более двух столетий тому назад [171]. Хотя такое описание является обобщением метода Фурье, оно было забыто до 60-х годов прошлого столетия. По сравнению с другими способами анализа осциллирующих сигналов, например фурье-анализом, прони-разложение является методом предсказания для равномерно дискретизированных наблюдений. предска-



зание состоит в том, что изначально неизвестно, какое количество экспоненциально затухающих косинусов или синусов может быть в последовательности реальных данных. Основные свойства этого разложения следующие:

- метод параметрического оценивания;
- равномерная дискретизация данных;
- представление наблюдаемого сигнала в виде линейной комбинации экспоненциально убывающих осциллирующих функций.

Главные преимущества прони-разложения:

- предназначено для работы с данными и сигналами небольшой длительности, сохраняет высокую разрешенность по частоте по сравнению, например, с ДПФ;
- определяет значения четырех параметров: амплитуда, частота, фаза и затухание для приближаемых сигналов;
- как правило, обеспечивает большую точность при оценивании параметра частоты, чем при использовании ДПФ при той же длительности окна анализа.

Возобновленный исследовательский интерес к прони-методу можно объяснить развитием более мощных компьютеров и необходимостью обеспечения хорошего спектрального разрешения при обработке данных в различных областях науки и техники, когда форма рассмотренных сигналов является близкой к затухающей синусоиде [213, 165, 158, 192]. При этом были также развиты новые схемы для прони-разложения [242, 281, 204, 83, 243, 244, 146, 153]. Некоторые из этих схем основаны на методе наименьших квадратов, который использует методы нелинейной оптимизации и полиномиальную факторизацию. Эти схемы напрямую связаны с анализом авторегрессионных моделей (АР-модели) и имеют высокую скорость операций. Другие схемы используют метод разложения по сингулярным числам (SVD), который дает хорошие результаты при относительно высоком отношении сигнал/помеха (больше двух). Однако в случае крайне низкого отношения сигнал/помеха или быстрого затухания рассматриваемых сигналов результаты, получаемые SVD-методом, не являются достаточно хорошими, что связано со значительными трудностями в разделении сингулярных значений. Некоторые аспекты стабильного оценивания для зашумленных данных и сопоставления со свойствами вейвлет-разложения начали изучаться только в последнее время [145, 209]. Обзор проблемы оценивания параметров и



приближения экспоненциальных сумм для экспериментальных данных можно найти в работах [83, 196, 191, 251].

Статья [66] является одной из первых работ, посвященных применению метода Прони, основанного на АР-моделях, при обработке и интерпретации сейсмических данных (см. также [202; 219]). При этом было показано, что использование фактора затухания, как одного из параметров прони-разложения, позволяет точнее делать детальный прогноз глубинных и латеральных вариаций в свойствах резервуаров, в частности аномалий высокого давления [188].

Рассмотрим основные элементы данного преобразования. Как уже отмечалось, исходный метод Прони стремится подогнать детерминистическую экспоненциальную модель под точечные равномерно полученные данные. Он детально обсуждался Марплом [83] и Терьеном [276]. Поэтому здесь будет дан только краткий обзор этой техники, так как ее понимание важно для последующего обсуждения различных аспектов метода прони-фильтрации.

Полагая, что полученные данные $x[n]$ имеют N комплексных отсчетов $x[1], x[2], \dots, x[N]$, метод Прони будет сопоставлять эти данные (например, сейсмическую трассу) с суммой M комплексных экспоненциальных функций

$$y[n] = \sum_{k=1}^M A_k \exp\{(n-1)(\alpha_k + i\bar{2}\pi f_k)\Delta + i\bar{\theta}_k\} \quad (6.1)$$

для $n=1, 2, \dots, N$, где $\bar{i}^2 = -1$, а Δ является интервалом дискретизации данных. Объектами оценивания являются значения действительных параметров: амплитуда комплексных экспонент A_k , параметр затухания α_k , гармоническая частота f_k и фаза θ_k . Если эти параметры определены корректно, тогда обеспечивается высокая степень приближения исходных данных или сигнала.

Выражение (6.1) представляется в форме комплексных параметров как

$$y[n] = \sum_{k=1}^M h_k z_k^{n-1}, \quad (6.2)$$

где соответствующие параметры $h_k = A e^{i\bar{\theta}_k}$ и $z_k = e^{(\alpha_k + i\bar{2}\pi f_k)\Delta}$.



Приближение дискретно заданной последовательности данных выражением (6.1) обычно достигается минимизацией общего квадрата ошибок по всем N полученным значениям (см., например, [83] или [251]), т. е. минимизацией функционала

$$\delta = \sum_{n=1}^N (\varepsilon[n])^2, \tag{6.3}$$

где $\varepsilon[n] = x[n] - y[n] = x[n] - \sum_{k=1}^M h_k z_k^{n-1}$ представляет комплексное значение ошибки между отсчетами исходных данных $x[n]$ и линейной аппроксимацией $y[n]$. Это приводит к сложной нелинейной проблеме. При ее решении большую роль играет схема, которую предложил Прони.

Пусть число отсчетов данных точно соответствует числу определяемых комплексных значений параметров в выражении (6.2). Число таких значений равно $2M$, и они могут быть представлены вектором $\{h_1, h_2, \dots, h_M, z_1, z_2, \dots, z_M\}$. Следовательно, число исходных данных $N = 2M$, и они могут быть представлены как значения суммы комплексных экспонент, т.е. выполнено равенство

$$x[n] = \sum_{k=1}^M h_k z_k^{n-1}. \tag{6.4}$$

Равенство (6.4) освобождает нас от решения оптимизационной проблемы, и требует только решения данного нелинейного уравнения для нахождения значений четырех указанных действительных параметров: $A_k, \alpha_k, f_k, \theta_k$.

Для решения полученного уравнения воспользуемся половиной из имеющихся данных и представим их в матричной форме

$$\begin{pmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \dots & z_M^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \dots & z_M^1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_1^{M-1} & z_2^{M-1} & \dots & z_M^{M-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x[1] \\ x[2] \\ \vdots \\ x[M] \end{pmatrix}, \tag{6.5}$$

которая является следствием выражения (6.3).



Рассматривая (6.5) как линейную систему по отношению к h_k и учитывая, что исходные данные и параметры имели форму вектор-строк, мы получаем матрицу Вандермонда. Как известно, матрица Вандермонда может быть связана с некоторым интерполяционным полиномом. Прони предложил определять такой полином так, чтобы экспоненты z_k являлись его нулями. Таким образом, имеем

$$F(z) = \prod_{k=1}^M (z - z_k) = (z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_M). \quad (6.6)$$

Тогда M является порядком данного полинома. Кроме того, любой полином можно представить в виде суммы степеней заданной переменной, т. е.

$$F(z) = \sum_{m=0}^M a[m]z^{M-m} = a[0]z^M + a[1]z^{M-1} + \dots + a[M]. \quad (6.7)$$

Здесь $a[m]$ являются комплексными коэффициентами, такими, что $a[0] = 1$.

Изменив индекс n в выражении (6.4) на $n - m$ и умножив все уравнение на параметр $a[m]$, приходим к выражению

$$a[m]x[n - m] = a[m] \sum_{k=1}^M h_k z_k^{n-m-1}, \quad (6.8)$$

зависящему от индекса m .

Полученное выражение (6.8) может быть построено для $m = 1, 2, \dots, M$ и просуммировано по этому индексу. При выполнении суммирования в правой части с учетом независимости h_k от m внешняя сумма переводится во внутреннюю, что дает

$$\sum_{m=0}^M a[m]x[n - m] = \sum_{k=1}^M h_k z_k^{n-M-1} \left(\sum_{m=0}^M a[m]z_k^{M-m} \right). \quad (6.9)$$

Видно, что внутренняя сумма является значениями полинома (6.7) в точках его нулей. Следовательно,



$$\sum_{m=0}^M a[m]x[n-m] = 0. \quad (6.10)$$

Но это представляет собой линейное дифференциальное уравнение, имеющее однородное решение в форме (6.4). Тогда могут быть выписаны M уравнений, представляющие точные значения $a[n]$, которые удовлетворяют такому уравнению. Они имеют следующую матричную форму:

$$\begin{pmatrix} x[M] & x[M-1] & \cdots & x[1] \\ x[M+1] & x[M] & \cdots & x[2] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x[2M-1] & x[2M-2] & \cdots & x[M] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a[1] \\ a[2] \\ \vdots \\ a[M] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x[M+1] \\ x[M+2] \\ \vdots \\ x[2M] \end{pmatrix}. \quad (6.11)$$

Структура матрицы этой системы уравнений имеет тѐплицеву форму.

Решение системы (6.11) позволяет нам определить коэффициенты полинома (6.7) и с его помощью найти z_k . Таким образом, решение нелинейного уравнения (6.4) относительно требуемых параметров $A_k, \alpha_k, f_k, \theta_k$ в классической схеме метода Прони сводится к трем шагам.

1. Построение полинома $F(z)$ по коэффициентам, определяемым системой (6.11).
2. Нахождение нулей полинома $F(z)$, которые определяют значения:

$$\alpha_k = \ln|z_k|/\Delta, \quad f_k = (2\pi\Delta)^{-1} \arctg(\text{Im}\{z_k\}/\text{Re}\{z_k\}). \quad (6.12)$$

3. Решение системы линейных уравнений, построенной на основе (6.4) по определенным значениям α_k, f_k , что дает значения еще двух параметров:

$$A_k = |h_k|, \quad \theta_k = \arctg(\text{Im}\{h_k\}/\text{Re}\{h_k\}/). \quad (6.13)$$

Различные модификации изложенной выше классической схемы приводят ко многим современным методам получения целевых параметров: $A_k, \alpha_k, f_k, \theta_k$, которые обеспечивают приближение получен-



ных данных моделью (6.1). Так, согласно [83] при $N > 2M$ уравнение (6.10) можно модифицировать к виду

$$\sum_{m=0}^M a[m]x[n-m] = e[n], \quad (6.14)$$

где $e[n]$ является оценкой ошибки линейного предсказания и отличается от ошибки аппроксимации $\varepsilon[n]$ в (6.3). Величина $e[n]$ используется для определения параметров $a[n]$ на основе минимизации функционала

$$E = \sum_{n=M+1}^N |e[n]|^2, \quad (6.15)$$

что дает возможность воспользоваться методом наименьших квадратов и прийти к системе линейных уравнений, подобных (6.5). Решение таких систем, как правило, не представляет больших трудностей.

Достаточно интересный модельный эксперимент был выполнен моим студентом Бруну (Bruno Jose Vicente) в Бразилии. Цель эксперимента состояла в определении точности аппроксимации двух коротких и обладающих резким вступлением сигналов, которые имеют экспоненциальное затухание при использовании двух видов разложения: Фурье и Прони. Полученные в эксперименте результаты показаны на рис. Г13 и Г14 (см. графическое приложение).

В качестве первого сигнала был взят импульс

$$S_1(t) = \theta(t - t_0) A e^{-\alpha t} \sin(2\pi f t + \varphi) \quad (6.16)$$

с параметрами: $t_0 = 0,002$ с, $f = 27$ Гц, $\varphi = 0$, $A = 1$, а $\theta(t - t_0)$ обозначает функцию Хевисайда (см. разд. 1.3.1). Он подобен импульсу посылки морского сейсмического источника. Вид импульса изображен на рис. Г13, а (см. графическое приложение) черной линией. На этом же рисунке показаны результаты его аппроксимации рядом Фурье. Синяя линия соответствует 30 членам аппроксимирующего ряда, а красная – 100 членам. Видно, что даже очень большого количества синусоид недостаточно, чтобы обеспечить высокую точность приближения рассматриваемого импульса. При этом проявляются все эффекты, типичные для разложения Фурье.



Использование разложения Прони существенно повышает точность приближения. В верхней части рис. Г13, б (см. графическое приложение) показан результат такого приближения, когда нормированное значение функционала (6.15) $E = 0,01$. Это обеспечивало практически полное совпадение исходного импульса и его аппроксимации всего четырьмя компонентами. Они показаны в нижней части этого рисунка.

Второй сигнал имеет иную форму:

$$S_2(t) = \theta(t - t_0) A e^{-\alpha t^2} \sin(2\pi f t + \varphi), \quad (6.17)$$

но те же значения параметров, как у $S_1(t)$. Он мог бы представлять собой некоторый сигнал, прошедший через среду с поглощением. Его вид представлен на рис. Г14, а (см. графическое приложение).

В данном случае относительно хорошее приближение рядом Фурье достигается только при 40 членах разложения (красная линия). Но при 20 членах точность приближения очень небольшая (синяя линия). В то же время разложение Прони и здесь обеспечивает высокую точность приближения четырьмя компонентами (рис. Г14, б графического приложения).

6.1.2. Дискретный спектр Прони

Выше указывалось, что к настоящему времени предложены многочисленные модификации классического метода Прони. Они позволяют с различной степенью точности и надежности определять параметры $A_k, \alpha_k, f_k, \theta_k$, требуемые для разложения сигналов по затухающим синусоидам. Надежность работы этих алгоритмов будет обсуждаться ниже. Здесь же наиболее важным является то, что сейсмические наблюдения, а также присутствующие в них сигналы могут быть представлены моделью (6.1) с указанными четырьмя параметрами. По аналогии с дискретным спектром Фурье такой набор, составленный из четырех чисел, которые соответствуют индивидуальным экспонентам, можно рассматривать как *дискретный спектр Прони*, т. е.

$$\mathfrak{R}_{\tau, T}(M) = \{A_k, \alpha_k, f_k, \theta_k\}_{k=1}^{k=M}. \quad (6.18)$$



В используемом обозначении показано, что фиксированное значение спектра Прони определяется набором четырех значений параметров: амплитуды, частоты, затухания и фазы, т. е. точкой в четырехмерном пространстве. На определяемые значения параметров существенное влияние оказывают: число комплексных экспонент M , интервал дискретизации Δ и число значений данных N (или полная длительность интервала анализа $T = (N - 1)\Delta$). Ниже будет показано, что положение интервала анализа внутри полной последовательности полученных данных, задаваемое величиной τ , тоже является важным.

Таким образом, фурье-спектр является функцией двух оцениваемых параметров: амплитуды и фазы, а частота является переменной, значения которой обычно фиксируются. В то же время прони-спектр является функцией четырех оцениваемых параметров. Указанное различие между преобразованием Фурье и преобразованием Прони является очень существенным. В отличие от дискретного преобразования Фурье, где частота имеет равномерные отсчеты, параметр частоты в случае преобразования Прони может иметь произвольные значения и является одним из оцениваемых параметров. Поэтому в случае дискретного спектра Прони имеем нерегулярную структуру частот для каждого сигнала. В результате для некоторых полос частот будут отсутствовать значения прони-параметров, и ширина этих полос может значительно различаться в зависимости от вида анализируемых сигналов или данных, а также от величин M , τ , T .

Переход от непрерывных данных, наблюдаемых в эксперименте, например от сейсмической трассы, к дискретному спектру Прони может быть представлен следующим образом:

$$x(t) \xrightarrow[\text{данных по } \Delta]{\text{дискретизация}} \{x[i]\}_{i=1}^{i=I} \xrightarrow[\text{последовательности}]{\text{отбор по } \tau, T \text{ небольшой}} \{x[n]\}_{n=1}^{n=N} \xrightarrow[\text{Прони}]{\text{преобразование}} \mathfrak{R}_{\tau, T}(M), \quad (6.19)$$

где $\{x[i]\}_{i=1}^{i=I}$ – общая последовательность дискретных данных, а $\{x[n]\}_{n=1}^{n=N}$, $N \leq I$, является частью этих данных используемых для преобразования Прони, т. е. $\{x[n]\}_{n=1}^{n=N} \subseteq \{x[i]\}_{i=1}^{i=I}$. При этом дискретный спектр Прони $\mathfrak{R}_{\tau, T}(M)$ для локальной части общей последова-



тельности данных зависит от параметров, определяющих отбор данных τ , T , и порядка аппроксимационной модели M .

Схема (6.19) будет служить основой для всех последующих построений. Перед ее применением мы должны сделать некоторые замечания. Когда анализируемые данные представляют собой вещественные числа, то будем иметь пары комплексно-сопряженных экспонент [83]. Это приводит к тому, что такие данные представляются посредством затухающих синусоид точнее, чем посредством комплексных экспонент. При этом число экспонент, приближающих имеющиеся отсчеты, и соответствующих им параметров M всегда будет четным, т. е. модель декомпозиции имеет $L = M/2$ затухающих косинусоид, или прони-компонент. Очевидно, что при обработке сейсмических сигналов или сейсмических трасс указанное допущение всегда выполнено. Поэтому для сейсмических данных модель (6.1) переписывается в форме

$$y[n] = \sum_{k=1}^L A_k e^{\alpha_k (n-1)\Delta} \cos(2\pi f_k (n-1)\Delta + \theta_k), \quad (6.20)$$

где $L = M/2$, а форма (6.18) для представления дискретного спектра Прони остается неизменной.

Хотя реальные сейсмические сигналы подобны экспоненциальным косинусоидам (прони-компонентам), они имеют и некоторые отличия. В проведенных исследованиях анализировались многочисленные дискретные спектры Прони для различных коротких по времени сейсмических сигналов, полученных при математическом и физическом моделировании, а также в реальных экспериментах. Приведем некоторые из этих результатов.

Как правило, для приемлемого приближения сейсмического сигнала можно ограничить себя тремя или четырьмя комплексными парами гармоник (см. например, рис. Г13 и Г14 графического приложения), т. е. $M \leq 8$. Но иногда требуется использовать до 15 пар гармоник в спектре Прони, чтобы обеспечить требуемую точность. Проведенные исследования позволили выявить две интересные закономерности, проявляющиеся в значениях получаемых спектров.

Первая закономерность состоит в следующем: чем шире сигнал, отличающийся по форме от затухающей синусоиды во временной



области, тем меньше компонент требуется для его приближения. Указанный факт подтверждается сопоставлением прони-спектров, полученных для трех различных типов сигналов, которые показаны на рис. 6.1–6.3. Значения спектров определялись при условии, что величина нормированного функционала (6.15) $E = 0,01$. Нормировка функционала производилась по отношению к энергии сигнала. Таким образом, квадрат ошибки линейного предсказания не превышал одного процента энергии сигнала. На рисунках пунктиром отмечен интервал, используемый для получения спектра Прони.

Вторая закономерность связана со степенью убывания разлагаемых по затухающим синусоидам сигналов: чем выше эта степень, тем шире разброс получаемых значений параметров в четырехмерном пространстве. Например, вейвлет Рикера (Ricker) является одним из импульсов с широким спектром Прони. Это видно на рис. 6.3, где для импульса Рикера с основной частотой 40 Гц потребовалось использовать восемь компонент Прони, чтобы обеспечить заданную точность аппроксимации.

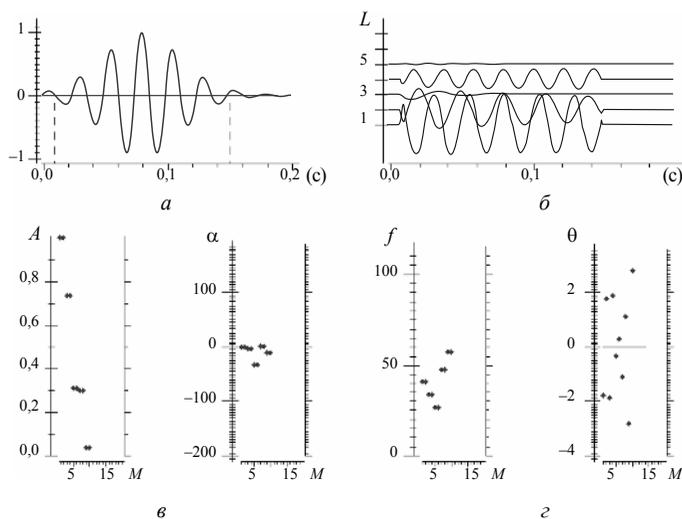


Рис. 6.1. Сигнал с малым затуханием (а), его прони-компоненты (б) и значения их параметров (в), формирующих спектр Прони

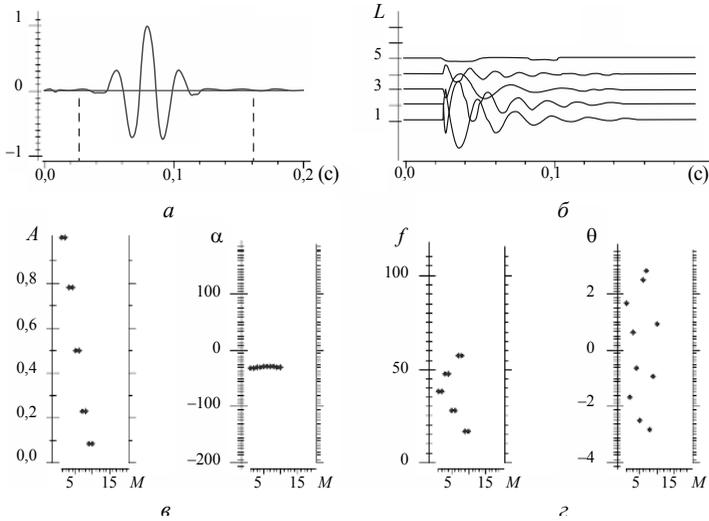


Рис. 6.2. Сигнал со значительным затуханием (а), его прони-компоненты (б) и значения их параметров (в), формирующих спектр Прони

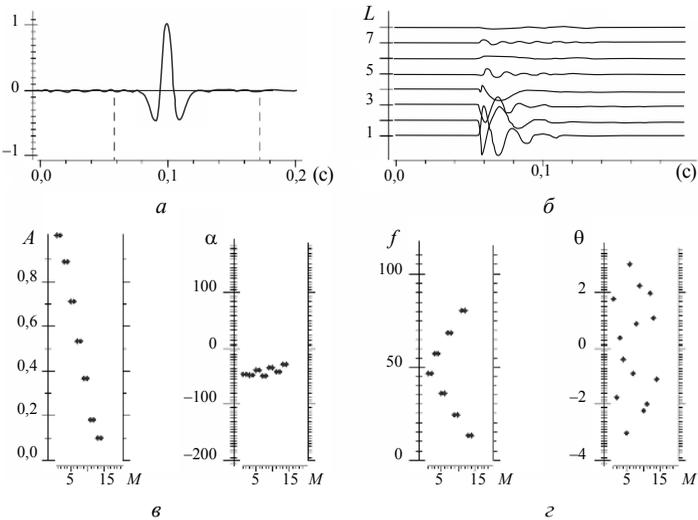


Рис. 6.3. Импульс Рикера (а), его прони-компоненты (б) и значения их параметров (в), формирующих спектр Прони



Таким образом, в данном случае имеем $M = 2L = 16$. При этом частоты, отвечающие соответствующим компонентам, имеют большой разброс (от 15 до 100 Гц), а также увеличиваются вариации в значениях параметров амплитуды и фазы.

6.1.3. Квазиортогональность разложения Прони

Кроме нелинейности у рассматриваемого преобразования имеется еще одна существенная особенность, отличающая его от большинства современных методов спектрального анализа. Она состоит в том, что разложение Прони основано на базисе неортогональных функций. В этом отношении разложение Фурье гораздо проще. Во всех классических учебниках показывается ортогональность его базисных функций, существенно упрощающая процесс нахождения коэффициентов разложения для соответствующего набора частот. По этому же пути развивался и вейвлет-анализ, в основу которого было положено условие ортогональности локальных базисных функций [180, 56].

Существенность указанного момента заключается не только в простоте получения коэффициентов разложения, но и еще в одном важном прикладном аспекте. При ортогональном базисе достаточно просто обосновывается понятие некоторых типов фильтрации. Так, для фурье-разложения или его аналога в форме преобразования выполнение полосовой или режекторной фильтрации имеет ясный смысл. В результате таких фильтраций остается часть коэффициентов, связанных с определенными частотами, которые показывают, как соответствующие гармоники входили в исходные сигналы. В случае неортогонального базиса использование части коэффициентов разложения, которые отвечают части компонент, требует специального обоснования. Усложняется также интерпретация получаемых результатов, так как некоторые эффекты, представляемые в неортогональном базисе, могут сохраняться после исключения части базисных векторов. К этим вопросам мы вернемся позже. А сейчас рассмотрим, насколько неортогональными являются базисные функции прони-разложения. Такой анализ позволит лучше понять свойства преобразования Прони и возможности его использования при фильтрации сейсмических данных.

Итак, рассмотрим скалярное произведение между компонентами разложения (6.20) при фиксированной длительности интервала $T = [0, T]$.



Предварительно сделаем одно небольшое замечание. Оно касается перехода от дискретной формы представления (6.20) к непрерывным функциям. Формально указанное представление может быть записано как разложение некоторого вектора \mathbf{y} по базису конечномерного линейного векторного пространства в виде

$$\mathbf{y}^T = \sum_{k=1}^N a_k \cdot \mathbf{e}_k,$$

где $\mathbf{y} = \{y[1], y[2], \dots, y[N]\}$, а

$$\mathbf{e}_k = \begin{pmatrix} 1 \cdot \cos(\theta_k), \\ \exp(\alpha_k \Delta) \cos(2\pi f_k \Delta + \theta_k), \\ \vdots \\ \exp(\alpha_k (N-1)\Delta) \cos(2\pi f_k (N-1)\Delta + \theta_k) \end{pmatrix}$$

являются векторами базиса. Для бесконечномерного линейного векторного пространства в случае непрерывных функций имеем аналогичное представление

$$y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k h_k(t),$$

где $h_k(t)$ являются базисными функциями. При аппроксимационной постановке задачи можно воспользоваться конечномерным разложением функции $y(t)$, считая его уже некоторым приближением, т. е.

$$\tilde{y}(t) = \sum_{k=1}^N a_k h_k(t).$$

При этом можно полагать, что в точках $t_n = (n-1)\Delta$ обеспечено равенство $\tilde{y}(t_n) = y(t_n)$. Тогда можно считать, что выражение (6.20) задает разложение наблюдаемых данных по элементам базиса бесконечномерного пространства. Теперь можно рассмотреть свойства функций $h_k(t)$, полагая, что они представляют свойства векторов \mathbf{e}_k .



Воспользуемся обычным определением скалярного произведения двух непрерывных функций, заданных на конечном интервале $[0, T]$, в форме

$$(h_i(t), h_j(t)) = \int_0^T h_i(t)h_j(t) dt, \quad (6.21)$$

где функции $h_i(t) = \exp(\alpha_i t) \cos(\omega_i t + \theta_i)$, а $\omega_i = 2\pi f_i$.

Таким образом, для нахождения величины скалярного произведения между рассматриваемыми базисными функциями необходимо построить выражение для интеграла

$$I^{(1)} = \int_0^T e^{(\alpha_i + \alpha_j)t} \cos(\omega_i t + \theta_i) \cos(\omega_j t + \theta_j) dt, \quad (6.22)$$

а также интеграла

$$I^{(0)} = \int_0^T e^{2\alpha_i t} \cos^2(\omega_i t + \theta_i) dt, \quad (6.23)$$

который потребуется для вычисления нормы соответствующих функций.

Рассмотрим построение требуемых интегралов. Вначале обратимся к выражению (6.22). С помощью таблиц интегралов (см. [178]) несложно показать, что

$$\begin{aligned} \int_0^T e^{\alpha t} \cos(bt + c) dt &= e^{-\alpha c/b} (\alpha^2 + b^2)^{-1} \times \\ &\times \left[e^{\alpha T/b} (\alpha \cos T + b \sin T) - \alpha \right]. \end{aligned}$$

Тогда, представляя произведение косинусов, стоящее под знаком интеграла, в форме суммы косинусов для суммы и разности их аргументов как

$$\begin{aligned} &\cos(\omega_i t + \theta_i) \cos(\omega_j t + \theta_j) = \\ &= \cos((\omega_i + \omega_j)t + (\theta_i + \theta_j)) + \cos((\omega_i - \omega_j)t + (\theta_i - \theta_j)) \end{aligned}$$



и вводя обозначения $a = \alpha_i + \alpha_j$; $b^{(\pm)} = \omega_i \pm \omega_j$, $b^{(\pm)} = \omega_i \pm \omega_j$; $c^{(\pm)} = \theta_i \pm \theta_j$, получаем следующее выражение:

$$I^{(1)} = \frac{e^{-ac^{(+)} / b^{(+)}}}{a^2 + b^{(+)^2} \left[e^{aT/b^{(+)}} (a \cos T + b^{(+)} \cdot \sin T) - a \right] +$$

$$+ \frac{e^{-ac^{(-)} / b^{(-)}}}{a^2 + b^{(-)^2} \left[e^{aT/b^{(-)}} (a \cos T + b^{(-)} \cdot \sin T) - a \right]},$$

которое определяет требуемое скалярное произведение (6.21).

Проведя аналогичные построения для интеграла (6.23), получаем

$$I^{(0)} = \frac{e^{-2\alpha_i \theta_i / \omega_i}}{4(\alpha_i^2 + \omega_i^2)} \left[2e^{\alpha_i T / \omega_i} (\alpha_i \cos T + \omega_i \sin T) - 2\alpha_i \right] +$$

$$+ \frac{1}{4\alpha_i^2} \left[e^{2\alpha_i T} - 1 \right].$$

Построенные выражения для интегралов $I^{(1)}$ и $I^{(0)}$ позволяют определить косинус угла между базисными функциями

$$\cos(h_i(t) \wedge h_j(t)) = \frac{(h_i(t), h_j(t))}{\sqrt{(h_i(t), h_i(t))(h_j(t), h_j(t))}} = \frac{I^{(1)}}{\sqrt{I_i^{(0)} I_j^{(0)}}}, \quad (6.24)$$

где нижние индексы у интегралов $I^{(0)}$ показывают, для какой функции он был определен.

С учетом сделанных выше замечаний построенные выражения для скалярного произведения и косинуса угла между функциями $h_i(t)$, $h_j(t)$ будем рассматривать как соответствующие характеристики базисных векторов разложения Прони в форме (6.20). С их помощью можно проанализировать степень неортогональности векторов e_k .

Проведем анализ степени неортогональности базисных векторов для одного частного случая, когда $\alpha_i = \alpha_j = \alpha$ и $\theta_i = \theta_j = \theta$, т. е. рассмотрим, как соотносятся e_k при изменении параметра частоты. Пример расчета косинуса угла между векторами базиса показан на



рис. Г15 (см. графическое приложение). Он выполнялся для сочетаний двух значений длительности интервала разложения T (указаны сверху над столбцами) и двух значений параметра α (указаны между рисунками) при $\theta = 0$. Интегральная форма представления (6.24) для косинуса угла позволяла брать любые сочетания значений параметра частоты f при его вычислении. Это дало возможность построить показанные двумерные зависимости изменения косинуса от сочетаний значений f_i , f_j . Для каждой из построенных зависимостей приведена палетка цветовой гаммы. Она свидетельствует о том, что при различии в частотах менее 10 Гц косинус угла между векторами базиса равняется 0, т. е. e_k становятся ортогональными. Эти же результаты указывают на то, что увеличение значения α улучшает ортогональность векторов базиса, а уменьшение длительности интервала T может увеличивать степени их неортогональности. Полученная квазиортогональность базисных векторов может являться обоснованием для выполнения фильтрации Прони, использующей отбор части компонент разложения. Кроме того, она позволяет лучше понять особенности такого отбора и влияние на него таких параметров, как длительность интервала T или α .

6.2. Особенности фильтрации, использующей спектр Прони

6.2.1. Развитие прони-фильтрации и проблемы ее реализации

Сама идея такой фильтрации очень проста. Из полученных по схеме (6.19) дискретных спектров Прони отбирается часть параметров, которые используются для создания образа фильтруемой трассы [220], что позволяет объединить такие образы и представить их в форме обычных временных разрезов. Такие образы, представленные для различных сочетаний параметров, например частоты или затухания, могут быть названы прони-разрезами. Получаемые прони-разрезы, представляющие собой набор образов временных разрезов, несут дополнительную информацию о структурных особенностях среды и характеристиках ее отдельных областей, в частности областей, обладающих повышенным или пониженным поглощением и рассеиванием сейсмической



энергии [221, 99]. Так как на основе прони-разрезов, построенных на различных частотах, для указанных характеристик может быть определена их частотная зависимость, получается достаточно интересный инструмент анализа наблюдаемого волнового поля и частотно-зависимого отклика среды.

Если бы разложение Прони для реальных сейсмических сигналов не вызывало трудностей, как и построение требуемого образа трассы, то реализация данной фильтрации не представлялась сложной задачей. Здесь даже не очень важно, что само разложение Прони является нелинейной процедурой. Современные компьютеры и развитые методы позволяют реализовывать схему (6.19) для сотен анализируемых временных интервалов и нескольких тысяч трасс за несколько минут. Однако на начальных этапах развития прони-фильтрации проявилось несколько серьезных проблем, решением которых пришлось заниматься. Эти проблемы в первую очередь были связаны с особенностями реальных сейсмических сигналов, а также с направленностью разрабатываемого метода на решение специфических геологических и промысловых задач. Поэтому в процессе развития данного метода фильтрации пришлось несколько раз возвращаться к основам разрабатываемых алгоритмов по мере расширения круга решаемых задач. На каждом этапе проводилось тестирование предлагаемых алгоритмов на большом количестве математических и физических моделей [221, 223, 241, 103]. Отметим, что подобную фильтрацию в более упрощенном виде развивали в ОАО «Сибнефтегеофизика» [45].

Обратимся к тем проблемам, которые возникали по мере развития метода. Отметим, что в настоящее время имеется значительное число программных средств, реализующих процедуру преобразования Прони, которая могла бы использоваться для анализа реальных сигналов (см., например, [57]). Однако они не работают при непосредственном использовании в силу специфических особенностей сейсмических сигналов, наблюдаемых в реальных экспериментах. Поэтому вначале подробнее рассмотрим эти особенности. Выделим четыре наиболее важные.

1. Положение изучаемого (целевого) сигнала не известно с достаточной точностью.

2. Реальный сейсмический сигнал часто является коротким по времени (20...30 отсчетов).



3. Как правило, при анализе целевых объектов в анализируемом временном интервале присутствует несколько отраженных сигналов с различными свойствами.

4. Для реальных сейсмических данных спектр помех может быть близок к спектру оцениваемого сигнала.

Первая из этих особенностей иллюстрируется рис. 6.4–6.6. Здесь представлены результаты оценивания параметров Прони для простого сигнала в виде затухающей синусоиды с временной задержкой, локализованной в интервале (0.092 с, 0.206 с). На всех рисунках в частях *a* и *г* серым цветом показаны исходный сигнал и интервал, на котором осуществлялось разложение Прони, т. е. построение дискретного спектра $\mathfrak{R}_{\tau,T}(M)$ согласно схеме (6.19). При этом черным цветом на рисунках показано значение аппроксимации, которое получается на основе полного спектра Прони для части *a*, либо в результате селекции компонент для части *г*. В части *б* на рис. 6.4–6.6 показаны компоненты разложения, отвечающие парным комплексным экспонентам, а в части *в* – значения соответствующих параметров. Значения фазы при изображении параметров были опущены, так как они не обладали информативностью. Непредставимость некоторых значений параметров говорит о их выходе за границы указанных интервалов.

Когда точное время прихода сигнала известно, то параметры разложения, т. е. $\mathfrak{R}_{\tau,T}(M)$, определяются без каких-либо проблем и обеспечивают высокую точность аппроксимации анализируемого сигнала (рис. 6.4). Однако отличие моделируемого сигнала от бесконечных косинусоид, используемых в разложении (6.20), даже для этого простейшего случая приводит к тому, что получаемый дискретный спектр Прони содержит несколько компонент с различными параметрами. В то же время на рисунке видно, что четвертая компонента обладает параметрами, которые с высокой точностью соответствуют истинным значениям. Эти параметры могут быть просто отобраны из общего набора значений спектра $\mathfrak{R}_{\tau,T}(M)$ посредством анализа двух параметров: частоты и затухания, что дает возможность точной аппроксимации сигнала с использованием только одной компоненты (рис. 6.4, *г*).

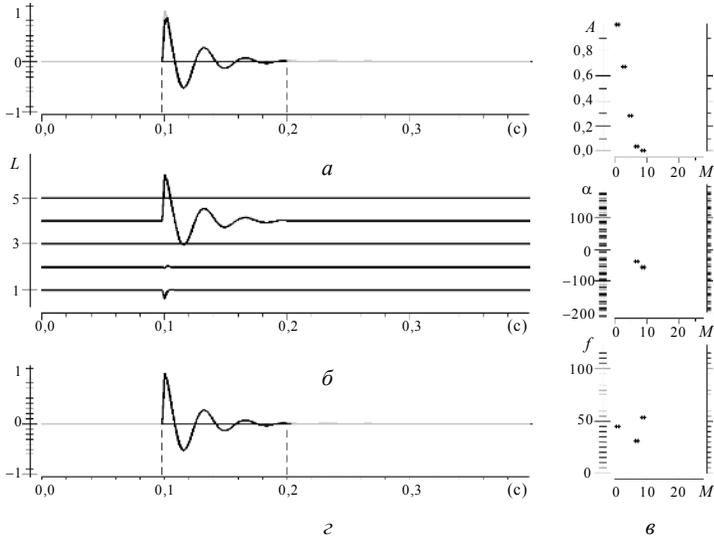


Рис. 6.4. Приближение сигнала с точным временем прихода

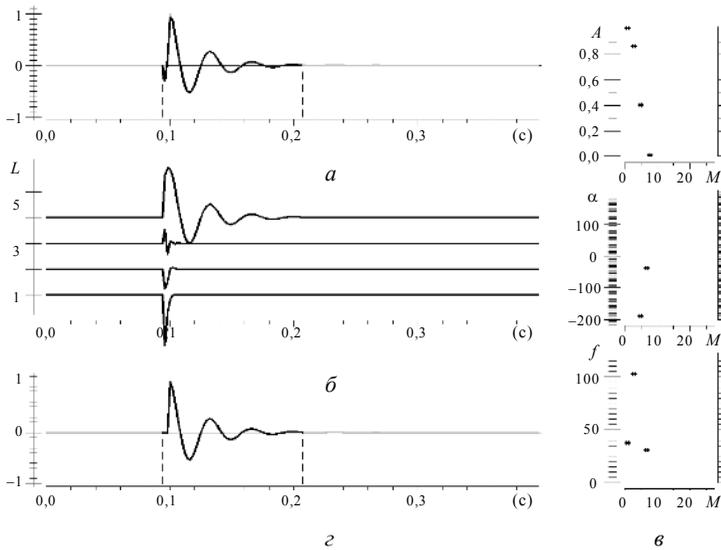


Рис. 6.5. Приближение сигнала с ошибкой во времени прихода 2 мс (один отсчет)

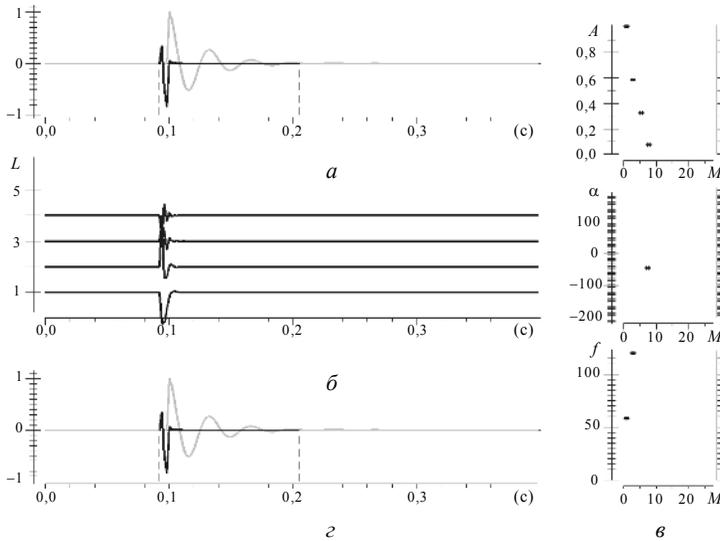


Рис. 6.6. Приближение сигнала с ошибкой во времени прихода 4 мс (два отсчета)

При небольшой ошибке во времени прихода сигнала (только один отсчет) получаем ухудшение результата (рис. 6.5) как по отдельным компонентам, так и по значениям их параметров. В то же время использование процедуры селекции параметров позволяет обеспечить хорошую аппроксимацию для формы сигнала на основе двух компонент: третьей и четвертой (рис. 6.5, з). Однако последующее увеличение ошибки во времени прихода сигнала (до двух отсчетов) приводит к значительному ухудшению результата (рис. 6.6) и совершенно некорректным значениям параметров Прони, а это приводит к невозможности получить какой-либо результат на основе фильтрации.

Итак, имеется *первая проблема* для сейсмических сигналов: стабильное и корректное определение параметров Прони, когда неточно определены времена их прихода. В таких случаях различные алгоритмы, реализующие процедуру прони-декомпозиции, могут давать отличающиеся результаты в зависимости от формы сейсмического сигнала и отношения сигнал/помеха.

Вторая проблема связана с оцениванием прони-параметров для полных трасс. В этом случае нам необходимо объединять различные



прони-спектры, соответствующие различным временным интервалам. Такое объединение необходимо для построения стабильных образов трасс по некоторой части полученных параметров.

Указанная проблема осложняется тем фактом, что в реальном сейсмическом эксперименте нет достаточной информации о расположении каждого анализируемого сигнала и о его длительности. Следовательно, необходимо оценивать и анализировать прони-параметры для различных временных интервалов, т. е. требуется найти оптимальный дискретный интервал так же, как и τ , T (см. например, [207, 153]). Реализация этого шага была важным элементом при создании алгоритмов прони-фильтрации, способных работать с реальными сейсмическими данными. Решение соответствующей задачи еще недостаточно освещено в традиционных работах. Поэтому наши работы в данном направлении носили пионерский характер.

На рис. 6.7 показаны два примера, которые позволяют понять, как длительность интервала может изменять значения $\mathfrak{R}_{\tau, T}(M)$ в случае различных типов сигналов.

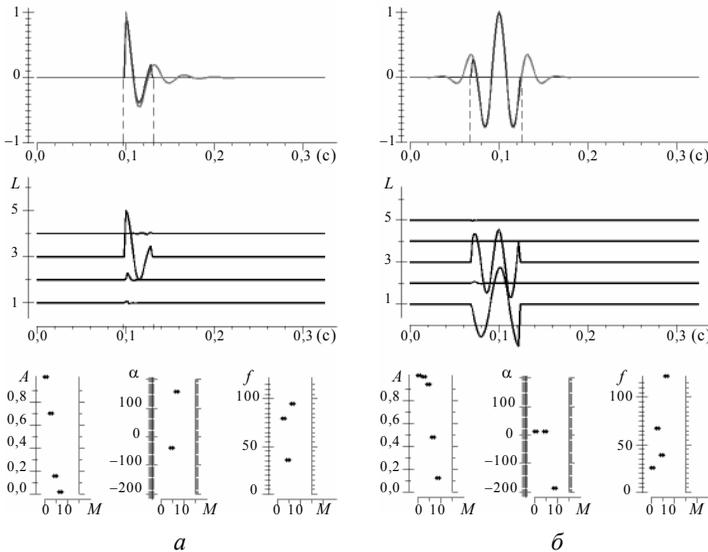


Рис. 6.7. Влияние длительности интервала T на получаемый спектр Прони



В этих экспериментах интервал анализа находился внутри сигнала, что давало возможность избежать эффектов, демонстрируемых рис. 6.6. Если сигнал близок к затухающей синусоиде, то сокращение интервала декомпозиции хотя и меняет получаемые значения спектра, но остается компонента, которая несет информацию о затухающей синусоиде (рис. 6.7, *a*). Когда сигнал значительно отличается от затухающей синусоиды, то ситуация меняется. Так, для сигнала, совпадающего с рис. 6.2, структура компонент и значений $\mathfrak{R}_{\tau, T}(M)$ полностью меняется. Поэтому, несмотря на высокую точность аппроксимации сигнала для анализируемого интервала, в процессе фильтрации возникнут проблемы его выделения на фоне других импульсов.

Таким образом, в принципе процедура селекции параметров прони-декомпозиции может быть использована для выделения любой из отдельных компонент или определенной их части при аппроксимации наблюдаемого волнового поля. Но так как такая селекция зависит от сейсмической или геологической задачи и свойств преобразования Прони, а ее результаты должны будут использоваться при дальнейшей интерпретации, потребовалось решить *третью проблему*. Она состоит в том, как выбирать оптимальные параметры для прони-декомпозиции, которые обеспечивают наилучший результат фильтрации.

6.2.2. Перемешаемые интервалы и комбинированный спектр Прони

В процессе решения указанных проблем рассматривались различные способы, реализующие схему (6.19). Они были связаны как с построением локальных спектров $\mathfrak{R}_{\tau, T}(M)$, так и их объединением в комбинированный спектр Прони для всего анализируемого участка трассы. Среди этих способов можно выделить два основных: первый – основан на интервалах с изменяемой длительностью T ; второй – использует фиксированную длительность T , но перемешаемые интервалы. Оба способа были предложены и развивались вне зависимости от идеи вейвлет-анализа. В дальнейшем пришло понимание, что методологии прони-фильтрации и вейвлет-анализа близки. Результаты проведенных исследований показали, что второй способ наиболее эффективен при реализации прони-фильтрации, но для него важно включать



длительность T в качестве подбираемого параметра. Интуитивно ясно, что если требуется выделить составляющие поля, отвечающие некоторой частоте, то величина T должна ей соответствовать.

Чтобы понять сложности использования отдельных дискретных спектров Прони $\mathfrak{R}_{\tau, T}(M)$ при построении процедуры селекции сигнальных компонент, т. е. в процессе прони-фильтрации, рассмотрим несколько простых примеров.

Вначале обратимся к двум примерам определения спектра Прони, когда целевой сигнал имеет вид затухающей синусоиды (рис. Г16, см. графическое приложение). На этих рисунках исходный сигнал показан красной линией. В обоих примерах преобразование Прони было выполнено перемещаемым временным интервалом при определении $\mathfrak{R}_{\tau, T}(M)$. Такое определение параметров Прони подобно обработке реальных данных, когда точно неизвестно расположение сигналов. На рис. Г16, *a* и Г17, *a* дан результат, полученный на основе комбинированных прони-компонентов (рис. Г16, *б* и Г17, *б*), которые соответствуют параметрам комбинированного спектра Прони (рис. Г16, *в* и Г17, *в*). На рис. Г16, *г* и Г17, *г* показан результат работы специальных процедур. В каждом из примеров перемещаемый временной интервал имел свою длительность T .

Видно, что в обоих случаях приближение для анализируемого сигнала обладает низким качеством (см. рис. Г16, *a* и Г17, *a*). Это связано с тем, что комбинированный спектр Прони, куда входят все локальные спектры $\mathfrak{R}_{\tau, T}(M)$, полученные по перемещаемым интервалам, является очень сложным (см. рисунки, части *в*). Как следствие, получаем сложную структуру комбинированных прони-компонент, которые не содержат прямой информации об исходном сигнале (см. рисунки, части *б*), что дает плохую аппроксимацию всей анализируемой трассы. В первую очередь низкое качество аппроксимации связано с ограниченной информацией о сигнале, включающей его время прихода. Как результат, невозможно точно идентифицировать сигнал и определить его прони-параметры (или компоненты). Поэтому для перемещаемых интервалов значительно проявляются эффекты, демонстрируемые рис. 6.6 и 6.7. Также очевидно, что эти эффекты будут по-разному проявляться при различной длительности интервала, что демонстрируют рис. Г16 и Г17 (см. графическое приложение).



Различная длительность интервалов, а также их перемещение вдоль трассы приводят к попаданию в различные интервалы, по которым определяются $\mathfrak{R}_{\tau,T}(M)$ различных сигналов или их частей и помех. Поэтому комбинированный спектр носит столь сложный характер и зависит от длительности интервалов, что проявляется в различном числе компонент M для получаемых локальных спектров (сравните рис. Г16, *в* и Г17, *в*). Но одновременно в комбинированном спектре содержится информация о целевых сигналах, которые присутствуют в наблюдениях. Таким образом, при построении комбинированных спектров требуется максимально устранить негативные эффекты, связанные с неудачным расположением интервала или его длительностью, а также получить из его значений те, которые относятся к целевым сигналам. В последнем случае важно учитывать отмеченную выше особенность дискретных спектров Прони (см. разд. 6.1.2), что для реальных сейсмических сигналов они могут иметь довольно широкий размах параметров, существенно отличающийся от затухающей синусоиды. Это затрудняет их идентификацию в процессе выделения из наблюдаемых данных.

Продемонстрированные сложности построения комбинированных спектров и использования их для приближения анализируемых трасс потребовали создания набора специальных процедур, позволяющих повысить стабильность определения параметров прони-разложения как для отдельных локальных спектров, так и для всей анализируемой трассы. Процедуры основаны на алгоритмах, гарантирующих стабильность прони-разложения для различных типов сигналов, подобных реальным. Общая идея предложенных специальных процедур состоит в следующем. Спектры $\mathfrak{R}_{\tau,T}(M)$, получаемые для отдельных коротких интервалов на основе МНК [191], объединяются для всей обрабатываемой части записи. Такое объединение осуществляют путем минимизации различия между наблюдаемыми данными и их приближением, получаемым с использованием комбинированных спектров. Примеры применения процедур даны на рис. Г16, *г* и Г17, *г*. Видно, что использование процедур существенно улучшает качество получаемого приближения.

Тестирование разработанных процедур производилось на различных типах сигналов. Так, на рис. Г18 (см. графическое приложение)



представлены результаты, полученные при приближении сигналов, изображенных на рис. 6.1–6.3 посредством перемещаемых интервалов в двух вариантах: 1) без использования специальных процедур (см. рис. Г18, *а*) и 2) с использованием таких процедур (см. рис. Г18, *б*). Как и для случая затухающей синусоиды, предполагалось, что точное положение сигнала и его длительность неизвестны. По представленным результатам видно, что для сигналов с резким вступлением общая процедура оценивания параметров не является стабильной. Это связано с нелинейным оцениванием прони-параметров, когда такие сигналы расположены недалеко от края анализируемого интервала. Специальные процедуры, которые модифицируют внутреннюю структуру преобразования Прони и анализируют сингулярные значения соответствующих матриц, существенно улучшают стабильность получаемых оценок, а объединение локальных спектров, с учетом их вложения в представленные данные, обеспечивает достаточную точность приближения анализируемых сигналов.

Особую важность разработанные процедуры приобретают, когда имеется последовательность сигналов с различными формами. Тогда для перемещаемых интервалов возможны случаи с очень нестабильными результатами, что не позволяет определять отдельные характеристики и выделять требуемые сигналы (см. рис. Г19 графического приложения). Так, сопоставляя среднюю часть рис. Г19, *а* и *б*, можно представить степень искажения формы соответствующих сигналов и невозможность оценки их времени прихода при отсутствии указанных процедур.

Использование разработанных процедур позволило обеспечить хорошую стабильность и эффективное разделение сигналов во временной области. На рис. 6.8 показаны результаты одного из первых простых экспериментов по разделению сигналов с различными частотами. Здесь основным считался сигнал с частотой 40 Гц, а у второго сигнала с меньшей амплитудой частота составляла 80 Гц. Цель эксперимента состояла в проверке возможностей использования прони-фильтрации для выделения сигналов с параметрами, отличающимися от основного. По результатам видно, что для всех трех представленных случаев высокочастотный сигнал выделяется достаточно хорошо (вид выделенного сигнала показан черной линией).

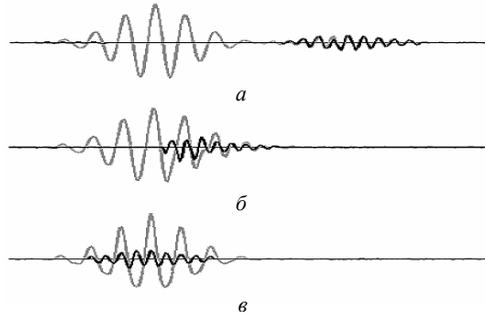


Рис. 6.8. Выделение высокочастотного сигнала с помощью процедуры прони-фильтрации при различных отношениях с основным сигналом: перекрытие отсутствует (а); частичное перекрытие (б) и полное перекрытие (в)

Отметим, что, как и в предыдущих экспериментах, никакой предварительной информации, касающейся формы сигнала и его положения, не было использовано. Таким образом, моделировалась ситуация, близкая к реальной, когда неизвестны исходная форма сейсмического сигнала и время его прихода. Кроме того, в проводимом эксперименте выделялся высокочастотный сигнал, энергия которого существенно отличалась от энергии доминирующего сигнала (для представленных результатов амплитуда основного сигнала в пять раз превышала амплитуду выделяемого сигнала). Полученные результаты демонстрируют, что независимо от соотношения позиций данных сигналов целевой высокочастотный сигнал может быть выделен с использованием прони-фильтрации. В то же время видно, что данный тип фильтрации может давать некоторые нарушения формы выделяемых сигналов. Уменьшить такие нарушения можно путем применения оптимальных параметров фильтрации. Стратегии выбора соответствующих параметров обсуждаются ниже (см. разд. 6.3.2).

6.2.3. Оценивание параметра затухания

Выделение определенных типов сигналов на фоне других составляющих наблюдаемого волнового поля является важным прикладным аспектом прони-фильтрации. Интересными для приложений представ-



ляются также возможности разделения поля на отдельные компоненты, содержащие часть параметров комбинированного спектра Прони. Однако имеется еще один важный момент анализа волнового поля, который может быть реализован посредством прони-фильтрации. Он состоит в возможности получения и анализа изменений параметра затухания как функции частоты. Такой анализ может дать очень важную информацию о свойствах пород, которая содержится в отраженных или проходящих волнах.

Проиллюстрируем возможности определения параметров затухания на основе прони-фильтрации, используя модельные сигналы. На рис. Г20 (см. графическое приложение) демонстрируется один из примеров такого определения для сигнала, представляющего собой затухающую синусоиду с частотой $f = 20$ Гц и затуханием $\alpha = -50$. На рис. Г20, *a* показан результат приближения полного сигнала посредством прони-разложения. Подобно приведенным выше примерам в данном случае не использовалась никакая информации о расположении сигнала. Поэтому прони-разложение для всего интервала анализа выполнялось на основе перемещаемых интервалов и разработанных процедур (см. разд. 6.2.2). Это позволило определить полный анализируемый сигнал с достаточной точностью на всем анализируемом интервале 0,2 с. На рис. Г20, *a* исходный сигнал представлен красной линией, а его приближение – синей. На рис. Г20, *г* показан полный набор параметров Прони, полученных в этом случае. После проведения селекции параметров в полученном комбинированном спектре по частоте $f \in [15, 25]$ Гц удастся восстановить форму исходного сигнала и определить корректное значение параметра затухания (см. рис. Г20, *б* и *в*).

Более сложный синтетический сигнал изображен на рис. Г21, *a* и *б*, где он представлен красной линией. Здесь имеется три затухающих синусоиды с частотой $f = 20$ Гц и различными значениями параметра затухания $\alpha = 50, 75, 100$ соответственно для первой, второй и третьей синусоиды. Синусоиды расположены на разных временах по трассе.

Как и в предыдущем модельном эксперименте, прони-декомпозиция выполнялась с использованием короткого перемещаемого временного интервала и применением разработанных процедур, обеспечивающих устойчивость приближения всего анализируемого участка трассы. Видно, что наличие сигналов с резким вступлением и малой временной задержкой между ними приводит к появлению некоторой



неустойчивости, но она регуляризируется применяемыми процедурами (см. синюю линию на рис. Г21, *а*). Кроме того усложнение структуры моделируемого сигнала дает более сложный и расширенный комбинированный спектр Прони (его значения показаны в средней части рисунка). Следствием этого является наличие большого числа значений параметра затухания со значительными вариациями по величине и сложным распределением по времени (нижняя часть рис. Г21, *а*). Использование прони-фильтрации улучшает определение положения сигналов и их формы (синия линия на рис. Г21, *б*), а также дает возможность определить значения параметра затухания, отвечающие каждой из заданных синусоид (нижняя часть рис. Г21, *б*).

Для рассмотренной модели с тремя затухающими синусоидами были выполнены эксперименты с присутствием помех. Цель экспериментов заключалась в оценке возможности прони-фильтрации при работе в таких условиях. На рис. Г22 представлены результаты одного из таких экспериментов. Здесь уровень помех был достаточно высоким и совпадал с уровнем сигналов. Моделируемое наблюдение показано красным цветом. Выполненная прони-декомпозиция обеспечивает хорошее приближение моделируемого наблюдения, но дает, как и в предыдущем случае, значительные вариации в параметре затухания. Однако селекция значений комбинированного спектра Прони по частоте $f \in [15, 25]$ Гц позволяет выделить заданные сигналы (синия линия на рис. Г21, *б*) и оценить значения их параметра затухания. Очевидно, что наличие помех ухудшает качество получаемых оценок. Особенно значимо это сказывается на форме оцениваемого сигнала. Оценка может быть улучшена при оптимальном выборе нескольких параметров (см. следующий раздел).

Как некоторый итог проведенных исследований, выполненных при развитии прони-фильтрации, укажем основные задачи, которые были рассмотрены и решены.

- Создание эффективно работающих процедур прони-преобразования для реальных сейсмических сигналов, позволяющих устойчиво оценивать параметры разложения сигналов при неизвестном времени прихода, сложной форме, малом разрешении нескольких сигналов и относительно невысоком отношении сигнал/помеха.

- Создание метода прони-фильтрации, который позволял бы устойчиво выделять компоненты прони-разложения, построенные для



достаточно большого участка трассы, содержащего значительное число сейсмических сигналов. При этом компоненты могут быть выделены различными критериями и должны быть представлены в форме исходной трассы, формирующей ее образ, создаваемый соответствующими компонентами.

- Создание методики определения количественных характеристик по результатам прони-фильтрации трасс, которые позволяли бы выделять аномальные зоны в поведении компонент прони-разложения как по временной, так и пространственной компоненте, а также построение на основе этих характеристик результирующих карт.

- Установление возможных корреляционных связей между значениями результирующих карт, построенных на основе прони-фильтрации, и скважинными параметрами, характеризующими свойства целевых горизонтов, что позволяет пересчитывать результаты обработки поверхностных данных в соответствующие характеристики горизонтов.

6.3. Тестирование прони-фильтрации на модельных экспериментах

6.3.1. Математическая модель

Рассматриваемая математическая модель была одной из первых, на которой выполнялось тестирование всего метода прони-фильтрации. В рамках этой модели отрабатывались многие методические аспекты предлагаемого метода, в частности выбор оптимальных параметров фильтрации. Полученные на ее основе результаты были представлены на 23-й Генеральной Ассамблее европейской геофизической ассоциации в Ницце (Франция) [221].

Модель представляла собой сумму двух волновых картин. В качестве первой волновой картины брался суммарный временной разрез, отвечающий модели среды, изображенной на рис. 6.9. При его построении использовались синтетические 48-канальные сейсмограммы, которые были рассчитаны на основе лучевого метода и метода краевых волн в области точки дифракции [64]. Структура модели была предложена Л. Гиршгорном, главным геологом ОАО «Ямалгеофизика». Ее основой служила реальная газовая залежь, относящаяся к сеноманским



отложениям. Модель содержит четыре слоя, мощности которых указаны на рисунке. Третий слой, заключенный между границами hII и $hIII$, выклинивается на пикете 3 км, что является главной особенностью модели.

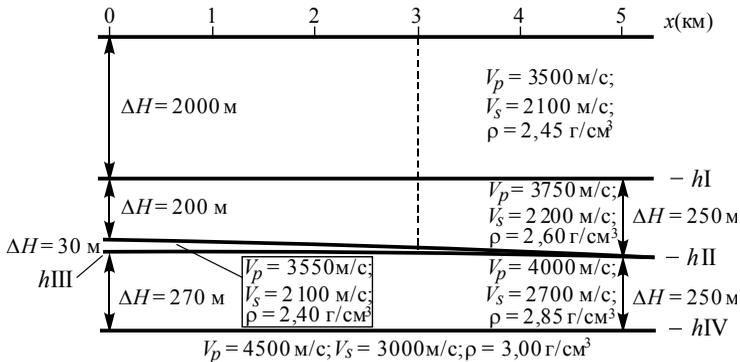


Рис. 6.9. Структура и параметры модели среды, используемые при расчете модельных сейсмограмм

В качестве второй волновой картины была взята часть реального временного разреза. Она выступала в роли шумовой компоненты по отношению к синтетическому временному разрезу, построенному для указанной модели среды. Добавление этой компоненты в суммарное волновое поле с различным амплитудным уровнем позволяло анализировать помехоустойчивость рассматриваемой процедуры фильтрации при различных соотношениях сигнал/помеха.

При построении модельных сейсмограмм использовался входной сигнал, представляющий собой сумму двух различных импульсов Рикера, имеющих соответственно частоты 40 и 80 Гц. Импульс с частотой 40 Гц рассматривался как главная компонента моделируемого волнового поля, а импульс с частотой 80 Гц был целевым сигналом. Отношение амплитуды целевого сигнала к амплитуде главной компоненты составляло 1/5. Наш опыт показывает, что такое соотношение главных и высокочастотных компонент наиболее характерно для реальных данных.

Таким образом, трасса, отвечающая моделируемому временному разрезу, представляется выражением

$$y(x, t) = S^{(40)}(x, t) + 0,2S^{(80)}(x, t) + a^{(n)}n(x, t), \quad (6.25)$$



где x, t – пространственная и временная координаты, а $S^{(f)}(x, t)$ соответствует временному разрезу, полученному на основе модельных сейсмограмм, при построении которых использовался импульс Рикера [256] в форме

$$S^{(f)}(t) = (1 - 2(\pi ft)^2) e^{-(\pi ft)^2} \quad (6.26)$$

с заданной частотой f . Функция $n(x, t)$ характеризует аддитивные помехи, которые входят в моделируемые данные с коэффициентом $a^{(n)}$ (на особенностях помех остановимся ниже). При этом первые два слагаемых задают сигнальную составляющую модели, а величина $a^{(n)}$ определяет отношение сигнал/помеха для моделируемых данных.

Использование указанной структуры сигнала позволило в рамках одного модельного эксперимента исследовать следующие вопросы:

- изучить особенности волнового поля, которые отвечают элементам среды с малыми углами выклинивания для целевых горизонтов, что типично для районов Западной Сибири;
- исследовать возможности метода для выделения высокочастотных компонент поля, перекрытых низкочастотными компонентами с большой энергией;
- проанализировать стабильность и помехоустойчивость получаемых оценок сигнальных составляющих в присутствии различного уровня помех, близких по характеристикам к реальным данным.

Отметим, что импульс Рикера, обладающий широким спектром Прони (см. разд. 6.1.2), усложняет задачу разделения низкочастотных и высокочастотных компонент. Поэтому в рамках настоящих экспериментов можно было оценить, насколько успешно удастся восстанавливать сигналы такого типа в процессе прони-фильтрации.

Анализируемые участки построенных синтетических разрезов $S^{(40)}(x, t)$ и $S^{(80)}(x, t)$ представлены в левой части рис. Г23, a и b (см. графическое приложение). Они содержат отражения продольных волн от всех горизонтов модели среды. При построении разрезов был осуществлен сдвиг на 200 мс. Поэтому для получения истинных времен необходимо увеличить показанные времена на 0,2 с. Это не является принципиальным моментом для проводимых экспериментов, но позволяет точнее идентифицировать указанные отражения. В правой

части рис. Г23 представлены результаты спектрального анализа. При спектральном анализе вычислялись значения амплитудных спектров и энергий для интервалов трасс длительностью 100 мс, которые содержали отражения от горизонтов hII и $hIII$. На рисунках максимальные значения амплитудных спектров отвечают светлым тонам.

Сопоставление волновых полей, представленных на рис. Г23, *a* и *б*, показывает, что на основе компоненты $S^{(80)}(x, t)$ точнее определяются времена прихода отражений от всех горизонтов. Структура отраженных сигналов, а также изменение амплитуды и геометрии для отражений от горизонтов hII и $hIII$ указывают на то, что при отсутствии помех обе волновые картины позволяют наметить область выклинивания целевого слоя. Однако в случае частоты 40 Гц эта область может быть определена лишь приблизительно. При частоте 80 Гц точность определения зоны выклинивания как по волновой картине, так и по графику энергий существенно возрастает. Существенно изменяется и спектральный состав анализируемых отражений. Для импульса с частотой 80 Гц он становится значительно шире и имеет достаточно высокие значения амплитудного спектра в области частот от 25 до 100 Гц.

Временной разрез и результаты спектрального анализа, отвечающие полной сигнальной составляющей выражения (6.25), куда входят оба импульса Рикера, показаны на рис. Г23, *в*. Видно, что наличие компоненты сигнала с более низкой частотой и существенно большей энергией перекрывает все эффекты, относящиеся к высокой частоте. В принципе амплитудный спектр показывает, что в данном случае в сигнале присутствуют более высокочастотные компоненты, чем это было при одном импульсе с частотой 40 Гц. Однако малая величина этих компонент не дает им возможности значимо проявиться как во временном, так и энергетическом представлении.

На рис. Г24 представлена информация о мешающей компоненте и моделируемом временном разрезе $y(x, t)$, когда коэффициенты $a^{(n)} \neq 0$. Спектральный анализ для всех показанных на рисунке участков профилей выполнялся по широкому временному интервалу длительностью 700 мс, как это обычно делается при обработке реальных данных, когда времена прихода целевых сигналов неизвестны. Он показывает, что в спектре временного разреза, выступающего в роли помехи, присутствуют частоты до 35 Гц, а основные частоты сосредоточены в области 25 Гц (см. рис. Г24, *a*). Данная особенность спектров



может считаться достаточно типичной для многих районов, где проводятся поверхностные сейсмические исследования. Как правило, результаты таких исследований содержат интенсивные отражения с частотами от 15 до 40 Гц, которые перекрывают высокочастотные сигналы, присутствующие в наблюдаемом волновом поле.

На рис. Г24, б и в приведены примеры модельных данных, полученных в результате объединения волновых полей, представленных на рис. Г23, в и Г24, а, с различными значениями $a^{(n)}$. На рис. Г24, б значение $a^{(n)}$ выбиралось таким образом, чтобы обеспечить в области отражения от горизонта $h\Pi$ соотношение сигнал/помеха, близкое к трем. Во втором случае величина этого соотношения близка к единице, что может считаться типичным при обработке реальных данных. Из представленных рисунков следует, что при достаточно высоких соотношениях сигнал/помеха (больше двух) отраженные сигналы от основных горизонтов хорошо прослеживаются, но информация об области выклинивания в большей мере потеряна. Выраженное изменение энергии по профилю, связанное с выклиниванием слоя, можно наблюдать только для относительно больших соотношений сигнал/помеха. По результатам спектрального анализа получаем, что в амплитудном спектре моделируемых участков трасс наиболее значимо проявляются частоты до 50 Гц. В области более высоких частот имеются только относительно небольшие проявления, указывающие на наличие высокочастотных компонент в рассматриваемом волновом поле. Подобное поведение амплитудных спектров представляется нам также типичным для реальных сейсмических экспериментов.

Спектры и распределение энергии вдоль профиля, отвечающие эксперименту с соотношением сигнал/помеха порядка единицы (см. рис. Г24, в), наиболее близки к тем зависимостям, которые наблюдаются для реальных данных. Это означает, что до частот 45...55 Гц в амплитудных спектрах анализируемых интервалов трасс имеются устойчивые составляющие (проявляющиеся в нашем представлении в виде светлых полос по пространственной координате). Выше этих частот спектры, как правило, носят «пятнистый» характер до 70...80 Гц. При этом наиболее интересной для анализа высокочастотной части спектра для наземной сейсморазведки представляется полоса 60...65 Гц, где еще удается получать устойчивые оценки сигнальных составляющих.



6.3.2. Анализ особенностей сигналов и результатов прони-фильтрации на примере одной модельной трассы

Прежде чем перейти к обработке временных разрезов, рассмотрим несколько экспериментов по выделению высокочастотной компоненты сигнала, связанной с $S^{(80)}(x, t)$. Это позволит лучше понять процесс фильтрации, выполняемый для всего набора трасс $y(x, t)$.

Соответствующие эксперименты проводились для трассы с $x = 0,5$ км. Выбор трассы не имел принципиального значения. Но для трассы, расположенной на указанном пикете, имелось несколько положительных моментов. Для нее уже отсутствовали краевые эффекты моделирования и суммирования, особенно значимо проявляющиеся в отражении горизонта hI (рис. 6.10). Кроме того, для этой координаты профиля на частоте 80 Гц еще имеется отчетливое разделение отражений от горизонтов hII и $hIII$. Поэтому можно оценить разрешающую временную способность прони-фильтрации. В экспериментах использовалась трасса без помех, т. е. $a^{(n)} = 0$, что позволяло изучать возможные изменения сигналов, непосредственно связанные с влиянием процесса фильтрации. Вид анализируемой трассы для трех представлений (рис. Г23) показан на рис. 6.10. При изображении полной сигнальной составляющей модели (6.25) черным цветом выделена входящая в нее составляющая $S^{(80)}(x, t)$, что обеспечивает лучшее представление о соотношении разделяемых компонент.

Прежде чем перейти к вопросам разделения сигналов, рассмотрим, какого типа дискретные спектры Прони $\mathfrak{R}_{\tau, T}(M)$ могут быть получены для анализируемых сигналов при выборе различной длительности временного интервала T . На важность такого анализа указывалось выше (см. разд. 6.2.1). Для примера возьмем два интервала: **(1)** с длительностью 0,076 с и **(2)** с длительностью 0,044 с. Положение соответствующих интервалов относительно анализируемых сигналов показано на рис. 6.10. Длительность интервала **(1)** при заданном расположении позволяет включить в него любой из рассматриваемых сигналов. Длительность интервала **(2)** достаточна только для сигналов из $S^{(80)}(x, t)$.

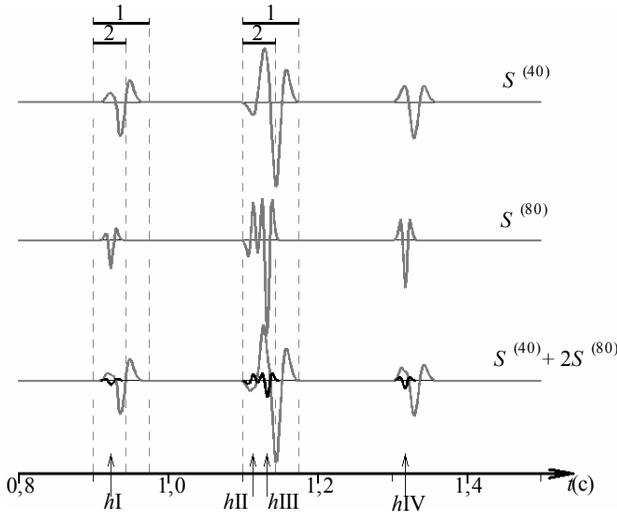


Рис. 6.10. Вид трассы синтетического временного разреза для координаты $x = 0,5$ км при различных сигнальных составляющих

Спектры Прони, полученные для сигналов, попадающих в интервалы (1) и (2), изображены на рис. Г25 (см. графическое приложение). При этом показаны значения только трех из четырех параметров Прони, так как значения фазы не представляли интереса. На рисунке использованы различные цвета для трех видов сигналов: зеленый для $S^{(40)}$, черный для $S^{(80)}$ и красный для полного моделируемого сигнала $S^{(40)} + 0,2 \cdot S^{(80)}$. На рис. Г25, а и в изображены спектры сигналов, попадающие в интервал (1), с началом 0,9 и 1,1 соответственно, а на рис. Г25, б и г даны спектры для интервала (2) с тем же началом.

Из анализа структуры указанных спектров следует несколько выводов. Наиболее простым является то, что длительность интервала определяет порядок аппроксимационной модели M . Чем больше длительность интервала, тем большее число компонент в разложении Прони требуется определить, чтобы обеспечить заданную точность аппроксимации анализируемого сигнала (в экспериментах эта точность составляла 0,01 от максимальной амплитуды сигнала).

Следующий вывод относится к высокой степени подобия значений параметра частоты, которые определяются для различных сигналов по

различным интервалам. Поэтому в разложении сигнала $S^{(40)}$ имеются высокочастотные компоненты, а у сигнала $S^{(80)}$ присутствуют низкочастотные компоненты. Для этих значений характерным является значительная вариация по значению частоты от 10 до 150 Гц. Как уже отмечалось, в этом состоит особенность импульса Рикера, привносящая определенные сложности в процедуры фильтрации.

Несмотря на высокую степень подобия в значениях параметра частоты, совместный анализ значений частоты и затухания, относящихся к одним и тем же компонентам Прони, показывает следующее. Бóльшим значениям частоты, которые были получены для сигналов $S^{(80)}$, отвечают бóльшие по абсолютной величине значения параметра затухания. Это является благоприятным моментом для прони-фильтрации, так как она осуществляется на основе совместного анализа значений частоты и затухания.

На рис. 6.11 черным цветом показаны результаты фильтрации, выполняемой при определении компоненты 80 Гц. Результаты, представленные на рис. 6.11, *a*, относятся к области отражения от горизонта hI . Они были получены с использованием значения спектров Прони, которые представлены на рис. Г25, *a* и *б* красным цветом, т. е. для $S^{(40)} + 0,2S^{(80)}$. При этом в процессе фильтрации использовались значения частот из интервала [70, 100] Гц и затухания из [-200, 200]. Видно, что в обоих случаях удается выделить целевую компоненту. Но для более широкого интервала (**1**) она определяется хуже и, как следствие, с меньшей точностью приближает исходный сигнал. Подобная ситуация наблюдается и для интерференционного сигнала, содержащего отражения от горизонтов hII и $hIII$ (рис. 6.11, *б*).

Еще большее различие в определяемых компонентах получается, когда согласно технологии прони-фильтрации для всей трассы используется перемещаемый временной интервал. На рис. 6.11, *в* приведены результаты при использовании интервала большей длительности. Они хуже восстанавливают форму целевого сигнала, и чаще наблюдаются искажения формы, связанные с совмещением результатов фильтрации при различных положениях интервала. Для интервала меньшей длительности в случае определения компоненты 80 Гц имеем более стабильные результаты и лучшее восстановление формы сигнала. Таким



образом, можно заключить, что при оптимальном выборе длительности интервала в случае отсутствия помех целевые высокочастотные компоненты могут быть определены достаточно точно.

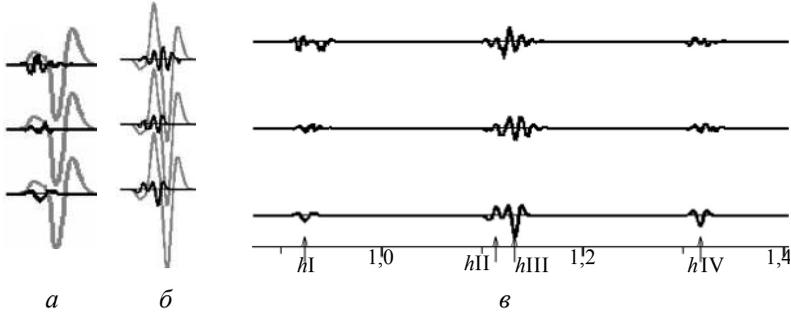


Рис. 6.11. Результаты прони-фильтрации для отдельных сигналов и всей трассы. В верхней части рисунков даны результаты по интервалу (1), в средней части по интервалу (2), а в нижней части исходный сигнал

Сделаем одно замечание, связанное с выбором длительности интервала при построении спектров Прони, которые в дальнейшем предполагается использовать при фильтрации для выделения определенных компонент. Наш опыт показывает, что длительность таких интервалов связана с основной частотой f_S выделяемой компоненты соотношением $T = 3f_S^{-1}$. В некотором смысле такое эвристическое наблюдение понятно, поскольку для затухающих синусоид существует инженерное правило трех периодов, которое обеспечивает устойчивое определение параметра затухания. Указанное соотношение для длительности интервала прони-разложения также можно интерпретировать как некоторый аналог связи частоты и масштаба в вейвлет-анализе. Однако следует подчеркнуть, что это не является строгим правилом. В зависимости от структуры выделяемых и перекрывающихся их сигналов оптимальная величина T может быть немного меньше или больше указанного значения. Оптимальность выбора как длительности интервала, так и параметров фильтрации будет проанализирована ниже (разд. 6.3.3).



6.3.3. Построение прони-образов временных разрезов и оптимальный выбор параметров фильтрации

Перейдем к результатам прони-фильтрации, относящимся ко всему моделируемому разрезу, когда трассы $y(x, t)$, кроме сигнальной составляющей, содержат и помеху. Эксперименты были выполнены для различных соотношений сигнал/помеха, изменяющихся от 1 до 5. Для иллюстрации рассмотрим только два из них. Другие эксперименты давали аналогичные результаты. Используемые модельные данные показаны на рис. Г24, б и в. Обозначим соответствующие эксперименты как А и Б.

Рассмотрим проводимые эксперименты как некоторую модельную ситуацию для процесса обработки реальных данных и выполним основные элементы технологии прони-фильтрации (см. разд. 7.1). Вначале на основе результатов стандартного спектрального анализа выберем основную частоту f_S выделяемой компоненты. Значения амплитудных спектров, представленных на рис. Г24, б и в, показывают, что главные частоты анализируемых волновых полей лежат в интервале (10, 30) Гц. Поэтому частота 40 Гц будет интересной для анализа по следующим причинам.

- Она превышает область главных частот, имеет достаточно высокую интенсивность и находится вблизи высокочастотной части спектра, представляющей интерес для исследования.
- Данная частота является основной для одного из импульсов Рикера.

Таким образом, была выбрана одна из возможных частот фильтрации. Отметим, что при обработке реальных данных обычно используются подобные соображения.

Следующий элемент представляет собой определение оптимальных параметров фильтрации для выбранной частоты. Ими являются длительность интервала оценивания параметров Прони T , а также интервалы селекции по частоте Δf и затуханию $\Delta \alpha$. Как правило, подбор указанных параметров осуществляется в режиме диалога с визуальным анализом результатов фильтрации. Критерии качества получаемых результатов формулируются исходя из поставленной сейсмической или геологической задачи. Поэтому критерии выбора оптимальных параметров достаточно субъективны и зависят от опыта работы исследова-



теля, а также круга решаемых задач. Исходя из этого укажем общие методические приемы, используемые при определении параметров фильтрации. Они иллюстрируются рис. Г26 и Г27 (см. графическое приложение), где представлены некоторые результаты фильтрации, полученные в процессе подбора параметров для выделения сигнальной компоненты волнового поля с основной частотой 40 Гц.

На рис. Г26 представлены результаты прони-фильтрации, получаемые для данных эксперимента А, обладающих большим отношением сигнал/помеха. Основываясь на значениях параметров, указанных на рисунке, сделаем несколько выводов.

1. Выбор только небольших значений при селекции по параметру затухания $\Delta\alpha$ понижает разрешимость результирующей волновой картины (сопоставьте рис. Г26, а и б). Этот факт также подтверждается сопоставлением рис. Г27, а и б, где приведены результаты обработки данных эксперимента Б.

2. Ширина интервала частот Δf должна быть такой, чтобы обеспечивалось устойчивое восстановление сигнальных составляющих для выделяемой частоты и можно было минимально «захватить» составляющие поля, относящиеся к другим частотам. Обычно в качестве априорной информации здесь выступают стандартные спектры. Так, из рассматриваемых экспериментов (рис. Г24, б и в) следует, что такая полоса должна быть не более 10 или 12 Гц. Это же подтверждается сопоставлением рис. Г26, б и в или рис. Г27, б и в. Видно, что переход к большей полосе частот шириной 16 Гц привносит в волновую картину компоненты поля, отвечающие соседним частотам, в частности полосе частот вблизи 30 Гц.

3. При выборе интервала оценивания T важно использовать априорную информацию о длительности выделяемого сейсмического импульса. Так, в рассматриваемом эксперименте длительность формируемого импульса для частоты 40 Гц составляла 0,07 с (см. рис. Г23, а). При выборе существенно большей величины T начинает происходить потеря в разрешенности для восстанавливаемых компонент волнового поля. Выбор существенно меньшей длительности приводит либо к потере устойчивости получаемых оценок, либо резко уменьшает число оцениваемых прони-компонент. Последнее обедняет восстанавливаемую волновую картину, из-за чего теряется прослеживаемость импульса на отдельных участках записи. Это подтверждается

рис. Г26, *з*. Попытка улучшить прослеживаемость сигналов путем увеличения Δf для малых значений T приводит только к «зашумлению» получаемого образа разреза. При отсутствии априорной информации о длительности исследуемого сейсмического сигнала можно осуществить выбор параметра T на основе указанной выше связи между выделяемой частотой и длительностью интервала.

Выполнив подбор параметров, получаем окончательные результаты прони-фильтрации для экспериментов А и Б. Они представлены в левой части рис. Г28, *а* и *б*. Исходя из цели обработки, состоящей в выделении модельной компоненты 40 Гц, были выбраны окончательные значения параметров фильтрации Прони для обоих экспериментов: $T = 0,08$ с; $\Delta f = 8$ Гц; $\Delta\alpha = 150$. Они позволяли получать максимальное разрешение по временной переменной при выделении целевого сигнала. Выделяемые компоненты отчетливо проявляются на временах соответствующих тем, что отвечают исходным сигналам (см. рис. Г23, *а*). Выделение целевых сигналов по построенным прони-образам временных разрезов обеспечивается даже в эксперименте Б при малых отношениях сигнал/помеха. Это говорит о высокой помехоустойчивости метода и позволяет заключить, что при применении прони-фильтрации могут быть получены успешные результаты выделения сигналов и их особенностей при обработке данных с отношением сигнал/помеха, близким к единице.

Обратимся к выделению высокочастотной компоненты моделируемого волнового поля, представленной импульсом Рикера с частотой 80 Гц. При ее выделении следует осуществить новый подбор оптимальных параметров прони-фильтрации. Это связано с тем, что оптимальные параметры, выбранные для выделения компоненты с частотой 40 Гц, для частоты 80 Гц такими могут уже не являться. Следовательно, требуется выполнить подбор параметров заново. Прюделав его аналогично тому, как указано выше, приходим к значениям: $T = 0,05$ с; $\Delta f = 16$ Гц; $\Delta\alpha = 200$. Они отличаются от предыдущих оптимальных параметров, но хорошо согласуются с общими методическими приемами по подбору параметров, которые даны выше. Так, уменьшение интервала анализа отвечает уменьшению длительности соответствующего сигнала (см. рис. Г23, *б*), а увеличение интервала по частоте и затуханию отвечает большей «размытости» спектра сигнала и увеличению резкости его вступления.



Результаты фильтрации, полученные с указанными параметрами, приведены в левой части рис. Г29, *a* и *б* (см. графическое приложение). На представленных прони-образах хорошо прослеживаются выделяемые высокочастотные сигналы, относящиеся ко всем моделируемым горизонтам. Кроме того, видно изменение мощности целевого горизонта и идентифицируется точка его выклинивания, что связано с повышением разрешенности для сигнальной компоненты $S^{(80)}(x, t)$.

Окончательные результаты прони-фильтрации свидетельствуют о повышении разрешающей способности для получаемых образов разрезов. Это позволяет проследить изменение динамики целевого сигнала, связанного с горизонтом II. Такое изменение согласно модели вызвано выклиниванием горизонта III. По характеру прослеживаемого изменения удастся наметить точку выклинивания горизонта в области пикетов 2,5...3 км. Таким образом, при обработке аналогичного реального материала процедурами прони-фильтрации удалось бы повысить точность решения задачи по оконтуриванию газовой залежи. Отметим, что используемые программы математического моделирования не учитывали особенностей формирования сейсмического сигнала для газосодержащих коллекторов. Последнее, как известно, существенно сказывается на параметре поглощения, что дает дополнительные преимущества использования фильтрации Прони при обработке данных.

В рамках проводимых экспериментов было выполнено сопоставление результатов Прони и полосовой фильтрации, это позволило лучше оценить преимущества фильтрации Прони при выделении соответствующих компонент. Результаты стандартной полосовой фильтрации показаны в правой части рис. Г27 и Г28. При выполнении полосовой фильтрации использовалась та же полоса частот, что применялась при фильтрации Прони. Так, для результатов, представленных на рис. Г27, $\Delta f = 8$ Гц, а на рис. Г28 $\Delta f = 16$ Гц. Видно, что в обоих случаях полосовая фильтрация дает меньшее разрешение по временной переменной и приводит к потере динамической выразительности выделяемых сигналов. Это не позволяет выделять особенности, связанные с выклиниванием целевого пласта. В то же время переход к большей полосе частот при проведении полосовой фильтрации, естественно, способствовал улучшению разрешенности выделяемых сигналов. Однако такое повышение разрешенности относилось только к наиболее энергетически выраженным компонентам сигналов.

ГЛАВА 7

ТЕХНОЛОГИЯ МЕТОДА ПРОНИ-ФИЛЬТРАЦИИ

7.1. Появление и развитие технологии

7.1.1. Частотно-зависимые отклики среды и их анализ

Как отмечалось во введении (разд. В1.1), сложность реальных сред и их высокая пространственная неоднородность по геологическим, физическим, петрофизическим и многим другим характеристикам определяют сложность и неоднородность получаемой геофизической информации, в частности сейсмических данных. Естественным следствием высокой неоднородности реальной среды при изменяющемся масштабе таких неоднородностей является изменение ее отклика на сигналы с различной частотой. Кроме того, процессы распространения различных воздействий на среду могут происходить как по линейным, так и по нелинейным законам, что еще значительно может влиять на частотный отклик среды. Таким образом, частотно-зависимые вариации в отклике реальной среды могут быть обусловлены самыми различными причинами. К ним могут быть отнесены как хорошо известные вариации спектральных характеристик, связанные с изменением структурных характеристик среды, например слоистость или разрывные нарушения, так и активно изучаемые в последнее время неупругие эффекты, относящиеся к вязкоупругим моделям сред.

О влиянии частоты на характеристики распространяющихся в веществе колебательных процессов указывали еще опыты Ньютона с призмой, хотя их теоретическое объяснение было дано гораздо позже. Эксперименты по поглощению и рассеиванию энергии сейсмических



волн, распространяющихся в реальных средах, и зависимость этих характеристик от частоты наблюдались также достаточно давно. Первые исследования в этом направлении проводились начиная уже с конца 30-х годов прошлого столетия: в США Бирч и Банкрофт [149], Рикер [255], Вуд [293], Борн [157], а в нашей стране – коллектив сотрудников ИФЗ под руководством академика Г.А. Гамбурцева. Рикер одним из первых обратил внимание на то, что время прихода первых вступлений сейсмического импульса в некоторых случаях может опережать скорость его распространения в среде при условии, что она не зависит от частоты. Однако эти наблюдения и выводы первоначально были с иронией встречены теоретиками, которые не имели еще достаточной базы для их объяснения. Кроме того, не было их достоверного подтверждения на том уровне экспериментальных и полевых работ. Поэтому соответствующие результаты были в полной мере представлены Рикером в его книге существенно позже [257], когда появился достаточный научный базис для их объяснения. Огромный объем экспериментальных данных, полученных в ходе сейсмических исследований, проведенных в нашей стране, позволил дать детальное количественное описание основных динамических характеристик сейсмических волн, распространяющихся в реальных средах. Результаты были оформлены в виде фундаментальной монографии ученых И. Берзон, А. Епинатьевой, Г. Парийской и С. Стародубровской также по истечении достаточно большого времени – только в начале 1960-х годов [16].

На протяжении указанных 20 лет (с 1940 по 1960) во всем мире выполнялись значительные экспериментальные и теоретические работы по исследованию влияния частоты на динамические характеристики сигналов, распространяющихся в среде. Основным при этом считался параметр затухания. При этом сложность и неоднозначность оценивания этого параметра по реальным данным приводили к тому, что его определение в основном осуществлялось на различных образцах путем прямого измерения амплитуды или энергии анализируемого сигнала.

Следует отметить, что определение динамических характеристик реальных сигналов и их зависимость от частоты требуют проведения существенно более сложных экспериментальных работ и более высокого качества наблюдений, чем определение времен прихода этих же



сигналов. При этом интерпретация получаемых зависимостей и вариаций для динамических характеристик может обладать более высокой степенью неоднозначности, чем интерпретация вариаций времен прихода. Это связано с несколькими принципиальными моментами. Укажем только на три из них, которые могут играть существенную роль. Первый – в реальном эксперименте достаточно сложно обеспечить высокий контроль условий возбуждения и приема сигналов, которые могут существенно влиять на их динамические характеристики (см. разд. В2.2 и 5.1.2). Второй – в силу высокой неоднородности реальной среды изучаемые объекты часто существенно удалены и скрыты другими объектами, которые также могут вносить изменения в динамические характеристики сигналов. Третий – на разных частотах могут включаться различные механизмы, влияющие на изменение динамических характеристик, но не поддающиеся нашему контролю в силу отсутствия возможности точного определения состоянием различных элементов реальной среды и отслеживания всех процессов распространения в ней упругих колебаний.

Физические эксперименты, проводимые с образцами пород или материалов, существенно упрощают различного рода контроль, но, естественно, не дают всего разнообразия возможных ситуаций, проявляющихся в реальной среде. Интересным с исследовательской точки зрения представляется то, что даже физические эксперименты первоначально приводили к противоречивым результатам и не давали возможности ответить на вопрос о степени зависимости параметра затухания от частоты (см. [156]). При проведении измерений затухания на сухих образцах однородных горных пород (часто ими являлись граниты) исследователи не получали изменения этого параметра для широкого диапазона частот. Только использование смоченных или флюидосодержащих образцов, а также неоднородных образцов начало давать изменения параметра затухания с частотой [155]. Это позволило осознать огромное влияние микроскопических включений различного рода флюидов и трещин на процессы распространения упругих колебаний в реальных средах. Прекрасный обзор истории определения параметра затухания по результатам физических измерений в различных образцах дан в докторской диссертации Винклера, которая была выполнена в Стэнфордском университете [291].



Результаты физических экспериментов и наблюдаемых в них эффектов послужили причиной для развития теоретических основ распространения упругих колебаний в различных моделях сред. В частности, большое внимание стали уделять флюидосодержащим поровым и трещиноватым моделям сред [147, 148, 155, 292, 130]. При этом рассматривались самые различные механизмы взаимодействия упругих смещений с многофазной средой. К ним относились: химическое ослабление матрицы решетки, изменение характеристик внутреннего трения за счет смачивания зерен, макроскопические перемещения флюида, инерционные эффекты в результате «отставания» решетки от флюида, появление внутренней трещиноватости в процессе перемещения флюида, термоэластические эффекты, вязкодвиговая релаксация. В абсолютное большинство таких моделей входил параметр частоты, от которого зависели характеристики распространяющихся сигналов, в частности затухание. Во введении указывалось (см. разд. В1.2), что исследование процессов распространения волн не является целью настоящей работы, поэтому не будем останавливаться на особенностях различных предлагаемых моделей и их значимости при рассмотрении различных частотных диапазонов или порядков смещений. Главным является то, что в результате всех проведенных исследований возникло понимание о влиянии частоты на различные параметры, используемые при описании модели среды и процессов распространения в ней упругих колебаний. Какие из указанных моделей окажутся наиболее близкими к реальности, покажет время и сопоставление теоретических построений с результатами реальных наблюдений. Вероятнее всего, в реальности могут быть найдены подтверждения моделям, отвечающим различным ситуациям.

Развитие современных методов физического моделирования и полевой сейсмоки позволило прийти к однозначному выводу, что в пористых средах, насыщенных углеводородами, наблюдаются аномально высокие величины частотно-зависимого поглощения и дисперсии скорости продольных и поперечных волн. Эти эффекты проявляются в широком частотном диапазоне (от сейсмических до ультразвуковых частот) и они становятся особенно значимыми для трещиновато-пористых коллекторов. Проведенные за последние 20 лет исследования в области физики горных пород [234, 212, 161, 162, 253] доказали следующее: неоднородные многофазные среды приводят к аномально



высоким величинам поглощения и дисперсии скорости колебаний, при этом в разных частотных диапазонах доминируют различные физические механизмы. Для выявления таких эффектов при исследовании реальных сред особенно большую роль сыграл метод ВСП [186, 278, 261, 181]. Он дает возможность проводить исследования во внутренних точках среды. При этом уменьшается влияние неоднородности верхней части разреза, хотя и остается проблема неидентичности условий возбуждения и приема, на что указывалось выше. Кроме того, появляется возможность изучения динамических характеристик одной и той же волны в процессе ее распространения. Достаточно полный обзор этих исследований приведен в докторской диссертации В.И. Рыжкова [121].

К настоящему времени ни у кого не вызывает сомнения, что изучение частотно-зависимых эффектов может способствовать решению таких важных практических задач, как улучшение качества прогноза коллекторских свойств резервуара, оптимизации методов его разработки и мониторинга. На современном этапе наиболее существенными представляются исследования по связи выявляемых частотно-зависимых характеристик, наблюдаемых сейсмических сигналов с характеристиками реальной среды, а также с особенностями процессов распространения различных типов волн. Это особенно существенно в связи с развитием теоретических моделей, описывающих процессы распространения сейсмических волн в реальных флюидонасыщенных средах. Существующих моделей явно недостаточно, чтобы адекватно учесть физическое состояние углеводородной смеси при высоких давлениях и температуре в сложнопостроенных геологических породах. Поэтому определение указанных частотно-зависимых характеристик по реальным данным и установление возможных корреляционных связей с составом и строением среды будут способствовать решению таких задач.

На повышенный интерес к такого рода исследованиям указывают большие научные проекты, поддерживаемые в настоящее время государственными структурами крупнейших мировых держав. Автору известны, по крайней мере, три таких проекта: в Англии «Edinburg Anisotropy Project / Applied Seismic Anisotropy», поддерживаемый British Geological Survey; в США «Advanced Reservoir Imaging Using Frequency-dependent Seismic», который поддерживается The Department of



Energy (DOE), в Канаде «CREWES Project / Frequency-dependent of Q», поддерживаемый Natural Sciences and Engineering Research Council (NSERC). Кроме того, автор сам участвовал в подобных научных проектах, поддерживаемых крупнейшими мировыми нефтяными и газовыми компаниями: в Норвегии «Norsk Hydro», 1992–1994 гг.; в Китае «CNPC», 1998–2000 гг.; в России «ЮКОС», 2001–2002 гг., «ЛУКОЙЛ», 2003–2004 гг.; в Бразилии «PETROBRAS» 2001–2011 гг. В этой области исследований в мире защищено достаточно много докторских работ, написаны сотни научных работ и опубликованы фундаментальные монографии. На некоторые из них было указано выше. В приведенных работах можно найти достаточно полный обзор полученных результатов. В дальнейшем будем обращаться к этим результатам в соответствующих разделах при обсуждении наблюдаемых по реальным данным частотно-зависимым эффектам.

Отметим, что в некотором смысле вся предлагаемая работа посвящена вопросам изучения частотно-зависимых эффектов, наблюдаемых в реальных сейсмических экспериментах. Это является следствием спектральных преобразований, которые составляют основу работы. В предыдущих главах основное внимание уделялось лишь факторной декомпозиции поля, которая разделяет такие эффекты, относя их к особенностям проводимых экспериментов или процессам распространения волн. В таком контексте рассматриваемые вопросы были связаны с созданием некоторых инструментов, изучающих указанные эффекты. Если факторная декомпозиция создавала условия преобразования реальных наблюдений в рамках формализованной постановки математической прямой задачи, то она служила основой для подготовки данных и решения обратной задачи. Развитие прони-фильтрации позволило посмотреть на эти вопросы с иной точки зрения – как на предмет непосредственного анализа частотно-зависимых эффектов вне зависимости от модельных представлений.

Данный тип фильтрации, обеспечивающий высокое разрешение по частоте и пространственно-временным переменным при изучении реальных данных, дает одну интересную возможность. При всей сложности задачи анализа реальных наблюдений и их интерпретации в рамках различных моделей, интересным с исследовательской точки зрения представляется изображение отклика среды для различных частот. Оно может быть полезным в связи с несколькими моментами. Во-первых,



на фиксированных частотах понижается сложность рассматриваемой задачи, так как происходит некоторое освобождение от большого разнообразия физических процессов, которые включаются на различных частотах. Во-вторых, на основании изменений отклика среды по различным частотам можно изучать те механизмы и процессы, которые отвечают различным участкам исследуемой среды при распространении в них смещений. В-третьих, анализ вариаций отклика реальной среды, их сопоставление с известными законами распространения и скважинными данными, дающими детальную характеристику для частей среды, может способствовать развитию теоретических моделей и формированию новых подходов к интерпретации сейсмических наблюдений.

7.1.2. Основные элементы технологии и способы ее реализации

Первоначально прони-разложение применялось для определения параметра затухания и его использования при решении некоторых задач, в частности выделения зон аномальных пластовых давлений [188]. Как показывает эксперимент с определением параметра затухания для экспоненциально убывающих синусоид в присутствии помех (см. разд. 6.2.3), такие оценки могут обладать большей устойчивостью, чем оценка формы всего сигнала. Однако предложения по активному использованию этого параметра в процессе анализа и интерпретации реальных сейсмических данных не находили понимания со стороны специалистов, работающих в производственных организациях. Здесь было несколько причин. Укажем три из них, которые наиболее часто звучали при обсуждении данного вопроса. Первая – состояла в большом количестве существующих параметров, уже применяемых в процессе интерпретации. Поэтому необходимо было показать, что данный параметр может заменить некоторые из существующих. Вторая – заключалась в непривычности самого параметра и всей процедуры прони-разложения. Поэтому был непонятен смысл данного преобразования и его возможные преимущества при решении практических задач. Третья – отсутствовала наглядность в представлении результатов, что не давало возможности непосредственно увязывать эффекты, выделяемые на основе параметра затухания, с коллекторскими свойствами или другими характеристиками целевых горизонтов.



Важным здесь являлось то, что на начальном этапе развития прони-фильтрации только зарождался метод Q -фильтрации, использующий частотную зависимость затухания [183, 288], который сейчас активно используется при обработке сейсмических данных и решении прогнозных задач. Несколько позже стали появляться работы по использованию параметра затухания, определяемого по данным поверхностной сейсмоки [169, 297], при изучении реальных нефтяных месторождений. Таким образом, отсутствовала достаточная база для полноценного восприятия возможностей применения отдельного параметра затухания в технологии сейсморазведки. Поиск путей представления результатов прони-разложения в привычной и понятной для производства форме привел к развитию метода прони-фильтрации. И только по истечении некоторого времени возникло понимание, что образы Прони, позволяющие изучать изменение отклика среды в зависимости от частоты, дают не просто упрощение восприятия получаемых результатов, но содержат важную информацию о многих свойствах и характеристиках среды и целевых объектов. Так стала появляться технология прони-фильтрации.

Отметим, что развитие метода и технологии его применения шло параллельными путями. Это было связано с тем, что опробование метода прони-фильтрации на реальных данных, как демонстрационной части прони-разложения, началось с первых этапов его развития. Таким образом, по мере развития метода происходило изменение и технологии. Существенным моментом здесь были постоянные контакты и сотрудничество со специалистами исследовательских центров и производственных подразделений нефтегазовых компаний. Особую роль при этом сыграли совместные работы с ОАО «СибНАЦ» и его сотрудником Ю. Ильиным. Без выполнения этих работ технология прони-фильтрации в ее полном объеме едва ли появилась бы.

К настоящему времени можно выделить три основных элемента данной технологии. Они организованы в виде отдельных выполняемых шагов.

1-й шаг. *Стандартный спектральный анализ для определения основных и базовых частот исследуемых сейсмических сигналов.* Он проводится для того, чтобы наметить наиболее стабильные гармонические компоненты, присутствующие в данных и проявляющиеся в различных частях частотной области. При этом определяется два типа



таких компонент: 1) наиболее энергетически выраженные, которые в основном относятся к среднечастотной области сейсмических сигналов от 15 до 35 Гц, и 2) компоненты с существенно меньшей энергией, относящиеся к низкочастотной и высокочастотной области сейсмических сигналов, которые могут дать дополнительную информацию в процессе прони-фильтрации. Соответственно первый и второй тип будем называть основными и базовыми частотами. Кроме значений самих частот для каждой из них в процессе анализа определяется возможная ширина полосы частот, которая в дальнейшем будет использоваться при фильтрации. Такой анализ выполняется по трассам, относящимся к различным профилям или линиям наблюдений, взятым из исследуемой площади. Обычно при расчете амплитудных спектров, которые служат основой для проводимого анализа, используется временной интервал более широкий, чем длительность отраженного сигнала от целевого объекта. Поэтому в анализируемом интервале могут содержаться отраженные сигналы от нескольких сейсмических горизонтов. Таким образом, при выполнении соответствующего анализа необходимо понимать, что получаемый спектр имеет составной характер, отвечающий всем анализируемым сигналам, а не только исследуемым целевым импульсам.

Основным результатом шага является набор частот, которые участвуют в выполнении следующего шага. Как правило, число определенных частот, в том числе основные и базовые, варьируется от 8 до 20. Примеры выбора соответствующих частот будут даны ниже (см. разд. 7.2 и 7.3).

2-й шаг. *Подбор параметров для оптимальной прони-фильтрации, зависящей от решаемой задачи.* Второй шаг является принципиальным для определения параметров и образов Прони, а также получаемых на их основе динамических параметров, которые используются при решении конкретной задачи. Этот элемент технологии самый сложный и важный, определяющий эффективность обработки всех данных и качество последующей интерпретации. Оптимальные параметры фильтрации подбираются для сейсмических данных, отвечающих некоторому набору профилей (тестовые профили) из изучаемой области, а также тем частотам, которые были определены на первом шаге. Процесс подбора оптимальных параметров – неформальный и неавтоматический, поэтому требует определенного уровня квалифика-



ции специалистов. Первые идеи по его осуществлению были опубликованы в работах [99, 100], а их развитие дано в работе [102]. Примеры выполнения такого подбора для модельных данных приведены в разд. 6.3.3, а различные аспекты этого шага, касающиеся обработки реальных данных, будут подробно обсуждаться в разд. 7.3.

Общая стратегия подбора заключается в выборе таких параметров прони-фильтрации, которые обеспечивают наилучшее разрешение для целевых объектов и максимальную устойчивость получаемых образов разрезов на каждой из отобранных частот. При подборе оптимальных параметров фильтрации осуществляется дополнительная селекция основных и базовых частот. Оставляются те из них, что несут наиболее значимую информацию как об энергетически выраженных компонентах сигналов, так и о выделяемых эффектах в отклике среды и целевых горизонтов. Как правило, в результате число частот сокращается до пяти-восьми. При выполнении этих работ априорная информация о целевых горизонтах является существенной. Такая информация может быть получена из скважин, расположенных вблизи тестовых профилей.

3-й шаг. *Обработка всего объема сейсмических данных по изучаемой области, картирование и интерпретация зон с частотно-зависимым откликом.* Она основана на оптимальных параметрах, определенных для нескольких тестовых профилей или линий на втором шаге технологии. При этом фильтрации подвергаются исследуемые временные интервалы, по которым проводился стандартный спектральный анализ на первом шаге, и для этих же интервалов получают соответствующие образы по каждой из окончательно определенных частот.

Как результат, получаем полный набор образов для временных интервалов исходных профилей 2D или сети линий 3D. Он служит основой для определения аномальных зон с различной частотно-зависимой реакцией среды и их картирования. При этом используется имеющаяся информация о выполненной корреляции целевых горизонтов. Для корректного картопостроения и последующей интерпретации необходимо также знать приблизительную длительность временного интервала, содержащего отражения от целевых слоев. Тогда можно точнее определить короткие временные интервалы для оценивания динамических параметров, получаемых по результатам прони-фильтрации. Такие параметры используются при построении соответствующих карт.



В процессе создания карт могут быть использованы различные комбинации динамических параметров Прони, самыми простыми из которых являются значения энергии, вычисляемые по картируемым временным интервалам для каждой из отобранных частот. Однако могут быть взяты и другие параметры, а также некоторые отношения между их значениями, которые вычислены для различных частот или временных интервалов. Выбор комбинаций зависит от данных и задач, которые должны быть решены.

Выше уже отмечалось (см. разд. 6.2.1 и 6.3.3), что образ суммарного разреза, полученный после прони-фильтрации, содержит больше информации для анализа, чем можно было бы получить использованием стандартных процедур полосовой фильтрации. Такие образы, построенные для набора частот, будем называть прони-разрезами. Анализ прони-разрезов дает дополнительную информацию о различных характеристиках изучаемого резервуара. Например, короткий и сильный отклик на высоких частотах является типичной характеристикой хорошей покрышки резервуара. Наличие резервуара в области целевого горизонта часто проявляется в высоком затухании и нестабильности отклика среды на высоких частотах. Кроме того, при анализе объектов, обладающих тонкослоистой структурой, можно пронаблюдать вариации их свойств на различных частотах. При этом высокая разрешенность прони-разрезов дает возможность изучить детали этих объектов, в частности области выклинивания горизонтов внутри пачки осадочных пород, что оказывается существенным для клиноформных структур.

Многоплановость информации, содержащейся в прони-разрезах, ставит задачу о ее представлении. Так, если требуется использовать полную информацию о результатах прони-фильтрации в процессе построения карт, то необходимо рассматривать набор динамических параметров, получаемых по данным разрезам. В процессе развития технологии опробовались три вида таких параметров:

- среднее значение интервальной энергии;
- параметр экспоненциального затухания;
- степень когерентности между соседними трассами.

Наш опыт свидетельствует о том, что с практической точки зрения наиболее эффективным при картопостроении является параметр интервальной энергии. Он дает возможно и несколько упрощенные, но наиболее стабильные результаты.



При рассмотрении прикладных аспектов прони-фильтрации будет уделено большое внимание одному важному моменту, связанному с анализом характеристик целевого горизонта. На начальном этапе развития метода такой анализ выполнялся качественно, поэтому результаты фильтрации сейсмических временных разрезов для различных частот представлялись и анализировались только визуально. Фактически это означало выполнение только первых двух шагов технологии. Переход к третьему шагу позволил интегрировать обработку и получать обобщенные результаты по достаточно большим площадям, покрываемым десятками профилей. В то же время непосредственный анализ прони-разрезов для отдельных профилей представляется важным, так как может дать большее понимание и детализацию при изучении областей с различными характеристиками затухания и рассеивания для целевых горизонтов. Поэтому его можно рекомендовать как дополнительную процедуру к построенным картам динамических параметров Прони. В этом случае выбираются профили или линии, проходящие через выделяемые аномальные зоны, и для них проводится анализ прони-разрезов.

7.1.3. Возможности использования технологии при решении различных задач

Начиная с работ [220, 99], было показано, что прони-фильтрация помогает локализовать области поглощения/рассеивания сейсмической энергии в наблюдаемом волновом поле, которые могут быть соотнесены с соответствующими характеристиками изучаемой среды. Расположение таких областей, определяемое по результатам фильтрации, представляется наиболее интересным для последующего интерпретационного шага, который уже непосредственно связан с решаемой практической задачей. Учитывая, что выделяемые области, а также их особенности, степень проявления и поведение при изменении параметра частоты, связь с целевыми объектами и прочее могут характеризовать различные свойства среды, возникает целый круг задач, при решении которых анализ соответствующих областей может быть полезен. Первоначально они выступали как прямые признаки для возможного обнаружения резервуаров нефти/газа. По мере развития технологии происходило уточнение круга задач, где ее применение могло



быть эффективным. Формировалась методика ее использования при решении конкретной производственной задачи. Хотя к настоящему времени накоплен достаточно большой опыт практического применения технологии, нельзя утверждать, что методическая работа завершена.

Как некоторую иллюстрацию достаточно широких возможностей применения технологии прони-фльтрации, приведем список задач с их краткими характеристиками, где ее использование давало положительные результаты [100, 154, 101, 102, 104, 132, 105].

- *Сейсмические задачи*

1. Частотный анализ отклика среды. Он бывает полезным и целесообразным по различным причинам. Так, аномальное поведение отклика среды в зависимости от частоты, наследуемое от верхних к нижним горизонтам, может указывать на существенное влияние частотно-зависимой статики. Как следствие, требуется проведение дополнительной обработки по анализу и устранению такой особенности у данных. Полезным также может быть разделение среды на консолидированные и неконсолидированные части, что достаточно явно проявляется в высокочастотном отклике. Более локализованные области с аномальным изменением частотного отклика среды могут указывать на изменения ее свойств и состава. Их анализ с использованием некоторых эвристических идей и гипотез может быть полезен при выделении зон, требующих более детального изучения. Например, возможных зон с аномальными пластовыми давлениями.

2. Изучение локальных элементов горизонтов. К таким элементам могут быть отнесены малоамплитудные сбросы, клиновидные формы или зоны выклинивания целевых горизонтов. Переход к высокочастотным компонентам регистрируемых сигналов и повышенная разрешающая способность прони-фльтрации позволяют улучшить выделение в волновом поле эффектов, связанных с этими элементами. Их учет является полезным при корреляции целевых горизонтов и повышает точность данной процедуры.

- *Геологические задачи*

1. Анализ условий для формирования резервуара. Такими условиями могут быть качество покрышки, разуплотнение среды, наличие каналов, связывающих резервуар с материнскими породами, и пр. Использование предлагаемой технологии дает возможность повысить



достоверность определения соответствующих условий, а иногда только на ее основе удастся охарактеризовать возможный резервуар по имеющимся данным поверхностной сейсмоки.

2. Оконтуривание и картирование резервуара во временной и/или пространственной области. Когда резервуар установлен и подтвержден данными тестового и эксплуатационного бурения, а результаты прони-фильтрации позволяют достаточно точно его идентифицировать в областях скважин, тогда удастся уточнять контур резервуара на основе обработки данных поверхностной сейсмоки в межскважинном пространстве. Такое уточнение может быть выполнено как с использованием отдельных профилей, так и через построение карт динамических параметров Прони. Выполняемые уточнения бывают существенными в случае сложной структуры и конфигурации резервуара.

- *Задачи разработки*

1. Прогноз точек и/или областей для разведочного или тестового бурения. Для новых месторождений при отсутствии достаточной степени разбуренности технология позволяет определять новые точки для размещения скважин. Особую важность сделанные прогнозы и рекомендации приобретают для месторождений неструктурного типа.

2. Оценивание свойств продуктивных горизонтов и выделение областей с высокой продуктивностью. Эта задача очень близка к первой из указанных геологических задач. Здесь технология также используется для анализа условий формирования резервуара, но одновременно больше используются имеющиеся результаты по продуктивности или обводнению скважин, чтобы дать по результатам прони-фильтрации соответствующий прогноз.

3. Определение связей между прони-параметрами и скважинными параметрами, связанными с продуктивными горизонтами. При наличии достаточного объема данных исследования скважин различными геофизическими методами могут быть сформированы обобщенные параметры, характеризующие свойства пород, которые соответствуют целевой области разреза. Разрешающая способность прони-фильтрации дает возможность получать динамические параметры Прони с шагом 8...10 мс, что может отвечать 10...15 м разреза. Это позволяет строить корреляционные связи между этими группами параметров. Когда такие связи построены, то на основе технологии удастся



перейти от данных поверхностной сейсмоки к обобщенным скважинным данным.

Примеры использования технологии при решении указанных задач с детальным рассмотрением результатов приведены в разд. 7.3.

7.2. Опробование технологии на физических моделях

7.2.1. Создание физических моделей

Появлению рассматриваемых моделей послужили две причины. Первая причина была связана с изучением особенностей волновых полей, формирующихся при отражениях от продуктивных горизонтов Юрубчено-Тохомского месторождения (ЮТЗ), расположенного в Восточной Сибири. Это месторождение приурочено к карбонатным (доломитовым) отложениям рифея (и частично венда) с преимущественно каверново-трещинным типом коллектора. Коэффициент пористости обычно колеблется в пределах 1...2,5 % и в редких случаях достигает 8 %. Коллектор характеризуется значительной неравномерностью фильтрационно-емкостных свойств в пространстве, и дебиты углеводородов из скважин, вскрывших залежь на разных участках, сильно варьируются. Проницаемость обеспечивается главным образом наличием вертикальной трещиноватости. Максимум трещин приходится на угол 90° к горизонтали, углу наклона менее 60° соответствует менее 10 % трещин. В связи с такими особенностями структуры месторождения перед сейсморазведкой вставали новые нетрадиционные задачи, связанные как с поиском зон повышенной трещиноватости, так и с количественной оценкой преимущественной ориентации и плотности трещин. Вторая причина непосредственно относилась к исследованию возможностей метода прони-фильтрации при выделении зон, обладающих повышенным рассеиванием и поглощением сейсмической энергии. Такие зоны могли быть вызваны наличием трещиноватых областей среды или наличием в среде вязкоупругих объектов, к которым могли относиться и флюидонасыщенные пористые коллекторы.

Указанные причины потребовали создания нескольких типов физических моделей, позволяющих смоделировать процессы распростра-



нения упругих волн в средах с поглощением и рассеиванием. Они были созданы в Институте геофизики СО РАН. Их созданием, а также получением модельных наблюдений занимались Ю. Орлов и Б. Бобров. Все выполненные физические модели относились к двумерному типу. Общими для них являлись нижняя сильно отражающая граница (нижний свободный край) и промежуточный отражающий горизонт в виде тонкого слоя, расположенного приблизительно на глубине $2/3$ от точек наблюдения до свободного края модели. Тонкий слой был введен в модель специально как эталон при анализе эффектов, связанных с целевыми объектами. Соответствующие горизонты условно обозначим буквами F и A (примером служит рис. Г30, a графического приложения). Все целевые объекты были расположены между этими горизонтами.

Источники и регистрирующая система находились на верхнем свободном крае каждой из моделей. При этом регистрация производилась с группированием приемников (число в группе равнялось шести) и небольшим удалением источника от центра группы. Таким образом, полученные в процессе моделирования волновые поля отраженных продольных волн приблизительно отвечают временным разрезам, построенным по ближним удалениям. При этом время вступления отраженной волны от горизонта A равно примерно $0,4$ с, а от горизонта F – $0,64$ с. Идентификация отражений в наблюдаемой волновой картине показана на рис. Г30, b , Г31, b и Г32, b (см. графическое приложение).

Целевые моделируемые объекты можно разделить на два типа: *рассеивающие* и *поглощающие*. Модели, содержащие рассеивающие объекты, изготавливались на базе металлических листов путем сквозных рассечек в заданной области. Модели с поглощающим телом готовились с использованием органического стекла и пластмассовой пленки, из которой вырезалось указанное тело. Контуры объектов и соответствующие параметры глубин, скоростей и декрементов поглощения для рассматриваемых моделей изображены на рис. Г30, a , Г31, a и Г32, a (см. графическое приложение).

Всего было подготовлено шесть физических моделей. Две из них содержали по два рассеивающих тела (объекта), области которых имели овальную форму на краях. Соответствующие объекты располагались между горизонтами A и F (см. рис. Г30, a). Они отличались плотностью трещин внутри указанной области. В левом теле плотность трещин (рассечек) была существенно выше, чем в правом. Модель



была подготовлена в двух модификациях. В первой из них трещины были пустыми, что приводило к высокому уровню дифрагированных волн. Во второй модификации трещины были частично заполнены пластилином, что уменьшало уровень дифрагированных волн, возникающих на свободных трещинах. Таким образом, вторая модификация модели давала лучшую аппроксимацию для реальной среды. Поэтому в дальнейшем будем использовать результаты физического моделирования, полученные во второй модификации.

Четыре другие модели представляли собой различные модификации модели, изображенной на рис. Г31, *а*. Она содержала между горизонтами *A* и *F* поглощающее тело несимметричной формы по горизонтальной оси (его контур показан на рисунке). Как указывалось выше, тело было изготовлено из пластмассовой пленки и наклеивалось на лист органического стекла, представляющего собой основу для модели.

Последующие модели представляли собой некоторое усложнение модели, изображенной на рис. Г31, когда между горизонтами *A* и *F* были добавлены четыре промежуточных горизонта (см. рис. Г32, *а*). Такое усложнение модели приближало ее к реальной среде и в какой-то мере давало возможность оценить эффективность использования прони-филтрации при изучении объектов в слоистых средах. В то же время необходимость упрощенного изготовления моделей, сводившаяся к наклейке объекта со стороны листа, содержащей промежуточные границы, или с той стороны, которая их не содержала, не позволяла провести данное исследование в полной мере.

Наиболее характерной из последних моделей, на наш взгляд, являлась та, где поглощающий объект наклеивался поверх промежуточных границ. Для нее удалось добиться лучшего взаимодействия границ с поглощающим телом. Поэтому ниже представлены результаты для данной модели, хотя даже при такой реализации нельзя было гарантировать полного и равномерного взаимодействия промежуточных горизонтов и поглощающего тела.

7.2.2. Особенности получаемых данных

Волновые картины, отвечающие трем основным физическим моделям, представлены на рис. Г30, *б*, Г31, *б* и Г32, *б*. Они будут служить исходными данными для прони-филтрации, поэтому рассмотрим их некоторые характеристики.



Общий вид волновых картин свидетельствует о том, что целевые объекты по-разному проявляются в наблюдаемом волновом поле. Так, для модели с рассеивающими телами их отклики на сейсмический сигнал проявляются в виде многочисленных осей синфазности, соответствующих дифракции от трещин, а также в изменении времени прихода и динамики волновой картины по горизонту F (см. рис. Г30, б). При этом для тела с высокой плотностью трещин последний эффект проявляется наиболее значимо. В случае модели с одним поглощающим телом наблюдается лишь небольшое увеличение времен прихода отраженного сигнала от горизонта F непосредственно под широкой частью объекта, а также существенное понижение амплитуд отражения в этой области горизонта (см. рис. Г31, б). Сам же объект в исходном волновом поле проявляется очень слабо. Для третьей модели, содержащей несколько дополнительных границ, получаем волновое поле более сложной природы, чем для случая одного поглощающего тела (см. рис. Г32, б). В нем проявляются отражения, связанные с промежуточными границами и нижним краем поглощающего тела. Одновременно уменьшается влияние поглощающего объекта на волновую картину от нижнего отражающего горизонта F .

Рассмотрим особенности спектральных и энергетических характеристик отраженных сигналов, получаемых в рамках созданных моделей. Амплитудные спектры и энергия, рассчитанные по всему анализируемому интервалу $[0,35; 0,75]$ с, длительностью 400 мс, показаны на рис. Г30, в, Г31, в и Г32, в (см. графическое приложение). Они будут необходимы для реализации технологии прони-фильтрации. Сейчас же проанализируем спектры, отвечающие более узким интервалам, которые содержали отражения от горизонта A и горизонта F . Этими интервалами соответственно являются $[0,38; 0,48]$ с и $[0,63; 0,74]$ с. Рассчитанные по ним значения амплитудных спектров изображены на рис. Г30, г, Г31, г и Г32, г. При этом верхний спектр отвечает верхнему интервалу, где содержалось отражение от горизонта A .

Анализ спектров отраженных сигналов от горизонта A для всех трех моделей свидетельствует о достаточной стабильности данного отражения для первых двух моделей и некоторого регулярного изменения свойств отражения для третьей модели. Такое поведение спектров указывает на особенности строения данной границы, которые были получены ею во время создания модели.



Более существенные вариации спектральных характеристик наблюдаются для отраженных сигналов от горизонта F . Очевидно, что в этом проявляются особенности, связанные с целевыми объектами, находящимися между горизонтами A и F . Имеющиеся вариации носят достаточно локальный характер, отличающий их от некоторых регулярных изменений в спектральном составе отражения от горизонта A .

Анализ наблюдаемых вариаций для горизонта F позволяет исследовать изменение динамики полученных волновых полей и определить частоты, где такие изменения могут наиболее ярко проявляться. Так, влияние моделируемых рассеивающих объектов начинается с 30...40 Гц и дает значимые эффекты для частот, превышающих 60 Гц (см. рис. Г30, ε). В этом случае для модели с поглощающим телом можно выделить три полосы частот, где происходит изменение структуры спектрального состава полученного волнового поля. Ими являются частоты, относящиеся к следующим интервалам: [10; 25] Гц, где почти отсутствует влияние моделируемого поглощающего объекта; [35; 55] Гц, где оно достаточно выражено при наличии других интенсивных частот, и [60; 75] Гц, где это влияние сказывается существенно, но уменьшается и интенсивность всех частот (см. рис. Г31, ε). Для модели поглощающего тела на слоистой среде наблюдается значимое сужение общей полосы частот по сравнению с предыдущей моделью (см. рис. Г32, ε). Она не превышает 65 Гц, а устойчивые частоты не превышают 55...56 Гц. При этом наиболее значимые частоты находятся в интервале [30; 35] Гц.

Возможно, одним из самых существенных результатов проведенного анализа, полученных по результатам физического моделирования данных, явилось то, что в спектрах, отвечающих широкому временному интервалу, не столь явно, но проявляются эффекты, которые отмечаются для отражения F (сравните соответствующие части рис. Г30, ν и ε , Г31, ν и ε , Г32, ν и ε , см. графическое приложение). Таким образом, спектры, рассчитываемые по широкому временному интервалу, могут служить основой для выбора основных и базовых частот на первом шаге технологии прони-филтрации, о чем говорилось ранее (см. разд. 7.1.2). Отметим, что при анализе и обработке рассматриваемых данных имеется важное отличие в определении частот выделяемых сигнальных компонент от данных математического моделирования. Если при математическом моделировании они задаются



известной сигнальной составляющей (см. разд. 6.3.1), то в случае физических моделей их выбор не был столь элементарен. Он, как и при обработке реальных данных, требовал рассмотрения большого числа различных частот. Это позволяет определить такой набор частот, который дает возможность охарактеризовать исследуемый объект наилучшим образом.

В связи с особенностями обработки данных всех рассматриваемых физических моделей сделаем два комментария. Первый – относится к подбору параметров прони-фильтрации и связан с основной целью обработки. Она состояла в выделении и определении характеристик рассеивающих и поглощающих объектов. Такая направленность обработки приводила к тому, что основные горизонты A и F на представленных результатах прони-фильтрации не всегда выделяются оптимальным образом, хотя использование других значений параметров дает возможность выделять указанные горизонты с высоким качеством и анализировать именно их особенности. Например, при ином выборе параметров фильтрации на высоких частотах удавалось проследить изменения в отражениях от горизонта A , которые связаны с неравномерностью вклейки тонкого пласта.

Второй комментарий относится непосредственно к особенностям исследуемых физических моделей. Уже отмечалось, что несмотря на простоту, они существенно отличаются от рассмотренной выше математической модели (см. разд. 6.3.1). Во-первых, здесь априорно труднее представить, как волновое поле будет реагировать на моделируемые объекты. В этом отношении они приближаются к реальным данным. Во вторых, при их исследовании не может быть заранее строго определена задача выделения фиксированной составляющей волнового поля. Фактически в этом и состояла цель обработки, чтобы найти те составляющие волнового поля, которые позволяют наиболее ярко выявить особенности анализируемой модели. В третьих, высокочастотные компоненты поля, которые при обработке полевых материалов несут существенную информацию о поглощающих свойствах реальных сред, в случае двумерных физических моделей не совсем адекватно отражают строение конкретной модели в силу того, что распространяются в ней как в очень неоднородной трехмерной модели.

Поэтому при подборе оптимальных параметров фильтрации Прони для каждой из рассматриваемых моделей одновременно решались две



задачи. Первая – определение таких частотных компонент волнового поля, которые дают наилучшее представление о структуре и свойствах конкретной физической модели. Вторая – определение и выделение наилучшим образом тех частотных составляющих волнового поля, которые оптимально представляют целевые объекты посредством структурных и частотно-зависимых эффектов.

7.2.3. Обработка данных модели с рассеивающими телами

Переходим к рассмотрению результатов, полученных в процессе применения технологии прони-фильтрации к данным физического моделирования. Приведенные ниже результаты по трем указанным моделям демонстрируют основные эффекты, обнаруженные в процессе выполненных исследований [241].

Начнем с первой модели, которая была близка к особенностям месторождений ЮТЗ. Выполним первый шаг технологии с использованием спектров, представленных на рис. Г30, в. В качестве основных здесь могут быть взяты частоты, относящиеся к интервалу [15; 30] Гц, а базовыми могут служить частоты из интервала [40; 80] Гц, где значимо проявляются вариации частотного состава и имеется достаточная стабильность у спектральных компонент. Не останавливаясь на выборе основных частот, рассмотрим четыре базовые частоты: 40, 55, 60 и 75 Гц.

Для каждой из указанных базовых частот аналогично обработке данных математического моделирования был осуществлен подбор оптимальных параметров фильтрации Прони, т. е. выполнен второй шаг технологии. Его результаты показаны на рис. Г33 (см. графическое приложение). На нем показаны результаты прони-фильтрации с оптимальными параметрами для соответствующей частоты. Значения параметров в виде набора $(T, \Delta f, \Delta \alpha)$ указаны в подрисуночной подписи.

Согласно результатам стандартного спектрального анализа, а также исследований спектральных характеристик отражения от горизонта F (см. разд. 7.2.2) влияние моделируемых рассеивающих объектов начинается с 30...40 Гц. Но проявление соответствующих эффектов на этих частотах носит фрагментарный характер. Вероятно, такая фрагментарность привела к соответствующему результату прони-фильтрации,



полученному для базовой частоты 40 Гц (рис. Г33, *а*). По рисунку можно сделать вывод, что на данной частоте лучше проявляется правый рассеивающий объект, обладающий меньшей плотностью трещин. Возможной интерпретацией этого результата является особенность структуры верхней кромки объекта, которая сформировалась при подготовке модели. При увеличении частоты до 55 Гц (рис. Г33, *б*) ярче начинает проявляться левый рассеивающий объект. Такое поведение объектов на указанных частотах отвечает и особенностям амплитудных спектров, рассчитанных для широкого временного интервала (см. рис. Г30, *в*). Здесь отчетливо наблюдается усиление эффектов, связанных с левым рассеивающим объектом для частот, превышающих 50 Гц. На результатах прони-фильтрации эти особенности ярко проявляются как в структуре всего волнового поля, так и в форме отражения от горизонта F . Если для частоты 40 Гц наблюдается относительно небольшое изменение амплитуд и времен, то для частоты 55 Гц эти изменения становятся существенными.

Переход к частотам, превышающим 70 Гц, не улучшает выделения исследуемых объектов (см. рис. Г33, *з*), более того, он даже приводит к некоторой потере устойчивости при восстановлении сигнальных составляющих. Исключением является левый край левого объекта, контур которого может быть уточнен на основе полученного результата. Таким образом, для данного модельного эксперимента оптимальными частотами при выделении целевых трещиноватых объектов можно считать 55 и 60 Гц. На этих частотах отчетливо проявляется левое тело с хорошо прослеживаемой верхней границей, формируемой большой плотностью трещин. Отметим, что полученный эффект выделения верхней кромки трещиноватых объектов наблюдался и использовался при исследовании реальных карбонатных тел (см. разд. 7.3.1).

Интересным представляется сравнение результатов двух фильтраций: прони- и стандартной полосовой фильтрации (см. правые части рис. Г33), которая выполнялась с той же полосой частот, что и селекция параметров Прони. Видно, что полосовая фильтрация дает более низкую разрешенность по временной переменной. Она позволяет достаточно точно определить только зону затухания энергии по горизонту F , отвечающую левому объекту на высоких частотах. Даже увеличение ширины полосы до 14 Гц (см. рис. Г33, *в* и *з*) не дает существенного улучшения в разрешенности горизонтов.



7.2.4. Обработка данных моделей с поглощающим телом

Учитывая проявление поглощающего тела в широкой полосе частот от 20 до 80 Гц, в качестве базовых были выбраны частоты: 20, 36, 48 и 60 Гц. Они позволяют в достаточной мере представить эффекты, связанные с анализируемым телом, которые проявляются в наблюдаемом волновом поле. Для каждой из указанных частот был выполнен подбор оптимальных параметров фильтрации. Полученные при этом результаты представлены на рис. Г34 (см. графическое приложение).

Для относительно низкой частоты 20 Гц отчетливо проявляется верхняя кромка объекта (см. рис. Г34, *a*). Вероятно, данная частота наиболее сильно реагирует на утолщение модели, возникающее за счет наклейки тела. При переходе к частоте 36 Гц (см. рис. Г34, *б*) наблюдается структурная особенность объекта, отвечающая сужению правой части тела. Здесь также хорошо видно изменение динамики по горизонту F и наблюдается некоторое повышение затухания в области тела. Переход к более высоким частотам (см. рис. Г34, *в* и *г*) несколько улучшает оконтуривание нижней части тела и области поглощения как по горизонту F , так и внутри объекта. Но это не дает существенного прироста информации о структуре исследуемого объекта. Вероятно, такой результат связан с особенностями распространения волн в двумерной физической модели, на что указывалось выше. Другим объяснением этого факта может быть излишняя простота модели, не дающая контрастных эффектов, связанных с поглощающим телом. При анализе этой модели в качестве оптимальных частот могут быть взяты 36 и 48 Гц.

Полосовая фильтрация в рассматриваемом случае, как и в предыдущем, не дает достаточного разрешения по временной переменной даже при переходе к относительно широкой полосе частот в 20 Гц (см. рис. Г34, *г*).

Усложнение модели с поглощающим телом, которое достигалось через введение дополнительных границ (см. разд. 7.2.1), позволило получить более интересные результаты. Но вначале необходимо было определить базовые частоты для данного вида модели. С учетом сужения полосы частот, которое имеется у соответствующих наблюдений (см. рис. Г32, *в*), а также некоторого перераспределения аномальных спектральных составляющих в качестве таких частот для анализа были



взяты 25, 30, 32 и 56 Гц. Результаты, полученные после подбора параметров и фильтрации Прони на указанных частотах, представлены на рис. Г35 (см. графическое приложение).

Видно, что оптимальными для исследования в данном случае могут считаться частоты 32 и 56 Гц. Частота 32 Гц позволяет отчетливо выделить слоистую структуру модели, а 56 Гц – наиболее отчетливо выявляет поглощающий эффект тела. Последнее, в отличие от модели с одним только поглощающим телом, наиболее четко проявляется на высоких частотах в силу того, что слоистая среда создает на высоких частотах более интенсивный фон отраженных волн вне объекта. Подобные эффекты наблюдались нами и при обработке реальных данных, когда поглощающее тело более контрастно проявляется в среде, содержащей дополнительные отражающие объекты вблизи целевого объекта. В этом случае создается эффект «контрастного контура», окружающего целевой объект, что помогает в процессе его выделения.

При исследовании последней модели полосовая фильтрация не выполнялась, так как было очевидно, что она не даст здесь хороших результатов. Это связано с тем, что тонкослоистость модели среды приводит к появлению значительного числа откликов в суммарном волновом поле. Такие отклики при узкополосной фильтрации будут растягиваться во временном представлении, создавая сложную плохо разрешенную волновую картину.

Выполненные на результатах физического моделирования исследования метода прони-фильтрации позволили лучше понять его особенности и уточнить круг задач, где он может быть эффективно использован. В частности, они продемонстрировали, что если в реальных данных (наблюденном волновом поле) имеются высокочастотные компоненты, отвечающие сейсмическим объектам, которые явно не проявляются в исходном разрезе, то фильтрация Прони позволяет их достаточно точно идентифицировать. Такие компоненты могут нести различную информацию об изучаемом объекте. Поэтому для лучшего анализа характеристик объекта требуется использование нескольких базовых частот, относящихся к различным частям спектра. Сопоставление результатов Прони и полосовой фильтрации демонстрирует существенные преимущества первой над второй при выделении и анализе сигнальных компонент с различной частотой. Это обеспечивает



методу хорошие возможности при определении частотно-зависимых эффектов и локализации областей с различным затуханием/рассеиванием сейсмической энергии.

7.3. Результаты опробования технологии на реальных данных

7.3.1. Данные по китайскому профилю

Эти данные были одними из первых, на которых производилось тестирование основных элементов технологии. Ее незавершенность и отсутствие в тот период достаточных наработок методического плана сильно затрудняли проведение соответствующего опробования. В то же время накопленный опыт работы с модельными данными оказал существенную помощь.

Обработка тестовых данных проводилась в исследовательском центре GRI нефтяной компании CNPC под Пекином. Исходные сейсмические данные, предложенные для тестирования, представляли собой часть временного разреза, показанную на рис. 7.1. Тестовая часть профиля включала 250 трасс. Целевой интервал для анализа ограничивался временами 0,6 и 1,3 с. Было известно, что сейсмический материал получен в северо-восточной области Китая. При этом отсутствовала любая информация о геологических и сейсмических условиях, в которых получались исходные данные, а также о процедурах, использованных при их обработке. Не представлялось также никакой предварительной информации о возможном расположении продуктивных горизонтов и нефтяных коллекторах, не формулировалась геологическая задача, которая решалась при проведении работ, и задача, которую предполагалось решать посредством применения метода проницаемости, т. е. ее формулировка звучала так: «Найдите что-нибудь».

Отсутствие априорной информации потребовало проведения больших исследований спектрального состава в различных интервалах времен. Они показали, что основные частоты находятся в пределах интервала от 10 до 45 Гц. В некоторых временных интервалах присутствуют устойчивые гармонические составляющие с частотами до 70 Гц. При этом наиболее интенсивными для всех временных интервалов оказались колебания на частоте около 15 Гц. При проведении



исследований спектрального состава сразу же выполнялась фильтрация Прони для различных частот с подбором оптимальных параметров фильтрации, так как к тому периоду еще не была отработана методика выбора основных и базовых частот. Полученные результаты анализировались с целью определения возможных зон частотно-зависимых эффектов, связанных с повышенными рассеивающими/поглощающими свойствами среды. Основу анализа составляли два положения: 1) выделяемые зоны должны были обладать достаточно регулярной структурой, 2) они могли быть приурочены (связаны) к структурным элементам волнового поля, наблюдаемого на разрезе (рис. 7.1). В процессе исследования в зависимости от выбора частоты и параметров фильтрации выделялись различные структурные элементы в волновом поле, а также формировалась некоторая область, представляющая интерес.

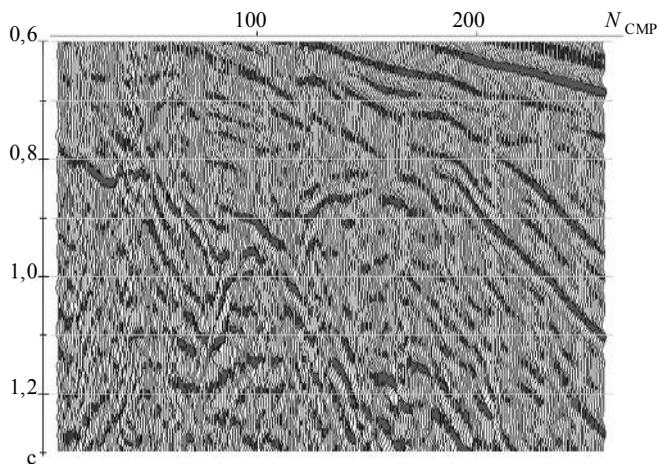


Рис. 7.1. Часть временного разреза по китайскому профилю, служащая исходной информацией для опробования метода прони-фильтрации

Все результаты по выполненным исследованиям находятся в собственности GRI CNPC. Поэтому приведем только окончательный результат, который демонстрировался на конгрессе SEG [220]. Он представлен на рис. 7.2.

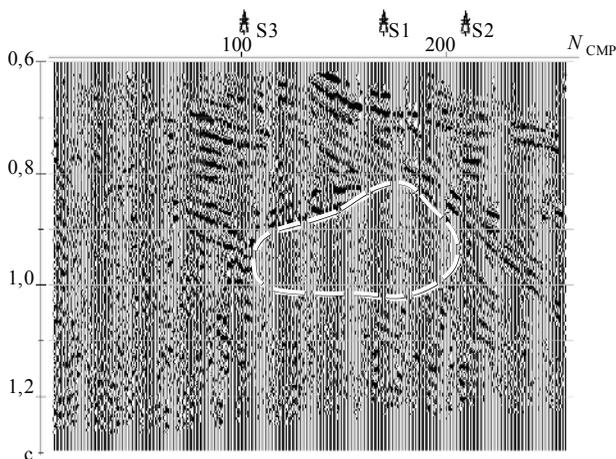


Рис. 7.2. Результат прони-фильтрации, полученный по китайскому профилю на частоте 47 Гц. Показан контур возможного тела, обладающего повышенными рассеивающими/поглощающими свойствами

Видно, что в данном случае в результате фильтрации Прони выделяются три главных структурных элемента: 1) $N_{\text{CMP}} = 65 \dots 105$, $t = 0,67 \dots 1,05$ с; 2) $N_{\text{CMP}} = 90 \dots 160$, $t = 0,65 \dots 0,98$ с; 3) $N_{\text{CMP}} = 110 \dots 250$, $t = 0,6 \dots 1,1$ с. Первый элемент имеет вертикальную структуру и повышенную интенсивность отдельных компонент. Второй элемент имеет две наклонные особенности с правой стороны, причем нижний край наклонного элемента соединяется с третьим элементом с угловым несогласием. Третий элемент имеет четко выраженную угловую форму. При изменении частоты и параметров фильтрации Прони эти структурные элементы выделяются с различной степенью контрастности. Три указанных элемента создают некоторый контур для зоны, обладающей повышенным затуханием высокочастотной энергии (граница зоны показана пунктирной линией на рис. 7.2). Наш опыт работы с физической моделью, содержащей рассеивающие тела (см. разд. 7.2.3), и анализ соответствующих данных физического моделирования позволили предположить, что выделяемая зона обладает повышенной трещиноватостью, а ее контур указывает на возможное карбонатное тело. Подчеркнем, что контур тела был построен только с



использованием процедур фильтрации Прони без использования любой другой информации о среде и коллекторах.

Приведенный результат совместно с отчетом был передан CNPC, и только через три месяца нами были получены результаты его тестирования по скважинным данным. Именно окончательная форма результата с положением тестовых скважин показана на рис. 7.2. В приложении к ней указывалась следующая информация по скважинам. Скважины S2 и S3, которые располагаются за пределами контура, оказались сухими (без притока нефти). Скважина S1 внутри контура содержит нефтяной коллектор карбонатного типа на глубине, соответствующей временному интервалу $t = 0,82...1,01$ с. Видно, что прогнозный контур почти точно отвечает результатам бурения. Одним из существенных моментов здесь являлось то, что нам удалось очень точно определить верхнюю кромку трещиноватого тела и немного опустить его нижний край. Это хорошо согласовывалось с результатами физического моделирования и вкладывалось в общие теоретические положения о влиянии рассеивающих тел на распространяющийся сейсмический сигнал. Таким образом, были продемонстрированы возможности и обоснованность предлагаемого метода.

В связи с технологией прони-фильтрации отметим один интересный аспект, который проявился при выполнении этих работ. Первоначально для опробования метода были переданы несколько иные данные, относящиеся к этому же профилю. Они обладали существенно большим частотным диапазоном (который превышал 100 Гц), что указывало на проведение иной обработки. Например, могли быть использованы некоторые процедуры деконволюции. Такой широкий спектр представленных данных создавал иллюзию быстрого выделения значимых зон с частотно-зависимыми эффектами. Однако результаты прони-фильтрации, полученные на высоких частотах, явно указывали на искусственное расширение частотного диапазона и отсутствие в этом расширении полезных компонент волнового поля. Это проявилось в том, что образы разрезов, построенные для высоких частот, носили «пятнистый» характер нерегулярного типа, говорящий о свойствах помех, присутствующих в трассах разреза, а не о свойствах отклика среды. Здесь впервые был отмечен один из положительных моментов данного типа фильтрации: она не создает искусственных



объектов, которые могут быть приняты за реальные в процессе интерпретации. Более того, ее можно использовать для контроля качества применяемых процедур обработки.

7.3.2. Данные по ханты-мансийской площади

Обработка этих данных проводилась почти параллельно с китайскими данными, но с небольшой задержкой, что позволило воспользоваться найденными там методическими приемами. К примеру, сопоставление результатов прони-фильтрации, получаемых по основным и базовым частотам. Кроме того, с учетом имеющегося опыта было рекомендовано при обработке исходных данных не использовать процедуры, значительно изменяющие спектральный состав наблюдаемых сейсмических сигналов.

В качестве тестовых выступали два профиля: субширотный stack 64 и субмеридиональный stack 150. Оба профиля были получены в результате 3D-наблюдений, выполненных ОАО «Хантымансийскгеофизика» на площади Горелая. Как и в предыдущем случае, данные для тестирования передавались с минимальной априорной геологической и сейсмической информацией. Было только указано, что целевым является интервал времен 2,2...2,8 с. Было известно также, что в точке пересечения профилей имеется скважина, но информация по скважине была полностью закрыта. Примеры волновых картин, отвечающих целевому временному интервалу, показаны на рис. 7.3. Здесь же треугольником отмечена точка пересечения профилей.

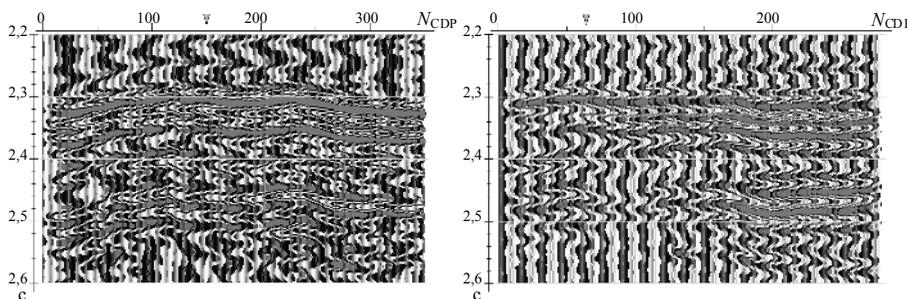


Рис. 7.3. Части исходных временных разрезов по линиям: stack 64 (а) и stack 150 (б)



Обработка данных по профилям начиналась со спектрального анализа, который приходилось выполнять для различных временных интервалов, так как целевые объекты были неизвестны. Спектральный анализ показал, что в интервале времен 2,2...2,5 с присутствуют частоты до 65 Гц. Однако распределение высокочастотных компонент по пространственным координатам очень различно. Так, наблюдается существенно пятнистый характер распределения высокочастотных компонент в диапазоне 55...65 Гц вдоль субширотного профиля (stack 64), а также энергетически более значимое заполнение высокочастотных компонент в северной части субмеридионального профиля (stack 150). При переходе к «нижнему» временному интервалу 2,5...2,8 с происходит почти полное исчезновение высоких частот и сужение спектра до 50 Гц. Примеры спектров представлены на рис. Г36 (см. графическое приложение).

Результаты спектрального анализа служили основой для начального этапа подбора параметров фильтрации Прони. В качестве наиболее интересных для изучения были выбраны частоты от 43 до 60 Гц. Для них еще наблюдаются устойчивые спектральные компоненты и на их основе могут быть наиболее точно определены зоны с аномальным откликом среды. Указанный интервал выделен на рис. Г36 линиями розового цвета. В силу неотработанности методики использования прони-фильтрации при обработке реальных данных, как и при работе с китайским профилем, для выделения возможных зон приходилось рассматривать большое число различных частот с подбором параметров фильтрации. Получаемые при этом результаты анализировались и сопоставлялись между собой визуально. Основное внимание уделялось зонам с аномальным поглощением/рассеиванием сейсмической энергии, которые могли бы представлять интерес для последующей интерпретации.

На рис. 7.4 представлены результаты фильтрации Прони на частотах 43...45 Гц. Выбор соответствующих частот для представления результатов связан с тем, что на них хорошо прослеживаются отражения, отвечающие исходному разрезу, что давало возможность в последующем соотнести выделяемые зоны с известными геологическими горизонтами.

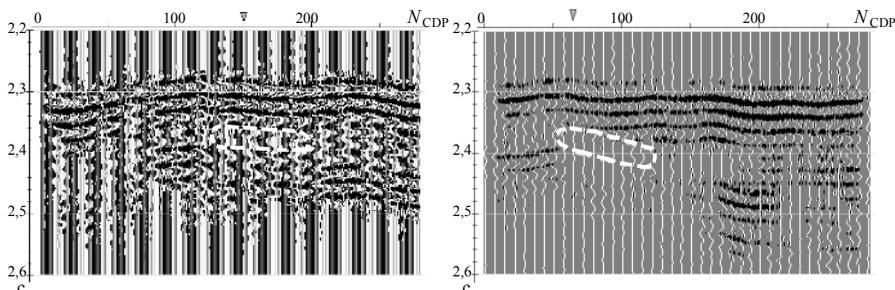


Рис. 7.4. Результаты фильтрации Прони, полученные по линиям: stack 64 (а) и stack 150 (б)

Проведенный анализ позволил выделить несколько объектов среды, обладающих наибольшим поглощающим/рассеивающим эффектом для высокочастотных компонент спектра сейсмического сигнала. По нашему мнению, эти объекты могли быть связаны с зонами трещиноватых либо сильно разрушенных пород. В волновом поле они проявлялись в виде участков со значимым (почти полным) затуханием высокочастотных компонент. На профиле stack 64 выделялось два таких участка.

Первый участок: номера CDP 30–65, а по временному интервалу $t_0 = 2,4 \dots 2,48$ с.

Второй участок: номера CDP 124–158, а по временному интервалу $t_0 = 2,36 \dots 2,4$ с и возможное расширение до 2,45 с по результатам на высоких частотах.

Именно ко второму выделенному участку относилась точка пересечения профилей.

На профиле stack 150 также наблюдается область повышенного поглощения высокочастотных компонент. Она имеет номера CDP 50–162, а по временному интервалу относится к $t_0 = 2,36 \dots 2,5$ с. В этой области можно выделить два участка: первый – с более сильным поглощением сейсмической энергии (CDP 50–100) и второй участок – с меньшим поглощением (CDP 100–162). Первый участок соответствует второму субширотного профиля. Таким образом, по двум взаимно перпендикулярным профилям выделяется зона с аномально высоким поглощением/рассеиванием сейсмической энергии (ее контур показан на рис. 7.4). Эта зона может быть проинтерпретирована как эффект от



поглощающего/рассеивающего тела, которое находится в районе скважины, расположенной на пересечении субмеридионального и субширотного профилей. По результатам оконтуривания нами был сделан прогноз возможной мощности такого тела в 140...150 м при интервальной скорости 3260 м/с, которая характерна для юрских отложений. По характеру записи было сделано также предположение о погружении верхней кромки тела в северном направлении.

Относительно первого участка профиля stack 64 было сделано предположение, что он может быть связан как с зоной тектонических дислокаций, так и с наличием примыкающего к разлому трещиноватого тела. Результаты фильтрации Прони, полученные по более высоким частотам (выше 50 Гц), в целом подтверждали наличие указанных участков аномального поглощения. Кроме этого они давали дополнительную информацию о нарушенном состоянии юрских горизонтов (в интервале времен 2,35...2,5 с). Вместе с тем общий анализ результатов позволял наметить области разломов, связывающие юрские горизонты с расположенным ниже массивным блоком пород, которые могли быть отнесены к доюрскому фундаменту.

Все приведенные результаты с описанием методики их получения были переданы заказчику в виде отчета. После этого нам была представлена геологическая и скважинная информация совместно с экспертной оценкой результатов. Она оказалась положительной. Самым значительным моментом было то, что анализ результатов фильтрации Прони давал достаточно точную характеристику высокотрещиноватого коллектора. Степень его трещиноватости была настолько велика, что при бурении произошел обрыв ствола и потребовалось перебурирование скважины. Точной оказалась оценка мощности трещиноватого тела, которая равнялась 145 м. Геологи «Хантымансийскгеофизики» поддержали и результаты о связи продуктивного тела с нижележащими карбонатными отложениями палеозойского фундамента.

Результаты выполненных исследований были представлены в книге «Пути реализации нефтегазового потенциала ХМАО» [99], где впервые использовалось понятие фильтрации Прони, а их полное описание с геологической интерпретацией дано в статье [100].

Для развития технологии было важно, что нам передавались использованные материалы для дальнейшей работы. Поэтому на их основе были улучшены различные элементы самого алгоритма прони-



фильтрации и методики применения метода при обработке реальных данных. В частности, было изменено представление спектров (оно стало носить цветовой характер, как представлено в разд. 6.3.1 и 7.2.1). Это облегчало выбор основных и базовых частот при фильтрации. Для представления результатов стали использоваться также прони-разрезы, содержащие цветовую подложку. Первоначально при построении подложки использовались значения интервальной энергии, получаемые по результатам прони-фильтрации для интервалов с длительностью T , где величина T отвечала параметрам оптимальной фильтрации (такое представление имелось в разд. 6.3 и 7.2). Затем в качестве подложки использовались и получаемые значения параметра α , отвечающие соответствующим интервалам. Таким образом, подложка не только оживляла получаемый образ разреза, но и позволяла повысить точность и достоверность выделяемых аномальных зон.

В качестве иллюстрации приведем пример результатов, которые получаются на новой технологической базе по профилю *stack 64* (см. рис. Г37 графического приложения). Здесь применяется подложка в виде значений интервальной энергии. Так как длительность интервала T для частоты 43 и 60 Гц различна, то и разрешающая способность подложки будет различной. Как результат, при увеличении частоты повышается дифференцированность волновой картины и выделяемых в ней особенностей, а также увеличивается контрастность проявляющихся областей с различными свойствами поглощения/рассеивания сейсмической энергии.

Демонстрируемый рис. Г37 не только подтверждает приведенные выше результаты, которые относились к скважине W2, но и повышает их достоверность. В частности, на частоте 43 Гц лучше проявляется структура верхней части палеозойского фундамента и увеличивается контрастность аномалии первого участка с явными проявлениями тектонического нарушения. В то же время образ разреза, полученный на частоте 60 Гц, дает возможность лучше выявить связи фундамента с юрскими горизонтами, а также указывает на то, что аномалия первого участка имеет несколько иную природу, чем аномалия второго участка. Кроме приведенных он содержит и еще один результат, относящийся к скважине W1. Эта скважина располагалась вблизи W2 (расстояние между скважинами составляет 800 м), но оказалась сухой.



Согласно результатам фильтрации, полученным на частоте 43 Гц, а особенно 60 Гц, она попадает в относительно целый блок пород, не поглощающий сейсмическую энергию, что свидетельствует об отсутствии здесь трещиноватого коллектора.

7.3.3. Данные по салымской площади

Эти результаты также относились к первым этапам опробования метода прони-фильтрации на реальных сейсмических материалах, получаемых в различных сейсмогеологических условиях. Тогда было важно понять, для решения каких задач метод может быть использован и какого качества должен быть материал, чтобы обеспечивалась эффективность его применения (выполняемые работы относились к периоду 1998–1999 гг.).

Исходные данные, как и в предыдущем случае, были получены ОАО «Хантымансийскгеофизика», но условия получения данных и решаемая геологическая задача были несколько иными. Сами данные представляли собой набор пересекающихся профилей, проходящих через скважины с различными нефтепродуктивными свойствами. Здесь необходимо было установить возможную корреляционную связь зон повышенного затухания высокочастотных компонент разложения Прони с областями распространения трещиноватых коллекторов и более высокой степенью насыщения углеводородами горизонта Б (пласт Ю₀). Дело в том, что на исследуемой площади находилось более 10 скважин, вскрывших горизонт Б и имеющих существенно различную продуктивность.

В силу того что при выполнении этих работ была сформулирована геологическая задача, анализ и фильтрация Прони выполнялись в достаточно узком временном интервале $t_0 = 2,15...2,4$ с, включающем целевой горизонт Б (Ю₀). Предварительно в ОАО «Хантымансийскгеофизика» была проведена корреляция указанного горизонта. Согласно технологии прони-фильтрации был выполнен спектральный анализ и определены основные и базовые частоты, для которых осуществлялся подбор оптимальных параметров и получались прони-разрезы. Как показали результаты таких исследований, наиболее стабильными в высокочастотной области можно считать частоты, находящиеся вблизи 60 Гц. Более высокочастотные компоненты, присутствующие в спектре



наблюдаемых сигналов, носили нестабильный характер. Поэтому именно частоты, близкие к 60 Гц, использовались в качестве базовых для наилучшего выделения аномальных зон при анализе целевого отражения.

Полученные после фильтрации прони-разрезы характеризовались более высоким разрешением по горизонтали и вертикали, чем исходные. На разрезах отчетливо выделялись зоны с различным затуханием сейсмической энергии. Их анализ позволял определить (наметить) на всех профилях по целевому горизонту Б ($Ю_0$) объекты, обладающие наибольшим поглощением/рассеиванием для высокочастотных компонент спектра сейсмического сигнала. Объекты могли быть связаны как с зонами трещиноватых сильно разрушенных пород, так и с наличием залежей углеводородов. Такая информация была рекомендована для использования как дополнительная к имеющимся структурным и палеогеологическим построениям. Одновременно она была увязана с имеющимися скважинами и данными об их продуктивности.

Основным результатом выполненных работ была демонстрация хорошей корреляции выделяемых зон с повышенным затуханием/рассеиванием сейсмической энергии на высоких частотах с тектоническими нарушениями и областями распространения трещиноватых коллекторов, обладающих более высокой степенью насыщения УВ. Это подтверждало эффективность применения метода для достижения следующих целей: 1) увеличение разрешения волнового поля в зонах со сложными структурами; 2) получение дополнительной информации при картировании продуктивных горизонтов; 3) улучшение определения тектонических особенностей и блоковых структур среды. Полный отчет и его результаты были собственностью нефтяной компании, для которой выполнялись эти работы. Поэтому в качестве некоторой иллюстрации может быть приведен только один из профилей (рис. Г38 графического приложения).

На рис. Г38 сиреневым цветом показана линия корреляции горизонта Б. Здесь также приведены положения трех скважин, у которых имелась существенно различная продуктивность: скважина С1 обладала малой продуктивностью, скважина С2 была сухой, а скважина С3 имела очень высокую продуктивность. По результатам прони-фильтрации, полученным на частоте 60 Гц, устанавливается устойчивая корреляция между степенью затухания/рассеивания сейсмической энергии



и продуктивными свойствами целевого горизонта. Кроме того, по этим результатам могут быть высказаны геологические гипотезы о возможном распространении коллекторов на более глубокие горизонты. Интересным представляется и эффект консолидации ачимовских горизонтов в области клиноформы, который наблюдается в районе скважины С2. Подобные эффекты наблюдались в дальнейшем при использовании фильтрации Прони для анализа свойств этих горизонтов.

7.3.4. Данные по бразильскому шельфу

Они не были первыми тестовыми экспериментами, но представляют несомненный интерес, касающийся двух моментов. Во-первых, по этим данным, как и по китайским, полностью отсутствовала априорная информация. Это дало возможность в полной мере протестировать усовершенствованный вариант технологии, начиная с анализа исходной информации и заканчивая выделением зон, которые могли бы представлять поисковый интерес. Когда выделяемые зоны не фиксируются какими-то условиями, то существенно усложняется работа по подбору параметров фильтрации, но зато полностью исключается вариант подгонки результатов под поисковые признаки целевых объектов. Во-вторых, сейсмические материалы были получены морской сейсморазведкой на глубоком океане в области, существенно отличающейся геологическим строением и отложениями от Западной Сибири. Поэтому было важно убедиться, что применение фильтрация Прони может давать положительные результаты и в этих случаях.

Исходными данными служили временные разрезы, полученные по двум линиям, которые располагались недалеко одна от другой. Первая линия представляла собой 2D-наблюдения, а вторая формировалась из 3D-наблюдений. Оба типа данных прошли углубленную предварительную обработку и являлись ее окончательными результатами. В то же время временной разрез 2D был получен от сервисной геофизической компании, а данные 3D проходили полную переобработку в компании ПЕТРОБРАЗ, поэтому можно было некоторым образом повлиять на этот граф.

Спектральный анализ данных и первые результаты прони-фильтрации указывали на то, что гармонические компоненты в высокочастотной области спектра были существенно искажены процедурами



обработки. Ими могли быть применяемые процедуры деконволюции и глубинной миграции. Учитывая, что данные 2D-наблюдений нельзя было изменить, основное внимание было уделено второй линии.

По нашей рекомендации была выполнена обработка, максимально сохраняющая спектральные особенности наблюдаемых сигналов, особенно в высокочастотной области. Она использовала данные, прошедшие «мягкую» предварительную обработку, окончательные значения статических и кинематических поправок. В качестве процедур, влияющих на динамические особенности сигналов, применялась только компенсация за расхождение фронта волны и отсутствовала деконволюция, а вместо глубинной использовалась временная миграция. Часть результирующего временного разреза представлена на рис. Г39, *а* (см. графическое приложение), на нем сиреневой линией показано положение одного из опорных горизонтов, который был необходим для привязки выделяемых аномальных зон.

На рис. Г39, *б* показаны амплитудные спектры и энергии, вычисленные по представленному интервалу разреза, который был целевым для исследований. Его длительность составляла одну секунду (от 2,2 до 3,2 с). Спектры и энергии, относящиеся к крайним трассам разреза, отброшены, так как включали значимые краевые эффекты миграции. Одна из главных особенностей спектров состоит в очень низкочастотном характере, что типично для морских данных, получаемых в условиях бразильского шельфа. Отметим, что у используемых источников широкий спектр импульса послышки (до 120 Гц), но придонные осадки и характеристики промежуточной среды могут существенно понижать основные частоты сигналов (до 10...20 Гц). Как из особенностей спектров, так и из исходной волновой картины видно, что структура наблюдаемых сигналов может быть различной и изменяющейся по временной и пространственной координате.

Несмотря на имеющиеся особенности спектров, учитывая разнообразие в форме сигналов, можно было надеяться, что при сохранении высокочастотных компонент метод прони-фильтрации даст положительные результаты. Это основывалось на проведенных ранее модельных экспериментах (см. разд. 6.3). На такую возможность также указывал и анализ результатов деконволюции, где можно было наблюдать устойчивые частоты до 35...40 Гц.



Исследование получаемых результатов прони-фильтрации, проведенное для различных частот и временных интервалов, обладающих меньшей длительностью, чем целевой, показало, что удается определять частоты до 65 Гц, где определяются устойчивые компоненты волнового поля. При этом на частотах от 47 Гц и выше выделяются аномальные зоны, представляющие несомненный интерес. Одним из важных моментов было то, что использование параметра затухания α позволяет повысить контрастность выделения некоторых аномальных зон в области высоких частот. Пример сопоставления образов разрезов, полученных с использованием полных компонент Прони и одних только значений параметра α , показан на рис. Г40 (см. графическое приложение).

Возможное повышение контрастности для аномальных зон при использовании параметра α вполне отвечало результатам модельных экспериментов и исследованиям, проведенным ранее в норвежском секторе Северного моря при развитии CSD-технологии (см. разд. 5.5). Кроме того, хорошо известно, что флюидонасыщенные песчаники должны иметь повышенное поглощение сейсмической энергии и высокое затухание для отраженных сигналов, особенно в высокочастотной области. Поэтому при выделении и анализе аномальных зон использовался совместный анализ образов разрезов, построенных по полным компонентам Прони и значениям параметра α , что позволило определить несколько перспективных зон. Описания выполненных исследований с указанием таких зон были переданы специалистам компании ПЕТРОБРАЗ. Результат тестирования одной из областей профиля, где располагалась разведочная скважина, представлен на рис. Г41 (см. графическое приложение), где красными линиями выделены зоны, которые, по нашему мнению, могли представлять интерес для последующей интерпретации.

Сопоставление выделяемых зон с исходным разрезом (см. рис. Г41, *a*) указывает на то, что они увязываются с устойчивыми отражениями и находятся вблизи опорного горизонта. В то же время образ разреза, построенный по значениям параметра α на частоте 65 Гц (см. рис. Г41, *b*), говорит о большей дифференциации отражающих свойств среды, чем исходный разрез. Так, согласно его структуре две нижние зоны разделены на пикетах 750–770 небольшой областью возможной консолидации среды. Видно также, что опорный горизонт



имеет по простиранию более сложную структуру, чем единая отражающая граница. Существенным моментом, с точки зрения интерпретации, представляется и то, что зоны расположены как ниже, так и выше опорного горизонта.

Интересным представляется сопоставление выделенных зон с литологической колонкой, показанной на рис. Г41. Одна из зон, расположенная над опорным горизонтом (пикеты 770–840) и непосредственно соотносящаяся со скважиной, дала возможность увязать многослойное песчаное тело с аномальной реакцией среды. При этом в отсутствие априорной информации результаты прони-фильтрации достаточно точно идентифицировали верхний край тела и выявили его мощность. Они также указывают на то, что это тело может менять свою мощность по простиранию. Тестирование скважины свидетельствовало и о нефтепромысловых свойствах песчаных отложений, которые его составляли. По литологической колонке также увязывалась нижележащая зона, относящаяся к пикетам 770–820. Относительно ее продуктивных свойств в данной скважине ничего не было известно. Однако другая скважина, находящаяся вблизи данного профиля и вскрывшая такое тело, была продуктивной. Возможно, отсутствие продуктивности по нижнему телу в точке скважины связано с его наклонным характером и особенностями формирования залежи. Приведенные результаты были представлены на 8-м Международном конгрессе BGS и 5-й Латиноамериканской геофизической конференции [223].

7.3.5. Уточнение области выклинивания

Эти исследования могут быть отнесены к тестированию разрешающих способностей метода прони-фильтрации. Эксперименты проводились на данных, которые использовались при исследовании возможностей фазового спектра (см. разд. 2.3). Они подробно описаны выше, поэтому приведем только результаты применения технологии при их обработке.

Спектральный состав данных (ими выступали трассы исходного временного разреза) был типичным для области морских исследований на бразильском шельфе. Основные частоты сигналов не превышали 23 Гц. Проведенный подбор оптимальных параметров фильтрации с анализом результатов показал, что удается получать устойчивые образы разрезов до частоты 47 Гц. Для более высоких частот устой-



чивость результатов резко падала. В отличие от предыдущих данных (см. разд. 7.3.4) здесь отсутствовала возможность переобработки исходных сейсмических наблюдений. Поэтому указанная частота была выбрана в качестве базовой для окончательного представления результатов и определения по ним точки выклинивания целевого горизонта.

На рис. Г42, б (см. графическое приложение) показан полученный результат для локального участка профиля, где должна была находиться предполагаемая точка выклинивания. По имеющемуся временному разрезу она определялась в области пикета 50. По результатам прони-фильтрации область выклинивания устойчиво распознается до пикетов 70–72. Таким образом, переход к образам разрезов, которые отвечают высоким частотам, позволяет выделять не только области с аномальным поглощением и рассеиванием сейсмической энергии, но и мелкоструктурные особенности в строении среды.

В центре рис. Г42 для сопоставления с результатами метода прони-фильтрации размещен результат, полученный по фазовому спектру (см. разд. 2.3.2). Видно, что на основе фазового спектра уточняется зона выклинивания, но вместе с тем фильтрация позволяет дополнительно уточнить строение этой области. Таким образом, фазовый спектр важен при обработке данных и построении гомоморфных фильтров, а также при решении обратных задач. В то же время приведенный результат демонстрирует одно существенное преимущество рассматриваемой технологии. Оно состоит в наглядности представляемой информации, на что указывалось выше (см. разд. 7.1.2). Полученные результаты по сопоставлению различных методов идентификации зон выклинивания целевых горизонтов были представлены на 9-м Международном конгрессе BGS [224].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Авербух А. Г.* Изучение состава и свойств горных пород при сейсмо-разведке / А. Г. Авербух. – Москва : Недра, 1982. – 232 с.
2. *Аки К.* Количественная сейсмология: теория и методы. Т. 1 / К. Аки, П. Ричардс. – Москва : Мир, 1983. – 520 с.
3. *Аккуратов Г. В.* Метод расчета поля установившихся упругих колебаний в слоистой среде / Г. В. Аккуратов, В. И. Дмитриев // Численные методы в геофизике. – Москва : Изд-во МГУ, 1979. – С. 3–12.
4. *Алберт А.* Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание / А. Алберт. – Москва : Наука, 1977. – 224 с.
5. *Алексеев А. С.* О лучевом методе вычисления полей волн в случае неоднородных сред с криволинейными границами раздела / А. С. Алексеев, Б. Я. Гельчинский // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. – Ленинград : Изд. ЛГУ, 1959. – Вып. 3. – С. 105–240.
6. *Алексеев А. С.* Обратные динамические задачи сейсмологии / А. С. Алексеев // Некоторые методы и алгоритмы интерпретации геофизических данных. – Москва : Наука, 1967. – С. 9–84.
7. *Алексеев А. С.* Обратные задачи и новые технологии в геофизике / А. С. Алексеев, С. И. Кабанихин // Труды Международной конференции «Математические методы в геофизике – ММГ 2003». – Новосибирск, 2003. – Ч. 1. – С. 3–10.
8. *Аоки М.* Введение в методы оптимизации / М. Аоки. – Москва : Наука, 1977. – 344 с.
9. *Бабич В. М.* О лучевом методе вычисления интенсивности волновых полей / В. М. Бабич, А. С. Алексеев // Известия АН СССР. Серия геофизическая. – 1958. – № 1. – С. 9–15.
10. *Бабич В. М.* Принцип взаимности для динамических уравнений теории упругости / В. М. Бабич // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. – Ленинград : Изд-во ЛГУ, 1962. – Вып. 6. – С. 60–74.
11. *Баскаков С. И.* Радиотехнические цепи и сигналы / С. И. Баскаков. – Москва : Высшая школа, 2005. – 462 с.



12. *Бат М.* Спектральный анализ в геофизике / М. Бат. – Москва : Недра, 1980. – 535 с.
13. *Беллман Р.* Введение в теорию матриц / Р. Беллман. – Изд. 2-е. – Москва : Наука, 1976. – 367 с.
14. *Бембель Р. М.* Об использовании априорной информации при обработке сейсмических годографов / Р. М. Бембель, С. В. Гольдин // Труды ЗапСибНИГНИ. – Тюмень, 1970. – Вып. 36. – С. 2–27.
15. *Березин И. С.* Методы вычислений. Т. 2 / И. С. Березин, Н. П. Жидков. – Изд. 2-е, стер. – Москва : Физматгиз, 1962. – 620 с.
16. Динамические характеристики сейсмических волн в реальных средах / И. С. Берзон, А. М. Епинатьева, Г. Н. Парийская, С. П. Стародубровская. – Москва : Изд-во АН СССР, 1962. – 514 с.
17. *Берзон И. С.* Об использовании модели тонкослоистой среды при совместном использовании амплитудных и фазовых спектральных характеристик слоя / И. С. Берзон // Известия АН СССР. Физика Земли. – 1965. – № 6. – С. 1–9.
18. *Брандт З.* Анализ данных / З. Брандт. – Москва : Мир, 2003. – 688 с.
19. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах / Л. М. Бреховских. – 2-е изд. – Москва : Наука, 1973. – 343 с.
20. *Бузлуков В. В.* АВО-анализ для тонкослоистых отражающих объектов по комплексу PP+PS волн / В. В. Бузлуков, Т. В. Нефедкина // Геофизика и математика : материалы Второй Всероссийской конференции. – Пермь : Горн. ин-т УрО РАН, 2001. – С. 19–30.
21. *Бузлуков В. В.* Многоволновой АВО-анализ в тонкослоистых средах / В. В. Бузлуков, Т. В. Нефедкина // Технологии сейсморазведки. – 2005. – № 1. – С. 16–23.
22. *Вернигоров Н. С.* К вопросу о применении многочастотного сигнала в нелинейной локации / Н. С. Вернигоров, А. Р. Борисов, В. Б. Харин // Радиотехника и электроника. – 1998. – Т. 43. – № 1. – С. 63–66.
23. *Воеводин В. В.* Вычислительные основы линейной алгебры / В. В. Воеводин. – Москва : Наука, 1977. – 304 с.
24. *Гамбурцев Г. А.* Основы сейсморазведки / Г. А. Гамбурцев. – Москва : Гостоптехиздат, 1959. – 378 с.
25. *Гельфанд А. О.* Исчисление конечных разностей / А. О. Гельфанд. – Москва : Физматгиз, 1959. – 400 с.
26. *Гельчинский Б. Я.* Некоторые вопросы теории $L_{\text{Ю}}$ -моделей / Б. Я. Гельчинский // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. – Ленинград : Наука, 1972. – Вып. 12. – С. 4–12.
27. *Гилл Ф.* Практическая оптимизация / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райт. – Москва : Мир, 1985. – 509 с.



28. *Глоговский В. М.* Проблема статики – анализ существующих методов и новых возможностей / В. М. Глоговский, А. Р. Хачатрян, Ю. А. Татаренко // Сборник докладов Второго научного семинара стран – членов СЭВ по нефтяной геофизике. – Москва, 1982. – Т. 1: Сейсморазведка. – С. 105–115.

29. *Глоговский В. М.* Коррекция статических поправок без искажения кинематических параметров отраженных волн / В. М. Глоговский, А. Р. Хачатрян // Геология и геофизика. – 1984. – № 10. – С. 54–63.

30. *Глоговский В. М.* Коррекция статических поправок в сейсморазведке МОГТ на нефть и газ / В. М. Глоговский, А. Р. Хачатрян. – Москва : ВНИИОЭНГ, 1986. – 57 с.

31. *Голд Б.* Цифровая обработка сигналов / Б. Голд, Ч. Рэйдер. – Москва : Советское радио, 1973. – 368 с.

32. *Гольдин С. В.* Восстановление формы сигнала при наличии поверхностных неоднородностей / С. В. Гольдин, Г. М. Митрофанов // Сейсмические методы поиска и разведки полезных ископаемых. – Киев : Знание, 1973. – С. 6–8.

33. *Гольдин С. В.* Линейные преобразования сейсмических сигналов / С. В. Гольдин. – Москва : Недра, 1974. – 352 с.

34. *Гольдин С. В.* Спектрально-статистический метод учета поверхностных неоднородностей в системах многократного прослеживания отраженных волн / С. В. Гольдин, Г. М. Митрофанов // Геология и геофизика. – 1975. – № 6. – С. 103–152.

35. *Гольдин С. В.* К теории спектрально-статистического метода обработки сейсмограмм / С. В. Гольдин // Геология и геофизика. – 1976. – № 1. – С. 138–149.

36. *Гольдин С. В.* Интерпретация данных сейсмического метода отраженных волн / С. В. Гольдин. – Москва : Недра, 1979. – 344 с.

37. Развитие методов интерпретации данных сейсморазведки / С. В. Гольдин, И. Р. Оболенцева, Э. В. Никольский, А. В. Окольский, Г. М. Митрофанов // Развитие сейсмических методов исследований земной коры и верхней мантии в Сибири. – Новосибирск : ИГиГ СО АН СССР, 1981. – С. 136–153.

38. *Гольцман Ф. М.* Оптимальные алгоритмы разделения интерферирующих сейсмических волн / Ф. М. Гольцман, В. Н. Троян // Известия АН СССР. Физика Земли. – 1967. – № 8. – С. 29–39.

39. *Гольцман Ф. М.* Статистические модели интерпретации / Ф. М. Гольцман. – Москва : Наука, 1971. – 324 с.

40. *Гоноровский И. С.* Радиотехнические цепи и сигналы : учебник для вузов / И. С. Гоноровский. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Советское радио, 1977. – 608 с.

41. *Гонсалес Р.* Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – Москва : Техносфера, 2005. – 1072 с.



42. *Горелик Г. С.* Колебания и волны : введение в акустику, радиофизику и оптику / Г. С. Горелик. – 2-е изд. – Москва : Физматлит, 1959. – 572 с.
43. Изменение формы исходного импульса при морских сейсмических исследованиях / Н. А. Горевачев, Р. И. Исаенков, Г. М. Митрофанов, М. Ю. Токарев // Технологии сейсморазведки. – 2016. – № 4. – С. 67–76.
44. *Градштейн И. С.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – Изд. 5-е. – Москва : Наука, 1971. – 1108 с.
45. *Гриценко С. А.* Фильтрация по методу Прони / С. А. Гриценко, С. Б. Фомель, В. С. Черняк // Геофизика. – 2001. – Спец. вып. – С. 25–26.
46. *Гурвич И. И.* Анализ отражений от тонких пластов / И. И. Гурвич // Прикладная геофизика. – Москва : Гостоптехиздат, 1956. – Вып. 15. – С. 23–30.
47. *Гурвич И. И.* Определение спектра сейсмического импульса взрыва вблизи очага по экспериментальным данным / И. И. Гурвич // Известия АН СССР. Физика Земли. – 1966. – № 11. – С. 36–44.
48. *Гурвич И. И.* Зависимость спектров сейсмических волн в поглощающей среде от веса заряда / И. И. Гурвич // Известия АН СССР. Физика Земли. – 1967. – № 1. – С. 76–85.
49. *Гурвич И. И.* О теоретических основах динамических измерений в сейсморазведке / И. И. Гурвич // Известия вузов. Геология и разведка. – 1970. – № 6. – С. 108–113.
50. *Гурвич И. И.* Опыт применения сейсмических ансамблей для определения свойств областей очага, приема и отражения по данным МОВ / И. И. Гурвич, Чыонг Минь // Известия вузов. Геология и разведка. – 1971. – № 7. – С. 99–104.
51. *Гурвич И. И.* О количественном аппарате динамических измерений в сейсморазведке / И. И. Гурвич, А. К. Яновский // Известия АН СССР. Физика Земли. – 1971. – № 4. – С. 41–47.
52. *Гурвич И. И.* Сейсмическая разведка : учебник для вузов / И. И. Гурвич, Г. Н. Боганик. – Изд. 3-е. – Москва : Недра, 1980. – 551 с.
53. *Деч Р.* Нелинейные преобразования случайных процессов / Р. Деч. – Москва : Советское радио, 1965. – 208 с.
54. *Дженкинс Дж.* Спектральный анализ и его приложения / Дж. Дженкинс, Г. Ваттс. – Москва : Мир, 1971. – 317 с.
55. *Джонсон Н.* Статистика и планирование эксперимента в технике и науке : методы обработки данных. / Н. Джонсон, Ф. Лион. – Москва : Мир, 1980. – 610 с.
56. *Добеши И.* Десять лекций по вейвлетам : пер. с англ. / И. Добеши. – Ижевск : РХД, 2001. – 464 с.
57. *Дьяконов В. П.* MATLAB 7.* / R2006/2007. Самоучитель / В. П. Дьяконов. – Москва : ДМК-Пресс, 2008. – 768 с.



58. Жуков В. П. Нелинейные преобразования сигналов / В. П. Жуков, Н. Н. Иванова. – Москва : Изд-во МЭИ, 1978. – 72 с.
59. Карчевский А. Л. Прямая динамическая задача сейсмоки для горизонтально-слоистых сред / А. Л. Карчевский // Сибирские электронные математические известия. – 2005. – Т. 2. – С. 23–61.
60. Карчевский А. Л. Восстановление продольной и поперечной скоростей и границ тонких слоев в тонкослоистой пачке / А. Л. Карчевский // Сибирский журнал вычислительной математики. – 2012. – Т. 15, № 1. – С. 67–82.
61. Кей С. М. Современные методы спектрального анализа. Обзор / С. М. Кей, С. Л. Марпл (мл.) // ТИИЭР. – 1981. – № 11. – С. 5–51.
62. Кендалл М. Дж. Теория распределений / М. Дж. Кендалл, А. Стюарт. – Москва : Статистика, 1980. – 587 с.
63. Клем-Мусатов К. Д. Об изменении интенсивности волновых фронтов в окрестности границ геометрической тени / К. Д. Клем-Мусатов // ДАН СССР. – 1975. – Т. 223, № 2. – С. 339–342.
64. Клем-Мусатов К. Д. О спектре и форме дифрагированной волны / К. Д. Клем-Мусатов, Г. Л. Ковалевский, В. Г. Черняков // Геология и геофизика. – 1975. – № 9. – С. 66–95.
65. Клем-Мусатов К. Д. Сейсмические аномалии, связанные с локальными нарушениями / К. Д. Клем-Мусатов, Г. Л. Ковалевский, В. Г. Черняков // Геология и геофизика. – 1976. – № 12. – С. 129–153.
66. Ковалев В. П. Применение метода выделения скрытых периодичностей при изучении динамики сейсмических волн / В. П. Ковалев, Г. Ф. Телепнев // Доклады АН УССР. – 1981. – Вып. 5. – С. 10–14.
67. Коппенфельс В. Практика конформных отображений / В. Коппенфельс, Ф. Штальман – Москва : Изд-во иностр. лит., 1963. – 406 с.
68. Крамер Г. Стационарные случайные процессы : свойства выборочных функций и их приложения / Г. Крамер, М. Лидбеттер. – Москва : Мир, 1969. – 398 с.
69. Крамер Г. Математические методы статистики / Г. Крамер. – Москва : Мир, 1975. – 648 с.
70. Краснитский Ю. А. Сравнение некоторых алгоритмов развертывания фазового спектра / Ю. А. Краснитский // Transport and Telecommunication. – 2006. – Vol. 7, N 4. – P. 15–20.
71. Крылов С. В. Свойства головных волн и новые возможности автоматизации их обработки / С. В. Крылов, В. Н. Сергеев // Геология и геофизика. – 1985. – № 4. – С. 92–102.
72. Крылов С. В. Селекция и интерпретация головных волн при многократных системах наблюдения / С. В. Крылов, Г. М. Митрофанов, В. Н. Сергеев // Сборник рефератов Международной геофизической конференции SEG/Москва'92. – Москва, 1992. – С. 516–517.



73. Курдюкова Т. В. Лучевое трассирование в блоковых средах: проблемы и их решение / Т. В. Курдюкова, С. В. Гольдин, Г. М. Митрофанов // Сейсмические исследования земной коры : сборник научных докладов Международной научной конференции. – Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2004. – С. 142–148.

74. Ланда Е. И. Оценка параметров малоамплитудного сброса по сейсмограммам ОГТ / Е. И. Ланда, Г. М. Митрофанов // Известия АН СССР. Физика Земли. – 1979. – № 7. – С. 34–41.

75. Ланда Е. И. К оценке параметров малоамплитудного сброса методом оптимизаций / Е. И. Ланда // Геология и геофизика. – 1978. – № 7. – С. 80–89.

76. Лёвин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 2 / Б. Р. Лёвин. – Москва : Советское радио, 1975. – 392 с.

77. Лоусон Ч. Численное решение задач метода наименьших квадратов / Ч. Лоусон, Р. Хенсон. – Москва : Наука, 1986. – 322 с.

78. Мадатов А. Г. Аппроксимационный подход при динамическом анализе многоканальных сейсмограмм. 1. Модельные представления / А. Г. Мадатов, Г. М. Митрофанов, В.-А. И. Серeda // Геология и геофизика. – 1991. – № 10. – С. 97–106.

79. Мадатов А. Г. Аппроксимационный подход при динамическом анализе многоканальных сейсмограмм. 2. Оценивание параметров / А. Г. Мадатов, Г. М. Митрофанов, В.-А. И. Серeda // Геология и геофизика. – 1991. – № 11. – С. 117–127.

80. Мадатов А. Г. Аппроксимационный подход при динамическом анализе многоканальных сейсмограмм. 3. Прикладные аспекты / А. Г. Мадатов, Г. М. Митрофанов, В.-А. И. Серeda // Геология и геофизика. – 1992. – № 3. – С. 112–122.

81. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. В 2 т. Т. 1 / Ж. Макс. – Москва : Мир, 1983. – 312 с.

82. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры / А. И. Мальцев. – Москва : Наука, 1970. – 402 с.

83. Марпл С.Л. (мл.). Цифровой спектральный анализ и его приложения / С. Л. Марпл (мл.). – Москва : Мир, 1990. – 584 с.

84. Марчук Г. И. Итерационные методы и квадратичные функционалы / Г. И. Марчук, Ю. А. Кузнецов // Методы вычислительной математики. – Новосибирск : Наука, 1975. – С. 4–143.

85. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики / Г. И. Марчук. – Москва : Наука, 1977. – 456 с.

86. Митрофанов Г. М. Учет поверхностных неоднородностей в методе ОГТ / Г. М. Митрофанов // Тезисы докладов X научной студенческой конференции. (Геология. Геофизика. Геохимия). – Новосибирск : НГУ, 1972. – С. 44–45.



87. *Митрофанов Г. М.* Анализ влияния поверхностных неоднородностей на спектр сейсмического сигнала / Г. М. Митрофанов // Геология и геофизика. – 1975. – № 5. – С. 133–137.

88. *Митрофанов Г. М.* Совместная оценка линейных факторов в системах наблюдений метода ОГТ / Г. М. Митрофанов // Применение методов вычислительной математики и математической статистики при цифровой обработке данных сейсморазведки. – Новосибирск : ИГиГ СО АН СССР, 1975. – С. 166–186.

89. *Митрофанов Г. М.* Последовательное уточнение оценок линейных факторов при интерпретации данных сейсморазведки / Г. М. Митрофанов // Геология и геофизика. – 1978. – № 2. – С. 109–122.

90. *Митрофанов Г. М.* Использование сглаживающих окон при спектральном анализе сейсмических трасс / Г. М. Митрофанов // Геология и геофизика. – 1979. – № 1. – С. 110–123.

91. *Митрофанов Г. М.* Эффективное представление волнового поля в сейсморазведке / Г. М. Митрофанов // Геология и геофизика. – 1980. – № 4. – С. 135–145.

92. *Митрофанов Г. М.* Исследование возможностей спектрально-статистического метода (ССМ) при обработке и интерпретации сейсмических данных / Г. М. Митрофанов, А. П. Сысоев, Г. Н. Яшков // Сборник докладов Второго научного семинара стран – членов СЭВ по нефтяной геофизике. – Москва, 1982. – Т. 1: Сейсморазведка. – С. 183–187.

93. *Митрофанов Г. М.* Использование спектрально-статистического метода при интерпретации динамических аномалий от сбросов / Г. М. Митрофанов // Геология и геофизика. – 1984. – № 3. – С. 90–99.

94. *Митрофанов Г. М.* Исследование линеаризованной модели для головной волны в связи с задачей обработки данных КМПВ / Г. М. Митрофанов, В. Н. Сергеев // Геология и геофизика. – 1986. – № 8. – С. 98–108.

95. *Митрофанов Г. М.* Обработка фазовых спектров многоканальных сейсмограмм / Г. М. Митрофанов // Геология и геофизика. – 1986. – № 10. – С. 99–109.

96. *Митрофанов Г. М.* Обработка логарифмов амплитудных спектров многоканальных сейсмограмм / Г. М. Митрофанов // Алгоритмические проблемы обработки данных сейсморазведки. – Новосибирск : Наука, 1987. – С. 53–65.

97. *Митрофанов Г. М.* Псевдоаприорная информация в задаче коррекции частотно-зависимой статики / Г. М. Митрофанов // Математические проблемы интерпретации данных сейсморазведки. – Новосибирск : Наука, 1988. – С. 149–168.

98. *Митрофанов Г. М.* Формирование априорной информации при анализе и коррекции данных сейсмического метода отраженных волн / Г. М. Митрофанов, Н. А. Рачковская // Геология и геофизика. – 1996. – № 3. – С. 74–84.



99. *Митрофанов Г. М.* Применение прони-фильтрации для выделения перспективных зон месторождений углеводородов / Г. М. Митрофанов, А. Н. Бобрышев, В. Г. Савин // Пути реализации нефтегазового потенциала ХМАО. – Ханты-Мансийск, 1999. – С. 281–294.

100. Использование прони-фильтрации для анализа сейсмического волнового поля с целью выделения перспективных зон при разработке месторождений углеводородов / Г. М. Митрофанов, Т. В. Нефедкина, А. Н. Бобрышев, В. Г. Савин, М. А. Попов // Геофизика. – 2001. – Спец. вып.: 50 лет «Ханты-мансийскгеофизике». – С. 92–100.

101. Теоретические аспекты преобразования Прони и его использования при сейсмических исследованиях / Г. М. Митрофанов, А. М. Брехунцов, В. И. Келлер, Ю. М. Ильин // Горные ведомости. – 2004. – № 1. – С. 116–122.

102. Фильтрация сейсмических сигналов на основе преобразования Прони и возможности ее применения для решения задач нефтегазовой геологии / Г. М. Митрофанов, А. М. Брехунцов, В. И. Келлер, Ю. М. Ильин // Горные ведомости. – 2004. – № 2. – С. 61–67.

103. Исследование методики фильтрации Прони на материалах математического и физического моделирования / Г. М. Митрофанов, А. М. Брехунцов, В. И. Келлер, Ю. М. Ильин // Горные ведомости. – 2004. – № 4. – С. 81–104.

104. Выделение зон порово-трещинных коллекторов для интервала пластов Ю₂, Ю₄ в пределах северных лицензионных участков Уварского района Тюменской области с использованием прони-фильтрации / Г. М. Митрофанов, Т. В. Нефедкина, Л. Д. Слепокурова, С. Н. Смолин // Пути реализации нефтегазового потенциала ХМАО. – Ханты-Мансийск, 2005. – С. 281–294.

105. *Митрофанов Г. М.* Основы и приложения метода прони-фильтрации / Г. М. Митрофанов, В. И. Прийменко // Технологии сейсморазведки. – 2011. – № 3. – С. 93–108.

106. *Митрофанов Г. М.* Проблема вложения теоретического решения в сейсмические наблюдения / Г. М. Митрофанов, В. И. Прийменко // Технологии сейсморазведки. – 2012. – № 3. – С. 5–26.

107. *Михальцев А. В.* Коррекция статических поправок при цифровой обработке данных метода общей глубинной точки / А. В. Михальцев, Г. Н. Гогоненков // Прикладная геофизика. – Москва : Недра, 1973. – Вып. 72. – С. 16–47.

108. *Молотков П. Н.* Матричный метод в теории распространения волн в слоистых упругих и жидких средах / П. Н. Молотков. – Ленинград : Наука, 1987. – 200 с.

109. *Нефедкина Т. В.* Определение упругих параметров среды по данным многоволнового AVO анализа / Т. В. Нефедкина, В. В. Бузлуков // Геология и геофизика. – 2002. – № 4. – С. 382–394.



110. *Оппенгейм А.* Цифровая обработка сигналов / А. Оппенгейм, Р. Шафер. – Москва : Мир, 1979. – 416 с.
111. Основы радиофизики / под ред. А. С. Логгинова. – Москва : УРСС, 1996. – 256 с.
112. *Петрашень Г. И.* Основы математической теории распространения упругих волн / Г. И. Петрашень. – Ленинград : Наука, 1978. – 278 с. – (Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн ; вып. 18).
113. *Поликов М. К.* Реакция сейсморегирующего канала на единичный толчок в случае гранично-апериодического режима во всех его узлах / М. К. Поликов // Прикладная геофизика. – Москва : Недра, 1971. – Вып. 63. – С. 3–6.
114. *Постников М. М.* Устойчивые многочлены / М. М. Постников. – Москва : Наука, 1981. – 176 с.
115. *Пузырев Н. Н.* Интерпретация данных сейсморазведки методом отраженных волн / Н. Н. Пузырев. – Москва : Гостоптехиздат, 1959. – 451 с.
116. *Пузырев Н. Н.* Двумерные временные поля отраженных волн / Н. Н. Пузырев // Геология и геофизика. – 1973. – № 1. – С. 94–103.
117. *Пузырев Н. Н.* Временные поля отраженных волн и метод эффективных параметров / Н. Н. Пузырев. – Новосибирск : Наука, 1979. – 288 с.
118. *Райс Дж.* Матричные вычисления и математическое обеспечение / Дж. Райс. – Москва : Мир, 1984. – 264 с.
119. *Рао С. Р.* Линейные статистические методы и их применение / С. Р. Рао. – Москва : Наука, 1968. – 548 с.
120. *Ризниченко Ю. В.* Геометрическая сейсмика слоистых сред / Ю. В. Ризниченко. – Москва : Изд-во АН СССР, 1946. – 100 с.
121. *Рыжков В. И.* Сейсмоакустические неупругие эффекты. Их применение при поисках, разведке и мониторинге месторождений нефти и газа : автореф. дис. ... д-ра техн. наук / РГУНГ. – Москва, 2009. – 45 с.
122. *Селезнев В. С.* Пересчет волновых полей головных волн фильтрами Винера / В. С. Селезнев, А. Ф. Еманов // Геология и геофизика. – 1998. – № 4. – С. 536–546.
123. *Сиберт У. М.* Цепи, сигналы, системы. Ч. 2. / У. М. Сиберт. – Москва : Мир, 1988. – 360 с.
124. *Сысоев А. П.* Коррекция формы сейсмического сигнала в МОВ на основе спектрально-статистического метода (ССМ) / А. П. Сысоев, А. А. Евдокимов // Геология и геофизика. – 1986. – № 5. – С. 94–103.
125. *Сысоев А. П.* Коррекция статистических поправок при обработке площадных систем наблюдения МОГТ / А. П. Сысоев, Г. М. Митрофанов // Геология и геофизика. – 1989. – № 12. – С. 114–122.
126. *Сысоев А. П.* Прикладные задачи компенсации неоднородности верхней части разреза при обработке и интерпретации сейсмических данных / А. П. Сысоев. – Новосибирск : ИНГГ СО РАН, 2011. – 90 с.



127. *Титчмарш Е.* Введение в теорию интегралов Фурье / Е. Титчмарш. – Москва : Гостехиздат, 1948. – 479 с.
128. *Токарев М. Ю.* Определение упругих свойств газонасыщенных осадков по данным сверхвысокоразрешающих сейсмоакустических наблюдений с заглубленной системой. Кандалакшский залив, Белое море / М. Ю. Токарев, А. С. Пирогова // Технологии сейсморазведки. – 2015. – № 3. – С. 66–74.
129. Оценка возможностей использования мгновенных динамических характеристик сейсмических записей при поисках нефти и газа. Обзор / Ю. К. Тяпкин, И. К. Бельфер, В. М. Погожев, И. А. Мушин, Г. М. Митрофанов. – Москва : Недра, 1986. – 76 с. – (Обзор ВИЭМС. Разведочная геофизика).
130. *Уайт Д. Э.* Возбуждение и распространение сейсмических волн : пер. с англ. / Д. Э. Уайт. – Москва : Недра, 1986. – 261 с.
131. *Фаддеев Д. К.* Вычислительные методы линейной алгебры / Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. – Москва : Физматгиз, 1963. – 734 с.
132. Решение некоторых прикладных задач изучения НГК залежей на основе использования результатов разложения волнового сейсмического поля по методу Прони / В. К. Федорцов, Е. В. Бажанова, Ю. М. Ильин, Г. М. Митрофанов // Горные ведомости. – 2004. – № 3. – С. 81–85.
133. *Форсайт Дж.* Численное решение систем линейных уравнений / Дж. Форсайт, К. Молер. – Москва : Мир, 1969. – 167 с.
134. *Хемминг Р. В.* Цифровые фильтры / Р. В. Хемминг. – Москва : Советское радио, 1980. – 224 с.
135. *Хеннан Э.* Анализ временных рядов / Э. Хеннан. – Москва : Наука, 1964. – 216 с.
136. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений / Т. С. Хуанг [и др.]. – Москва : Радио и связь, 1984. – 224 с.
137. *Худзинский Л. Л.* Об определении некоторых параметров однородных слоев по их фазовым спектральным характеристикам / Л. Л. Худзинский // Известия АН СССР. Физика Земли. – 1966. – № 5. – С. 68–77.
138. *Шварцман Ю. П.* Итерационные алгоритмы решения систем уравнений статических поправок / Ю. П. Шварцман // Геология и геофизика. – 1978. – № 4. – С. 76–85.
139. *Шварцман Ю. П.* Коррекция длиннопериодных составляющих статических поправок при сейсморазведке по методу ОГТ / Ю. П. Шварцман // Геология и геофизика. – 1979. – № 6. – С. 88–98.
140. *Шен И. Р.* Принципы нелинейной оптики / И. Р. Шен. – Москва : Наука, 1989. – 557 с.
141. *Шеффе Г.* Дисперсионный анализ / Г. Шеффе. – Москва : Наука, 1980. – 512 с.



142. *Alekseev A. S.* Direct and inverse problems of waves propagation through a one-dimensional inhomogeneous medium / A. S. Alekseev, V. S. Belonosov // *European Journal of Applied Mathematics*. – 1999. – Vol. 10. – P. 79–96.
143. *Attias H.* Independent factor analysis / H. Attias // *Neural Computation*. – 1999. – Vol. 11, N 4. – P. 803–851.
144. *Ben-Menahem A.* Seismic waves and sources / A. Ben-Menahem, S. J. Singh. – New York : Springer-Verlag, 1981. – 1108 p.
145. Mining information from binary black hole mergers: a comparison of estimation methods for complex exponentials in noise / E. Berti, V. Cardoso, J. A. Gonzalez, U. Sperhake // *Physical Review D*. – 2007. – Vol. 75 (12). – Art. 124017. – P. 1–17.
146. *Beylkin G.* On approximations of functions by exponential sums / G. Beylkin, L. Monzón // *Applied and Computational Harmonic Analysis*. – 2005. – Vol. 19. – P. 17–48.
147. *Biot M. A.* Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range / M. A. Biot // *Journal of the Acoustical Society of America*. – 1956. – Vol. 28. – P. 168–178.
148. *Biot M. A.* Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range / M. A. Biot // *Journal of the Acoustical Society of America*. – 1956. – Vol. 28. – P. 179–191.
149. *Birch F.* Elasticity and internal friction in a long column of granite / F. Birch, D. Bancroft // *Bulletin of the Seismological Society of America*. – 1938. – Vol. 28. – P. 243–254.
150. *Bjersted D.* NM0 distortion / D. Bjersted // *Canadian Journal of Exploration Geophysics*. – 1995. – Vol. 3, N 1–2. – P. 25–31.
151. *Bogert B. P.* The quefrency analysis of time series for echoes: cepstrum, pseudo-autocovariance, cross-cepstrum, and saphe cracking / B. P. Bogert, M. J. Healy, J. W. Tukey // *Time Series Analysis* / ed. by M. Rosenblatt. – New York : Wiley, 1963. – P. 209–243.
152. *Boyd S.* *Convex Optimization* / S. Boyd, L. Vandenberghe. – Cambridge, UK : Cambridge University Press, 2004. – 716 p.
153. *Bracale A.* Adaptive Prony method for waveform distortion detection in power systems / A. Bracale, P. Caramia, G. Carpinelli // *Electrical Power and Energy Systems*. – 2007. – Vol. 29. – P. 371–379.
154. Prediction of production features on Proni-filtration results / A. M. Brekhuntcov, J. M. Ilein, A. V. Jedkov, G. M. Mitrofanov // 63rd EAGE Conference & Exhibition, Amsterdam, The Netherlands, 11–15 June 2001 : Extended Abstracts. – Houten, The Netherlands : EAGE, 2001. – Vol. 2. – P. 625.
155. *Brennan B. J.* Frequency dependence of elasticity of rock-Test of seismic velocity dispersion / B. J. Brennan, F. D. Stacey // *Nature*. – 1977. – Vol. 268. – P. 220–222.



156. *Bruckshaw J. M.* The variation of the elastic constants of rocks with frequency / J. M. Bruckshaw, P. C. Mabanta // *Petroleum*. – 1954. – Vol. 17. – P. 14–18.
157. *Born W. T.* The attenuation constant of earth materials / W. T. Born // *Geophysics*. – 1941. – Vol. 6. – P. 132–148.
158. *Bucker H. P.* Comparison of FFT and Prony algorithms for bearing estimation of narrow-band signals in realistic ocean environment / H. P. Bucker // *The Journal of the Acoustical Society of America*. – 1977. – Vol. 61, N 3. – P. 756–762.
159. *Buhl P.* The application of homomorphic deconvolution to shallow-water marine seismology. Part II: Real data / P. Buhl, P. L. Stoffa, G. M. Bryan // *Geophysics*. – 1974. – Vol. 39, N 4. – P. 417–426.
160. *Cambois G.* Surface-consistent deconvolution in the log/Fourier domain / G. Cambois, P. L. Stoffa // *Geophysics*. – 1992. – Vol. 57, N 6. – P. 823–840.
161. *Carcione J. M.* 1 P-wave seismic attenuation by slow-wave diffusion: effects of inhomogeneous rock properties / J. M. Carcione, S. Picotti // *Geophysics*. – 2006. – Vol. 71, N 3. – P. 01–08.
162. *Carcione J. M.* Wave fields in real media : wave propagation in anisotropic, anelastic, porous and electromagnetic media / J. M. Carcione. – 2nd ed., rev. and extended. – Amsterdam ; Boston : Elsevier, 2007. – 515 p.
163. *Chaney P. E.* Abnormal pressure and lost circulation / P. E. Chaney // *World Oil*. – 1950. – Vol. 130. – P. 122–126.
164. *Chapman C. H.* Fundamentals of seismic wave propagation / C. H. Chapman. – Cambridge : Cambridge University Press, 2004. – 632 p.
165. *Chuang C. W.* Natural resonances of radar targets via Prony's method and target discrimination / C. W. Chuang, D. L. Moffatt // *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. – 1976. – Vol. AES-12 (5). – P. 583–589.
166. *Childers D. G.* The Cepstrum: a guide to processing / D. G. Childers, D. P. Skinner, R. C. Kemerait // *Proceedings of the IEEE*. – 1977. – Vol. 65, no. 10. – P. 1428–1443.
167. *Claerbout J. F.* Fundamentals of seismic data processing / J. F. Claerbout. – New York : McGraw-Hill, 1976. – 274 p.
168. *Claerbout J. F.* How to measure RMS velocity with a pencil and straight-edge / J. F. Claerbout // *Stanford Exploration Project*. – Stanford : Stanford University, 1977. – Report SEP-11. – P. 41–44.
169. *Dasgupta R.* Estimation of Q from surface seismic reflection data / R. Dasgupta, R. A. Clark // *Geophysics*. – 1998. – Vol. 63. – P. 2120–2128.
170. *Daubechies I.* The wavelet transform time-frequency localization and signal analysis / I. Daubechies // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 1990. – Vol. 36. – P. 961–1004.
171. *Prony R. de.* Essai expérimental et analytique sur les lois de la Dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la Force expansive de la vapeur de l'eau et la



vapeur de l'alkool, à différentes températures / Gaspard Riche, baron de Prony, // Journal de l'Ecole Polytechnique. – 1795. – Vol. 1, N 2. – P. 24–76.

172. *Dmitriev V. G.* Handbook of nonlinear optical crystals / V. G. Dmitriev, G. G. Gurzadyan, D. N. Nikogosyan. – Heidelberg : Springer-Verlag, 1991. – 220 p.

173. *Fisher R. A.* The correlation between relatives on the supposition of Mendelian inheritance / R. A. Fisher // Philosophical Transactions of the Royal Society of Edinburgh. – 1918. – Vol. 52. – P. 399–433.

174. *Fisher R. A.* The design of experiments / R. A. Fisher. – Edinburgh : Oliver & Boyd, 1935. – 252 p.

175. *Gabor D.* Theory of communication / D. Gabor // Journal of the Institution of Electrical Engineers. – 1946. – Vol. 93 (3). – P. 429–457.

176. *Goldin S. V.* Spectro-statistical method of analysis and processing of wave fields in seismic exploration / S. V. Goldin, G. M. Mitrofanov // Expanded Abstracts of 60th Annual International SEG Meeting. – Tulsa, 1990. – P. 253–257.

177. Estimation of seismic resonance phenomena in sediments / G. M. Goloshubin, H. B. Helle, V. P. Kovalev, A. G. Madatov, G. M. Mitrofanov // Abstracts of SEG/Moscow'93. – Moscow : SEG, 1993. – P. 1–5.

178. *Gradshtein S. I.* Table of integrals, series and products / S. I. Gradshtein, I. M. Ryzhik. – San Diego : Academic Press, 2000. – 1204 p.

179. *Grossmann A.* Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape / A. Grossmann, J. Morlet // SIAM Journal on Mathematical Analysis. – 1984. – Vol. 15. – P. 723–736.

180. *Haar A.* Zur theorie der orthogonalen funktionensysteme / A. Haar // Mathematische Annalen. – 1910. – Vol. 69. – P. 331–371.

181. *Haase A. B.* Attenuation estimates from VSP and log data / A. B. Haase, R. R. Stewart // Expanded Abstracts, 74th Annual International SEG Meeting. – Tulsa, 2004. – P. 2497–2500.

182. *Hampson F. J.* M-band nonlinear subband decompositions with perfect reconstruction / F. J. Hampson, J.-C. Pesquet // IEEE Transaction on Image Processing. – 1998. – Vol. 7, N 11. – P. 1547–1560.

183. *Hargreaves N. D.* Inverse Q filtering by Fourier transform / N. D. Hargreaves, A. J. Calvert // Geophysics. – 1991. – Vol. 56, N 3. – P. 519–527.

184. *Hart B. S.* Porosity and pressure: role of compaction disequilibrium in the development of geopressures in a Gulf Coast Pleistocene basin / B. S. Hart, P. B. Flemings, A. Deshpande // Geology. – 1995. – Vol. 23. – P. 45–48.

185. *Hassab J. C.* Analysis of signal extraction, echo detection and removal by complex cepstrum / J. C. Hassab, R. J. Boucher // Sound and Vibration. – 1975. – Vol. 40 (6). – P. 321–335.

186. *Hauge P. S.* Measurements of attenuation from vertical seismic profiles / P. S. Hauge // Geophysics. – 1981. – Vol. 46. – P. 1548–1558.

187. *Haykin S.* Blind deconvolution / ed. by S. Haykin. – Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, 1994. – 289 p.



188. Complex seismic decomposition – application to pore pressure prediction / H. B. Helle, O. H. Inderhaug, V. P. Kovaljev, A. G. Madatov, G. M. Mitrofanov // Extended abstracts of papers, EAEG 55th Meeting. – Stavanger : EAEG, 1993. – P. 114–115.
189. Analysis of seismic resonance phenomena in porous sediments / H. B. Helle, G. M. Goloshubin, V. P. Kovaljev, A. G. Madatov, G. M. Mitrofanov // Extended abstracts of papers, EAEG 55th Meeting. – Stavanger : EAEG, 1993. – P. 360–361.
190. *Hilterman F. J.* Amplitudes of seismic waves – a quick look / F. J. Hilterman // *Geophysics*. – 1975. – Vol. 40, N 5. – P. 745–762.
191. *Holmström K.* A review of the parameter estimation problem of fitting positive exponential sums to empirical data / K. Holmström, J. Petersson // *Applied Mathematics and Computation*. – 2002. – Vol. 126. – P. 31–61.
192. *Holt J. N.* Determining the number of terms in Prony algorithms exponentials fit / J. N. Holt, R. J. Antill // *Mathematical Biosciences*. – 1977. – Vol. 36. – P. 319–332.
193. *Hyvarinen A.* Nonlinear independent component analysis: existence and uniqueness results / A. Hyvarinen, P. Pajunen // *Neural Networks*. – 1999. – Vol. 12. – P. 429–439.
194. Nonparametric belief propagation for self-localization of sensor networks / A. T. Ihler, J. W. Fisher, R. L. Moses, A. S. Willsky // *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*. – 2005. – Vol. 23 (4). – P. 809–819.
195. *Jin D. J.* Homomorphic deconvolution / D. J. Jin, J. R. Rogers // *Geophysics*. – 1983. – Vol. 48 (7). – P. 1014–1016.
196. On the consistency of Prony’s method and related algorithms / M. Kahn, M. S. Mackisack, M. R. Osborne, G. K. Smyth // *Journal of Computational and Graphics Statistics*. – 1992. – Vol. 1. – P. 329–349.
197. *Kan T. K.* Attenuation measured from VSP: evidence of frequency dependent Q / T. K. Kan, M. L. Batzle, J. E. Gaiser // Extended abstract of 53rd Annual International SEG Meeting. – Las Vegas : SEG, 1983. – P. 589–590.
198. *Kan T. K.* Pre-drill geophysical methods for geopressure detection and evaluation in abnormal formation pressures / T. K. Kan, C. J. Sicking // *Studies in abnormal pressures* / ed. by W. H. Fertl, R. E. Chapman, and R. F. Hotz. – Amsterdam ; New York : Elsevier, 1994. – Ch. 6. – P. 155–186. (Developments in Petroleum Science ; vol. 38).
199. *Kaprzak W.* Blind deconvolution of timely-correlated sources by homomorphic filters in Fourier space / W. Kaprzak, A. Okazaki // Extended abstract of 4th International Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation (ICA 2003). – Nara : ICA, 2003. – P. 1–5.
200. Pore pressure prediction from surface seismic / W. Keyser, L. Johnston, R. Reeses, G. Rodriguez // *World Oil*. – 1991. – Vol. 212 (9). – P. 115–125.



201. *Kirkham D. J.* Long period statics determination by inverse filtering / D. J. Kirkham, E. Poggiagliolmi // *Geophysical Prospecting*. – 1976. – Vol. 24, N 4. – P. 737–755.
202. *Kovaljev V. P.* Complex convolution decomposition (CCD) and new possibilities at detail investigation of attenuation / V. P. Kovaljev, A. G. Madatov, G. M. Mitrofanov // *Extended abstracts of papers of EAEG 54th Meeting*. – Paris : EAEG, 1992. – P. 746–747.
203. *Krajnik E.* A simple and reliable phase unwrapping algorithm / E. Krajnik // *Signal Processing VI: Theories and Applications* / ed. by J. Vandewalle [et al.]. – Amsterdam : Elsevier, 1992. – Vol. 3. – P. 917–920.
204. *Kumaresan R.* On the zeros of the linear prediction-error filter for deterministic signals / R. Kumaresan // *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. – 1983. – Vol. 31, N 1. – P. 217–220.
205. *Kundur D.* Blind image deconvolution / D. Kundur, D. Hatzinakos // *IEEE Signal Processing Magazine*. – 1996. – Vol. 13 (3). – P. 43–64.
206. *Lauer F.* Incorporating prior knowledge in support vector regression / F. Lauer, G. Bloch // *Machine Learning*. – 2008. – Vol. 70. – P. 89–118.
207. *Lee J. H.* Selection of sampling interval for least squares Prony method / J. H. Lee, H. T. Kim // *Electronics Letters*. – 2005. – Vol. 41 (1). – P. 47–49.
208. *Levin S. A.* Surface-consistent deconvolution / S. A. Levin // *Geophysics*. – 1989. – Vol. 54, N 9. – P. 1123–1133.
209. Application of wavelets and Prony method for disturbance detection in fixed speed wind farms / T. Lobos, J. Rezmer, P. Janik, H. Amaris, M. Alonso, C. Alvarez // *Electrical Power and Energy Systems*. – 2009. – Vol. 31. – P. 429–436.
210. *Madatov A. G.* Complex Convolution Decomposition (CCD) and new possibilities of AVO-analysis / A. G. Madatov, G. M. Mitrofanov // *Extended abstracts papers of EAEG 54th Meeting*. – Paris : EAEG, 1992. – P. 572–573.
211. *Marsden D.* Static corrections – a review. Pt. 3 / D. Marsden // *The Leading Edge*. – 1993. – Vol. 12, N 3. – P. 210–216.
212. *Mavko G.* The rock physics handbook / G. Mavko, T. Mukerji, J. Dvorkin. – Cambridge : Cambridge University Press, 1998. – 348 p.
213. *McDonough R. N.* Best least-squares representation of signals by exponentials / R. N. McDonough, W. H. Higgins // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 1968. – Vol. AC-13. – P. 408–412.
214. *Medeiros W. E.* Geophysical inversion using approximate equality constraints / W. E. Medeiros, J. B. C. Silva // *Geophysics*. – 1996. – Vol. 61, N 6. – P. 1678–1688.
215. *Misra S.* Non-minimum phase wavelet estimation by non-linear optimization of all-pass operators / S. Misra, M. D. Sacchi // *Geophysical Prospecting*. – 2007. – Vol. 55. – P. 223–234.



216. *Mitrofanov G. M.* Complex Convolution Decomposition – the new approach to seismic dynamic analysis / G. M. Mitrofanov, A. G. Madatov, V. P. Kovaljev // Seismic investigations in the Northern areas and related problems. – Novosibirsk : Institute of Geology and Geophysics, 1991. – P. 15–21.

217. *Mitrofanov G. M.* Investigation of "null space" structure in seismic inversion / G. M. Mitrofanov, N. A. Rachkovskaia // Expanded Abstracts of Russian-Norwegian Oil Exploration Workshop II. – Voss : Norsk Hydro a.s., 1992. – P. 54–60.

218. *Mitrofanov G. M.* Complex Convolution Decomposition (CCD) the new approach to seismic dynamic analysis / G. M. Mitrofanov, A. G. Madatov // Extended abstracts papers of EAEG 54th Meeting. – Paris : EAEG, 1992. – P. 744–745.

219. Complex seismic decomposition – theoretical aspects / G. M. Mitrofanov, H. B. Helle, V. P. Kovaljev, A. G. Madatov // Extended abstracts papers of EAEG 55th Meeting. – Stavanger : EAEG, 1993. – P. 112–113.

220. *Mitrofanov G. M.* Using of the Proni transform in processing of Chinese seismic data / G. M. Mitrofanov, Z. Zhitian, C. Jiaming // Expanded Abstracts of 68th Annual SEG Meeting. – New Orleans, 1998. – P. 1157–1159.

221. *Mitrofanov G. M.* Aspects of Proni-transformation applying in seismic data processing / G. M. Mitrofanov, T. V. Nefedkina, L. Sh. Girshgorn // Annales Geophysicae. – 1998. – Vol. 16, Supplement 1. – P. 156.

222. *Mitrofanov G.* Algorithms of ray tracing for block media / G. Mitrofanov, T. Kurdyukova // Expanded Abstracts of SEG 69th Annual Meeting. – Houston : SEG, 1999. – P. 1–4.

223. *Mitrofanov G.* Development of the Proni filtering method / G. Mitrofanov, V. Priimenko, D. Filho // Abstract of Papers 8th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and 5th Latin American Geophysical Conference. – Rio de Janeiro : CSBGf, 2003. – P. 1–6.

224. Phase spectrum applied to pinch out zones analysis / G. Mitrofanov, V. Priimenko, D. Filho, M. Grochau // 9th International Congress of the Brazilian Geophysical Society : Expanded Abstracts. – Salvador, Bahia : CSBGf, 2005. – P. 1438–1443.

225. Effective solution of a direct seismic problem for thin-layer media in the spectrum domain / G. Mitrofanov, V. Priimenko, R. Misságia, L. Amaral // 10th International Congress of the Brazilian Geophysical Society & EXPOGEF : Expanded Abstracts. – Rio de Janeiro : CSBGf, 2007. – P. 1720–1724.

226. *Mitrofanov G.* Influence of the discrete Laplace and Fourier–Bessel transforms on the solution to direct seismic problems within the frequency domain / G. Mitrofanov, V. Priimenko // 11th International Congress of the Brazilian Geophysical Society : Expanded Abstracts. – Salvador : CSBGf, 2009. – P. 1684–1689.



227. Utilização das transformadas de Laplace e Fourier–Bessel na modelagem de meios elásticos delgados / G. Mitrofanov, V. Priimenko, R. Misságia, L. Amaral // Revista Brasileira de Geofísica. – 2009. – Vol. 27 (2). – P. 205–224.

228. Transformada de Laplace na solução de problemas inversos dinâmicos da sísmica / G. Mitrofanov, V. Priimenko, R. Misságia, L. Amaral // Revista Brasileira de Geofísica. – 2009. – vol. 27 (4). – pp. 527–544.

229. *Mitrofanov G.* Comparação da solução completa do sistema de Lamé com espectro de sismogramas / G. Mitrofanov, V. Priimenko, A. Bueno // Revista Brasileira de Geofísica. – 2009. – Vol. 27 (4). – P. 545–563.

230. *Mitrofanov G.* Structural decomposition of the wave field in the solution of inverse seismic problems / G. Mitrofanov, V. Priimenko // Revista Brasileira de Geofísica. – 2010. – Vol. 28 (4). – P. 657–671.

231. *Mitrofanov G.* Utilização efetiva da informação a priori na inversão da forma de sinal sísmico / G. Mitrofanov, V. Priimenko, R. Misságia // Revista Brasileira de Geofísica. – 2011. – Vol. 29 (2). – P. 247–263.

232. *Mitrofanov G.* Features of phase spectrum and its calculation in seismic data processing / G. Mitrofanov, V. Priimenko // Revista Brasileira de Geofísica. – 2012. – Vol. 30 (1). – P. 15–29.

233. *Noll A. M.* Short-time spectrum and ‘cepstrum’ techniques for vocal-pitch detection / A. M. Noll // Journal of the Acoustical Society of America. – 1964. – Vol. 36, N 2. – P. 296–302.

234. *Norris A. N.* Low-frequency dispersion and attenuation in partially saturated rocks / A. N. Norris // Journal of the Acoustical Society of America. – 1993. – Vol. 94 (1). – P. 359–370.

235. *Oppenheim A.* Superposition in a class of nonlinear systems / A. Oppenheim. – Cambridge, MA, 1965. – 62 p. – (Technical report / Massachusetts Institute of Technology. Research Laboratory of Electronics ; 432).

236. *Oppenheim A. V.* Nonlinear filtering of convolved signals / A. V. Oppenheim // Quarterly Progress Report / Massachusetts Institute of Technology. Research Laboratory of Electronics. – 1966. – N 80. – P. 168–175.

237. *Oppenheim A. V.* Nonlinear filtering of multiplied and convolved signals / A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, T. G. Stockham // Proceedings of the IEEE. – 1968. – Vol. 56 (8). – P. 1264–1291.

238. *Oppenheim A. V.* Signal analysis by homomorphic prediction / A. V. Oppenheim, G. E. Kopec, J. M. Tribolet // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 1976. – Vol. ASSP-24. – P. 327–332.

239. *Oppenheim A. V.* Discrete-time signal processing / A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, J. R. Buck. – 2nd ed. – New York ; Englewood Cliffs : Prentice Hall, 1998. – 897 p.

240. *Oppenheim A. V.* From frequency to quefrequency: a history of the cepstrum / A. V. Oppenheim, R. W. Schafer // IEEE Signal Processing Magazine. – 2004. – Vol. 21 (9), iss. 5. – P. 95–106.



241. Testing of the Prony filtering on the results of model data / Y. A. Orlov, G. M. Mitrofanov, I. F. Rakhmenkoulova, T. V. Kurdyukova // EAEG 61st Meeting : Extended Abstracts. – Helsinki, 1999. – P. 168–170.
242. *Osborne M. R.* Some special nonlinear least squares problems / M. R. Osborne // SIAM Journal of Numerical Analysis. – 1975. – Vol. 12. – P. 571–592.
243. *Osborne M. R.* A modified Prony algorithm for fitting functions defined by difference equations / M. R. Osborne, G. K. Smyth // SIAM Journal of Scientific and Graphical Statistics. – 1991. – Vol. 1. – P. 329–349.
244. Osborne M. R. A modified algorithm for exponential functional fitting / M. R. Osborne, G. K. Smyth // SIAM Journal on Scientific Computing. – 1995. – Vol. 16. – P. 119–138.
245. *Otis R. M.* Homomorphic deconvolution by log spectral averaging / R. M. Otis, R. B. Smith // Geophysics. – 1977. – Vol. 42 (10.). – P. 1146–1157.
246. *Peselnick L.* Internal friction of fine grained limestones at ultrasonic frequencies / L. Peselnick, I. Zietz // Geophysics. – 1977. – Vol. 24. – P. 285–296.
247. *Petropulu A.* Blind deconvolution using signal reconstruction from partial higher order cepstral information / A. Petropulu, C. Nikias // IEEE Transactions on Signal Processing. – 1993. – Vol. 41 (6). – P. 2088–2095.
248. Wave velocities and attenuation of shaley sandstones as a function of pore pressure and partial saturation / N. H. Pham, J. M. Carcione, H. B. Helle, B. Ursin // Geophysical Prospecting. – 2002. – Vol. 50, N 6. – P. 615–627.
249. *Porsani M. J.* Mixed phase deconvolution / M. J. Porsani, B. Ursin // Geophysics. – 1998. – Vol. 63. – P. 637–647.
250. *Portnoff M.* Time-frequency representation of digital signals and systems based on short-time Fourier analysis / M. Portnoff // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 1980. – Vol. 28 (1). – P. 55–69.
251. *Potts D.* Parameter estimation for exponential sums by approximate Prony method / D. Potts, M. Tasche // Signal Processing. – 2010. – Vol. 90. – P. 1631–1642.
252. *Pratt R. G.* Seismic wave form inversion in the frequency domain. Part 1: theory and verification in a physical scale model / R. G. Pratt // Geophysics. – 1999. – Vol. 64 (3). – P. 888–901.
253. *Pride S. R.* Seismic attenuation due to wave-induced flow / S. R. Pride, J. G. Berryman, J. M. Harris // Journal of Geophysical Research. – 2004. – Vol. 109, iss. B01201.
254. *Rachkovskaia N. A.* Studying of 'null space' structure in problems of seismic decomposition / N. A. Rachkovskaia, G. M. Mitrofanov // EAEG 55th Meeting : Extended Abstracts. – Stavanger, 1993. – P. 362–363.
255. *Ricker N.* The form and nature of seismic waves and the structure of seismograms / N. Ricker // Geophysics. – 1940. – Vol. 5, N 4. – P. 348–367.



256. *Ricker N.* The form and laws of propagation of seismic wavelets / N. Ricker // *Geophysics*. – 1953. – Vol. 18. – P. 10–40.
257. *Ricker N. H.* Transient waves in viscoelastic media / N. Ricker. – Amsterdam : Elsevier, 1978. – 278 p.
258. *Robinson E. A.* Predictive decomposition of time series with applications to seismic exploration / E. A. Robinson // MIT Geophysical Analysis Group Report. – 1954. – N 7.
259. *Robinson E. A.* Geophysical signal analysis / E. A. Robinson, S. Treitel. – Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1980. – 466 p.
260. *Ronen J. W.* Surface-consistent residual statics estimation by stack-power maximization / J. W. Ronen, J. F. Claerbout // *Geophysics*. – 1985. – Vol. 50. – P. 2759–2767.
261. *Ryjkov V. I.* Study of a seismic inelasticity from VSP / V. I. Ryjkov, M. B. Rapoport // EAEG 56th Meeting : Extended Abstracts. – Vena, 1994. – P. 127–129.
262. *Sarkar S.* A blind-deconvolution approach for chromatographic and spectroscopic peak restoration / S. Sarkar, P. K. Dutta, N. C. Roy // *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. – 1998. – Vol. 47, N 4. – P. 558–562.
263. *Satyam M.* Cepstrum analysis – an advanced technique in vibration analysis of defects in rotating machinery / M. Satyam, V. S. Rao, C. G. Devy // *Defence Science Journal*. – 1994. – Vol. 44, N 1. – P. 53–60.
264. *Schafer R.* System for automatic formant analysis of voiced speech / R. Schafer, L. R. Rabiner // *The Journal of the Acoustical Society of America*. – 1970. – Vol. 47 (2). – P. 634–648.
265. *Sevic J. F.* Nonlinear analysis methods for the simulation of digital wireless communication systems / J. F. Sevic, M. B. Steer, A. M. Pavio // *International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer-Aided Engineering*. – 1996. – Vol. 6, N 3. – P. 197–216.
266. *Silva J. B. C.* Potential-field inversion: choosing the appropriate technique to solve a geologic problem / J. B. C. Silva, W. E. Medeiros, V. C. F. Barbosa // *Geophysics*. – 2001. – Vol. 66, N 2. – P. 511–520.
267. *Steiglitz K.* Phase unwrapping by factorization / K. Steiglitz, B. Dickinson // *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. – 1982. – Vol. 30, N 6. – P. 984–991.
268. *Stein J. A.* A successful statics methodology for land data / J. A. Stein, T. Langston, S. E. Larson // *The Leading Edge*. – 2009. – Vol. 28, N 2. – P. 222–226.
269. *Stockham T. G.* Blind deconvolution through digital signal processing / T. G. Stockham, T. M. Cannon, R. B. Ingebretsen // *Proceedings of the IEEE*. – 1975. – Vol. 63. – P. 678–692.



270. *Stockwell R. G.* Localization of the complex spectrum: the S-Transform / R. G. Stockwell, L. Mansinha, R. P. Lowe // IEEE Transactions on Signal Processing. – 1996. – Vol. 44 (4). – P. 998–1001.
271. *Stoffa P. L.* The application of homomorphic deconvolution to shallow-water marine seismology – Part I: Models / P. L. Stoffa, P. Buhl, G. M. Bryan // Geophysics. – 1974. – Vol. 39, N 4. – P. 401–416.
272. *Taner M. T.* Estimation and correction of near-surface time anomalies / M. T. Taner, F. Koehler, K. A. Alhilali // Geophysics. – 1974. – Vol. 39 (4). – P. 441–463.
273. *Taner M. T.* Surface consistent corrections / M. T. Taner, F. Koehler // Geophysics. – 1981. – Vol. 46 (1). – P. 17–22.
274. *Tarantola A.* Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation / A. Tarantola // Geophysics. – 1984. – Vol. 49 (8). – P. 1259–1266.
275. *Tarantola A.* Inverse problem theory : methods for data fitting and parameter estimation / A. Tarantola. – Amsterdam ; New York : Elsevier Science., 1987. – 630 p.
276. *Therrien C. W.* Discrete random signals and statistical signal processing / C. W. Therrien. – Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall, 1992. – 727 p.
277. *Toksoz M. N.* Attenuation of seismic waves in dry and saturated rocks. I. Laboratory measurements / M. N. Toksoz, D. H. Johnston, A. Timur // Geophysics. – 1979. – Vol. 44. – P. 681–690.
278. *Tonn R.* The determination of seismic quality factor Q from VSP data: a comparison of different computational methods / M. T. Taner, F. Koehler // Geophysical Prospecting. – 1991. – Vol. 39. – P. 1–27.
279. *Tribolet J. M.* A new phase unwrapping algorithm / J. M. Tribolet // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 1977. – Vol. ASSP-25. – P. 170–177.
280. *Tribolet J. M.* Seismic applications of homomorphic signal processing / J. M. Tribolet. – Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1979. – 195 p. – (Prentice-Hall signal processing series).
281. *Trivett D. H.* Modified Prony method approach to echo-reduction measurements / D. H. Trivett, A. Z. Robinson // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1981. – Vol. 70. – P. 1166–1175.
282. *Ulrych T. J.* Application of homomorphic deconvolution to seismology / T. J. Ulrych // Geophysics. – 1971. – Vol. 36. – P. 650–660.
283. *Ursin B.* Review of elastic and electromagnetic waves propagation in horizontally layered media / B. Ursin // Geophysics. – 1983. – Vol. 48. – P. 1063–1081.
284. *Vossen R. van.* Deconvolution of land seismic data for source and receiver characteristics and near-surface structure : Ph.D. thesis / R. van Vossen. – Utrecht : Utrecht University, 2005. – 122 p.



285. Surface-consistent deconvolution using reciprocity and waveform inversion / R. Van Vossen, A. Curtis, A. Laake, J. Trampert // *Geophysics*. – 2006. – Vol. 71. – P. V19–V30.

286. *Vossen R. van*. Full-waveform static corrections using blind channel identification / R. van Vossen, J. Trampert // *Geophysics*. – 2007. – Vol. 72, N 4. – P. U55–U66.

287. *Wadsworth G. P.* Detection of reflections on seismic records by linear operators / G. P. Wadsworth, E. A. Robinson, J. G. Bryan, P. M. Hurley // *Geophysics*. – 1953. – Vol. 18 (3). – P. 539–586.

288. *Wang Y.* A stable and efficient approach of inverse Q filtering / Y. Wang // *Geophysics*. – 2002. – Vol. 67. – P. 657–663.

289. Adaptive directional lifting-based wavelet transform for image coding / Wenpeng Ding, Feng Wu, Xiaolin Wu, Shipeng Li, Houqiang Li // *IEEE Transactions on Image Processing*. – 2007. – Vol. 16, N 2. – P. 416–427.

290. *Wiggins R. A.* Residual analysis as a general linear inverse problem / R. A. Wiggins, K. L. Larner, R. D. Wisecup // *Geophysics*. – 1976. – Vol. 41 (5). – P. 922–938.

291. *Winkler K. W.* The effects of pore fluids and frictional sliding on seismic attenuation : Ph.D. thesis / K. W. Winkler. – Stanford : Stanford University, 1979. – 97 p.

292. *Winkler K. W.* Seismic attenuation: effects of pore fluids and frictional sliding / K. W. Winkler, A. Nur // *Geophysics*. – 1982. – Vol. 47. – P. 1–15.

293. *Wood A. W.* A textbook of sound / A. W. Wood. – New York : The Macmillan Company, 1941. – 231 p.

294. *Wooch Shi-Chang*. A homomorphic deconvolution technique for improved ultrasonic imaging of thin composite laminates / Shi-Chang Wooch, Coach Wei // *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*. – 1998. – Vol. 17. – P. 807–814.

295. *Yilmaz O.* Seismic data analysis : processing, inversion and interpretation of seismic data : in 2 vol. / O.Yilmaz. – Tulsa, OK : Society of Exploration Geophysicists, 2001. – 2027 p.

296. Dimension reduction and coefficient estimation in multivariate linear regression / M. Yuan, A. Ekici, Z. Lu, R. Monteiro // *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*. – 2007. – Vol. 69. – P. 329–346.

297. *Zhang C. J.* Estimation of quality factors from CMP records / C. J. Zhang, T. J. Ulrych // *Geophysics*. – 2002. – Vol. 67 (5). – P. 1542–1547.

298. *Zheng G. T.* A new cepstral analysis procedure of recovering excitations for transient components of vibration signals and applications to rotating machinery condition monitoring / G. T. Zheng, W. J. Wang // *Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of the Asme*. – 2001. – Vol. 123 (2). – P. 222–229.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
Введение	13
В1. Рассматриваемые нелинейные преобразования	13
В1.1. Целесообразность преобразований при обработке сейсмических данных	13
В1.2. Использование нелинейных преобразований	17
В1.3. Общая характеристика изучаемых преобразований.....	21
В2. Кратко об истории рассматриваемых проблем и подходов к их решению.....	27
В2.1. Появление и развитие мультипликативных факторных моделей. Многомерная гомоморфная фильтрация	27
В2.2. Факторная декомпозиция формы сигнала. Ее переход в структурную декомпозицию поля и решение локальных обратных задач	37
В2.3. Прони-фильтрация и определение частотно-зависимых характеристик локальных объектов	45
Глава 1. Мультипликативные факторные модели и гомоморфная фильтрация	49
1.1. Возникновение мультипликативных факторных моделей	49
1.1.1. Волновое поле и сейсмическое наблюдение.....	49
1.1.2. Представление сейсмического сигнала сверткой импульса посылки и отклика среды	52
1.1.3. Определение мультипликативных факторных моделей	53
1.2. Модель Гурвича.....	56
1.2.1. Происхождение модели Гурвича	56
1.2.2. Применение модели Гурвича для анализа областей возбуждения, приема и отражения.....	59
1.2.3. Линеаризация модели	61



1.3. Гомоморфная фильтрация сигналов.....	63
1.3.1. Возникновение данного класса преобразований.....	63
1.3.2. Одномерные и многомерные гомоморфные преобразования.....	65
1.3.3. Преобразования для многофакторных мультипликативных моделей.....	67
Глава 2. Развитие мультипликативных сейсмических моделей.....	71
2.1. Эффективная динамическая модель для отраженных волн.....	71
2.1.1. Модель спектрально-статистического метода.....	71
2.1.2. Связь параметров эффективной динамической модели с параметрами лучевого метода.....	75
2.1.3. Четырехфакторная модель и линейно-неупругий слой.....	78
2.2. Эффективная лучевая модель и переход к моделям целевых объектов.....	80
2.2.1. Локально-одномерные целевые объекты.....	80
2.2.2. Единая модель интервалов трассы.....	84
2.3. Мультипликативные модели для других типов волн.....	87
2.3.1. Головные волны.....	87
2.3.2. Волны от локального нарушения отражающей границы.....	91
Глава 3. Линеаризованные факторные модели.....	95
3.1. Линеаризация мультипликативных факторных моделей.....	95
3.1.1. Влияние помехи и окна.....	95
3.1.2. Общая форма линеаризованного представления.....	98
3.2. Характеристики мнимой части логарифма спектра.....	101
3.2.1. Значимость фазового спектра.....	101
3.2.2. Результаты исследований по определению фазового спектра.....	102
3.3. Характеристики вещественной части логарифма спектра.....	108
3.3.1. Вероятностные характеристики.....	108
3.3.2. Доверительные интервалы.....	114
3.3.3. Процедуры анализа и отбраковки результатов декомпозиции.....	117
3.4. Общие характеристики линейных факторных моделей.....	121
3.4.1. Дисперсионный анализ и происхождение факторных моделей.....	121
3.4.2. Факторы линейного типа в сейсмических экспериментах.....	127
3.4.3. Модель коррекции временных статических поправок.....	132
3.5. Структура наблюдений и формируемые системы уравнений.....	140
3.5.1. Планы наблюдений и структура матриц.....	140



3.5.2. Допустимые планы наблюдений.....	148
3.5.3. Алгоритм определения векторов нуль-многообразия.....	155
3.6. Процесс последовательного уточнения оценок факторов.....	162
3.6.1. Матричная форма процесса.....	162
3.6.2. Связь с процессом верхней релаксации.....	166
3.6.3. Свойства процесса последовательного уточнения.....	169
3.6.4. Пример двухфакторной модели.....	172
3.6.5. О природе проблемы длиннопериодной статики.....	176
Глава 4. Априорная информация и свойства оценок.....	181
4.1. Эквивалентность решений.....	181
4.1.1. Отличие по векторам нуль-многообразия матриц.....	181
4.1.2. Одно частное представление.....	186
4.1.3. Псевдоаприорная информация.....	194
4.2. Оптимизация использования априорной информации.....	200
4.2.1. Виды априорной информации.....	200
4.2.2. Различные способы введения априорной информации.....	205
4.2.3. Оптимальный метод использования априорной информации.....	208
4.3. Эксперимент по оптимальному использованию априорной информации.....	213
4.3.1. Назначение эксперимента и подготовка исходных данных.....	213
4.3.2. Доопределение параметров на основе априорной информации.....	216
4.3.3. Влияние априорной информации на результаты восстановления импульсной характеристики отражающего объекта.....	219
4.4. Свойства рассматриваемых преобразований.....	222
4.4.1. Свойства регулярного типа.....	222
4.4.2. Статистические свойства.....	228
Глава 5. Использование многофакторной декомпозиции при обработке сейсмических сигналов и решении обратных задач.....	235
5.1. Анализ и учет вариаций формы сигнала.....	235
5.1.1. Значимость исследований.....	235
5.1.2. Первые результаты применения факторной декомпозиции.....	237
5.1.3. Обработка реальных сейсмических материалов.....	240
5.2. Развитие спектрально-статистического метода.....	246
5.2.1. G-корректирующая фильтрация.....	246



5.2.2. Опробование G-корректирующей фильтрации на материалах физического моделирования.....	247
5.2.3. Исследования возможностей ССМ по выделению локальных особенностей в строении отражающих горизонтов	249
5.3. Структурная декомпозиция волнового поля и среды	256
5.3.1. Главные моменты и особенности.....	256
5.3.2. Использование результатов кинематической интерпретации	259
5.3.3. Многофакторная декомпозиция формы сигнала	260
5.4. Эксперименты по определению параметров тонкослоистых объектов	261
5.4.1. Характеристика моделей	261
5.4.2. Отбор наблюдений для «псевдосейсмограмм».....	263
5.4.3. Учет формы падающего импульса и характеристики направленности источника.....	267
5.5. CSD-технология и ее прикладные аспекты.....	273
5.5.1. Реализация и опробование технологии	273
5.5.2. Исследования зон АВПД	277
5.6. Особенности используемых теоретических решений.....	280
5.6.1. Общие замечания.....	280
5.6.2. Анализ свойств дискретных преобразований Лапласа и Фурье–Бесселя.....	283
5.6.3. Результаты модельных экспериментов	287
5.7. Прямая задача и целевой функционал.....	294
5.7.1. Теоретическое решение в спектральной области	294
5.7.2. Вид целевого функционала	298
5.7.3. Различие между спектрами для модельных сейсмограмм.....	300
5.8. Двумерные «окна»	309
5.8.1. Определение дискретных «окон» в рамках задачи	309
5.8.2. Использование «окон» для получения соответствия спектров	313
5.9. Количественные характеристики соответствия между спектрами.....	316
5.9.1. Поведение величины функционала	316
5.9.2. Коэффициент подобия на основе корреляционной функции.....	321
5.10. Прикладные возможности и перспективы предлагаемого подхода.....	325



Глава 6. Прони-фильтрация	331
6.1. Преобразование и спектр Прони.....	331
6.1.1. Разложение сигнала по затухающим синусоидам	331
6.1.2. Дискретный спектр Прони.....	338
6.1.3. Квазиортогональность разложения Прони.....	343
6.2. Особенности фильтрации, использующей спектр Прони	347
6.2.1. Развитие прони-фильтрации и проблемы ее реализации	347
6.2.2. Перемещаемые интервалы и комбинированный спектр Прони.....	353
6.2.3. Оценивание параметра затухания	357
6.3. Тестирование прони-фильтрации на модельных экспериментах	360
6.3.1. Математическая модель	360
6.3.2. Анализ особенностей сигналов и результатов прони- фильтрации на примере одной модельной трассы	365
6.3.3. Построение прони-образов временных разрезов и оптимальный выбор параметров фильтрации	369
Глава 7. Технология метода Прони-фильтрации	373
7.1. Появление и развитие технологии	373
7.1.1. Частотно-зависимые отклики среды и их анализ	373
7.1.2. Основные элементы технологии и способы ее реализации	379
7.1.3. Возможности использования технологии при решении различных задач	384
7.2. Опробование технологии на физических моделях	387
7.2.1. Создание физических моделей.....	387
7.2.2. Особенности получаемых данных	389
7.2.3. Обработка данных модели с рассеивающими телами	393
7.2.4. Обработка данных моделей с поглощающим телом	395
7.3. Результаты опробования технологии на реальных данных	397
7.3.1. Данные по китайскому профилю	397
7.3.2. Данные по ханты-мансийской площади	401
7.3.3. Данные по салымской площади	406
7.3.4. Данные по бразильскому шельфу	408
7.3.5. Уточнение области выклинивания	411
Библиографический список	413

CONTENTS

Preface	7
Introduction.....	13
B1. Nonlinear Transformations under Study	13
B1.1. The approachateness of transformations in processing seismic data.....	13
B1.2. The use of nonlinear transformations	17
B1.3.General characteristics of transformations under study.....	21
B 2. A Short History of the Problems under Study and Approaches to their Solutions	27
B2.1. The emergence and development of multiplicative factor models. Multidimensional homomorphic filtration	27
B2.2. Factor decomposition of the signal waveform. Its transition to structural decomposition of the field and solution of local inverse problems.....	37
B2.3. The Prony filtration and identification of frequency-dependent characteristics of local objects.....	45
Chapter 1. Multiplicative Factor Models and Homomorphic Filtration	49
1.1. The emergence of multiplicative factor models	49
1.1.1. The wavefield and seismic observations	49
1.1.2. The representation of a seismic signal by a convolution of pulse sending and an earth response.....	52
1.1.3. The definition of multiplicative factor models	53
1.2. The Gurchich model.....	56
1.2.1. The origin of the Gurchich model	56
1.2.2. The use of the Gurchich model to analyze the region of excitation, acceptance and reflection	59
1.2.3. Model linearization.....	61
1.3. Homomorphic filtration of signals	63
1.3.1. The emergence of this class of transformations.....	63



1.3.2. One-dimensional and multidimensional homomorphic transformations	65
1.3.3. Transformations for multifactor multiplicative models	67
Chapter 2. Development of Multiplicative Seismic Models.....	71
2.1. An efficient dynamic model for reflected waves.....	71
2.1.1. A model of the spectral- statistical method	71
2.1.2. The relation of effective dynamic model parameters and the ray-path method parameters	75
2.1.3. A four-factor model and a linearly inelastic layer	78
2.2. An effective ray model and transition to target object models	80
2.2.1. Locally one-dimensional target objects	80
2.2.2. A uniform model of trace intervals.....	84
2.3. Multiplicative models for other types of waves	87
2.3.1. Head waves.....	87
2.3.2. Waves caused by local violation of the reflecting boundary	91
Chapter 3. Linearized and Factor Models	95
3.1. Linearization of multiplicative factor models	95
3.1.1. The noise and window effect.....	95
3.1.2. A general form of a linearized representation	98
3.2. Characteristics of an imaginary part of the spectrum logarithm	101
3.2.1. The significance of the phase spectrum.....	101
3.2.2. Results of research on determining the phase spectrum	102
3.3. Characteristics of a real part of the spectrum logarithm.....	108
3.3.1. Probabilistic characteristics	108
3.3.2. Confidence intervals.....	114
3.3.3. Procedures of analyzing and screening decomposition results.....	117
3.4. General characteristics of linear factor models	121
3.4.1. Variance analysis and the origin of factor models.....	121
3.4.2. Linear factors in seismic experiments	127
3.4.3. A model of static peel-off time correction.....	132
3.5. The observation structure and systems of equations	140
3.5.1. Observation plans and a matrix structure	140
3.5.2. Allowable observation plans	148
3.5.3. An algorithm of determining the null-multiplicity vector	155
3.6. The process of successive factor assessment refinement	162
3.6.1. A process matrix form	162
3.6.2. The relation with the overrelaxation process.....	166



3.6.3. Properties of the successive refinement process.....	169
3.6.4. An example of a two-factor model.....	172
3.6.5. On the nature of long-period statics	176
Chapter 4. A priori Information and Properties of Estimates	181
4.1. The equivalence of solutions.....	181
4.1.1. Vector difference of the matrix null-manifold.....	181
4.1.2. One particular presentation.....	186
4.1.3. Pseudo-prior information.....	194
4.2. Optimization of a priori information application	200
4.2.1. Kinds of a priori information.....	200
4.2.2. Various ways of a priori information introduction	205
4.2.3. An optimal method of a priori information application.....	208
4.3. An experiment on an optimal a priori information application	213
4.3.1. The purpose of the experiment and initial data preparation	213
4.3.2. Extension of parameters based on a priori information	216
4.3.3. An influence of a priori information on the results of recovery of a reflecting object's impulse characteristic	219
4.4. Properties of transformations under study.....	222
4.4.1. Regular type properties.....	222
4.4.2. Statistical properties	228
Chapter 5. The Use of Multifactor Decomposition in Processing Seismic Signals and Solving Inverse Problems	235
5.1. An analysis and consideration of signal waveform variations	235
5.1.1. The significance of the study.....	235
5.1.2. First results of factor decomposition application	237
5.1.3. Processing of real seismic materials.....	240
5.2. The development of the spectral-statistical method (SSM).....	246
5.2.1. The G-correcting filtration	246
5.2.2. Testing of the G-correcting filtration on physical simulation materials.....	247
5.2.3. Study of SSM possibilities to identify local peculiarities in the reflecting horizon structure	249
5.3. Structural decomposition of the wavefield and the medium	256
5.3.1. The main moments and peculiarities.....	256
5.3.2. The use of the kinematic interpretation results.....	259
5.3.3. Multifactor decomposition of the signal waveform.....	260



5.4. Experiments on determining thin-layer object parameters	261
5.4.1. Characteristics of models	261
5.4.2. Selection of observations for pseudo-seismograms	263
5.4.3. Consideration of the incident pulse form and source directivity characteristics	267
5.5. The CSD technology and its application aspects	273
5.5.1. The implementation and testing of the technology	273
5.5.2. Study of the AHRP overpressure zones	277
5.6. Peculiarities of the proposed theoretical solutions	280
5.6.1. General remarks	280
5.6.2. Analysis of Laplace and Fourier-Bessel discrete transformations	283
5.6.3. Results of simulation experiments	287
5.7. A direct problem and an objective functional	294
5.7.1. A theoretical solution in the spectral domain	294
5.7.2. An objective functional kind	298
5.7.3. The spectrum difference for model seismograms	300
5.8. Two-dimensional windows	309
5.8.1. The determination of discrete windows within the problem	309
5.8.2. The use of windows to obtain the spectrum correspondence	313
5.9. Quantitative characteristics of the spectrum correspondence	316
5.9.1. The behavior of the functional value	316
5.9.2. The ratio of similitude on the basis of the correlation function	321
5.10. Applications and prospects of the proposed approach	325
Chapter 6. The Prony Filtration	331
6.1. The Prony transformation and spectrum	331
6.1.1. Signal decomposition by damped sinusoids	331
6.1.2. The Prony discrete spectrum	338
6.1.3. Quasiothogonality of the Petry decomposition	343
6.2. Peculiarities of filtration based on the Prony spectrum	347
6.2.1. The development of the Prony filtration and problems of its implementation	347
6.2.2. Variable intervals and the combined Prony spectrum	353
6.2.3. The estimation of the damping parameter	357
6.3. Testing of the Prony filtration in simulation experiments	360
6.3.1. A mathematical model	360



6.3.2. Analysis of signal peculiarities and the Prony filtration results on the example of one model trace.....	365
6.3.3. Construction of the Prony images of time sections and an optimal choice of filtration parameters.....	369
Chapter 7. The Prony Filtration Method Technology	373
7.1. The emergence and development of the technology	373
7.1.1. Frequency-dependent earth responses and their analysis	373
7.1.2. The main elements of the technology and ways of its implementation.....	379
7.1.3. The applicability of the technology in solving various problems	384
7.2. Testing of the technology on physical models	387
7.2.1. Creation of physical models	387
7.2.2. Peculiarities of data obtained.....	389
7.2.3. Processing of data on scattering body models.....	393
7.2.4. Processing of data on absorbing body models.....	395
7.3. Results of testing the technology on real data	397
7.3.1. Data on the Chinese profile	397
7.3.2. Data on the Khanty-Mansi area	401
7.3.3. Data on the Salym area.....	406
7.3.4. Data on the Brazil shelf	408
7.3.5. Refinement of the wedging out domain	411
References.....	413

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Митрофанов Георгий Михайлович

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛОВ
С ПРИМЕНЕНИЕМ СПЕКТРАЛЬНЫХ И ФАКТОРНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ
(приложение к сейсморазведке)**

Монография

Редактор *Л.Н. Ветчакова*
Выпускающий редактор *И.П. Брованова*
Художественный редактор *А.В. Ладыжская*
Корректор *И.Е. Семенова*
Компьютерная верстка *Н.В. Гаврилова*

Подписано в печать 14.06.2018
Формат 60 × 90 1/16. Бумага офсетная
Уч.-изд. л. 29,75. Печ. л. 29,75
Тираж 3000 (1-й з-д – 1–100 экз.)
Изд. № 200/17. Заказ № 861

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Издательство Новосибирского государственного
технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20
Тел. (383) 346-31-87
E-mail: office@publish.nstu.ru

Отпечатано в типографии
Новосибирского государственного технического университета
630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20